

POLITECHNIKA OPOLSKA
WYDZIAŁ ELEKTROTECHNIKI, AUTOMATYKI I INFORMATYKI

MGR INŻ. JANUSZ GWÓŹDŹ

**OPRACOWANIE I ZASTOSOWANIE MODELU
MATEMATYCZNEGO SILNIKA
BEZSZCZOTKOWEGO PRĄDU STAŁEGO DLA
USTALONYCH STANÓW PRACY**



PRACA DOKTORSKA

PROMOTOR:

DR HAB. INŻ. M. JAGIEŁA - PROF. PO

PROMOTOR POMOCNICZY: **DR INŻ. TOMASZ GARBIEC**

Opole 2018

*Autor składa podziękowania Promotorowi,
za poświęcony czas oraz pomoc w przygotowaniu tej pracy.
Składam również podziękowania: dr inż. Tomaszowi Garbcowi
za okazaną pomoc i wsparcie.*

Pracę dedykuję żonie, córce i synowi.

Spis treści

	Ważniejsze oznaczenia	5
1.	Wprowadzenie	7
1.1	Uwagi ogólne	7
1.2.	Stan wiedzy	17
1.2.1.	Metody analityczne	17
1.2.2.	Metody numeryczne	19
1.2.3.	Dedykowane systemy komputerowe	21
1.2.4.	Zagadnienia optymalizacji konstrukcji silników BLDC	22
1.3.	Cele i teza pracy	24
2.	Model matematyczny silnika BLDC w ustalonych stanach pracy.	26
2.1.	Model o parametrach skupionych oparty na krótkoczasowym uśrednieniu wartości chwilowych.	26
2.2.	Model polowo-obwodowy.	29
2.2.1.	Ogólna koncepcja	29
2.2.2.	Model obwodowy.	35
2.2.3.	Wyznaczanie parametrów skupionych w zadanym punkcie pracy.	40
2.2.4.	Algorytm obliczeń.	41
2.2.5.	Uwzględnienie wpływu temperatury.	43
2.2.6.	Wyznaczenie strat mocy oraz pulsacji momentu elektromagnetycznego	44
2.3.	Model odniesienia.	47
3.	Weryfikacja zaproponowanego modelu.	50
3.1.	Modele fizyczne i stanowisko pomiarowe.	50
3.2.	Wyniki obliczeń i pomiarów.	55
4.	Zastosowanie zaproponowanego modelu do zaprojektowania silnika mocy ułamkowej.	72
4.1.	Zadanie projektowe	72
4.2.	Rozwiązanie z wykorzystaniem procesu decyzyjnego	75
4.2.1.	Projekt eksperymentu komputerowego.	75
4.3.	Proces decyzyjny.	77
4.4.	Wyniki obliczeń.	80
4.4.1.	Próbkowanie równomierne.	80
4.4.2.	Próbkowanie metodą łacińskiego hipersześcianu	82
4.5.	Budowa modelu fizycznego i badania eksperymentalne zaprojektowanego silnika.	86
5.	Podsumowanie	93

6.	Literatura	95
7.	Publikacje własne Autora	105
	Załącznik. Parametry schematu cieplnego silnika BLDC w ustalonym stanie	
	pracy	106
	Streszczenie pracy	109
	Streszczenie pracy w języku angielskim (Abstract)	110

Ważniejsze oznaczenia

		Jednostka
B	wektor indukcji magnetycznej	T
B_r	składowa promieniowa indukcji magnetycznej	T
B_ψ	Składowa kierunkowa indukcji magnetycznej	T
I	moment bezwładności	kg·m ²
\mathbf{i}_{abc}	wektor prądów w pasmach uzwojenia	A
i_Q, i_D	składowa kwadraturowa (Q) i bezpośrednia (D) prądu	A
\bar{i}_Q, \bar{i}_D	składowa kwadraturowa i bezpośrednia prądu uśrednione za jeden okres komutacji	A
\bar{I}_Q, \bar{I}_D	wartość składowej kwadraturowej i bezpośredniej prądu w stanie ustalonym, uśrednione za jeden okres komutacji	A
\mathbf{i}_L	wektor prądów w gałęziach z indukcyjnościami	A
\mathbf{i}_u	wektor prądów w gałęziach ze źródłami napięciowymi	A
J	wektor gęstości prądu	A/m ²
k_e	współczynnik efektu krańcowego	-
L_{end}	współczynnik indukcyjności rozproszenia połączeń czołowych	H
L_m	współczynnik indukcyjności wzajemnej,	H
L_s	współczynnik indukcyjności własnej,	H
L_{syn}	współczynnik indukcyjności synchronicznej	H
ℓ_z	długość czynna silnika	m
L_σ	indukcyjność rozproszenia,	H
n_s	liczba warstw modelu wielowarstwowego	-
N_z	liczba zwojów na biegun/fazę	-
n_z	liczba zwojów w paśmie uzwojenia	-
p	liczba par biegunów	-
R	rezystancja pasma	Ω
T_e	Moment elektromagnetyczny	N·m
\bar{T}_e	moment elektromagnetyczny uśredniony za jeden okres komutacji	N·m
T_k	okres komutacji	s

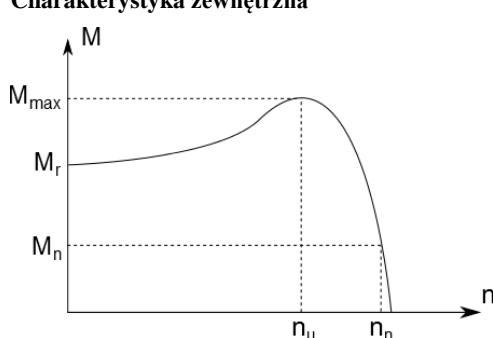
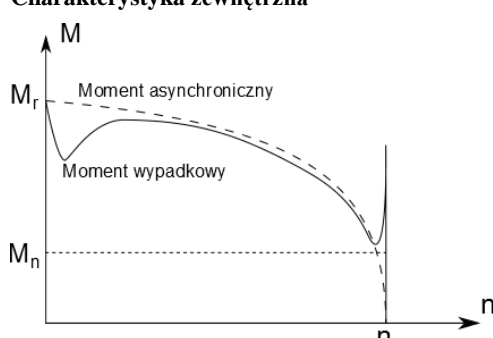
T_l	moment obciążenia	N·m
T_{uzw}	temperatura uzwojenia	°C
U_{DC}	wartość stałego napięcia zasilania falownika	V
u_Q, u_D	składowa kwadraturowa (Q) i bezpośrednia (D) napięcia	V
\bar{u}_Q, \bar{u}_D	składowa kwadraturowa i bezpośrednia napięcia uśrednione za jeden okres komutacji	V
\bar{U}_Q, \bar{U}_D	wartość składowej kwadraturowej i bezpośredniej napięcia w stanie ustalonym, uśrednione za jeden okres komutacji	V
α_e	kąt elektryczny	rad
γ	kąt elektryczny opóźnienia komutacji	rad
λ_m	stała strumieniowa	V·s
μ_0	przenikalność magnetyczna próżni	H/m
ν	reluktywność magnetyczna	m/H
ρ_{Fe}	gęstość stali	kg/m ³
σ	konduktywność elektryczna	S/m
ω_e	prędkość kątowna elektryczna	rad/s
$\bar{\omega}_e$	prędkość kątowna elektryczna uśredniona za jeden okres komutacji	rad/s
$\bar{\Omega}_e$	wartość prędkości $\bar{\omega}_e$ w ustalonym stanie pracy	rad/s

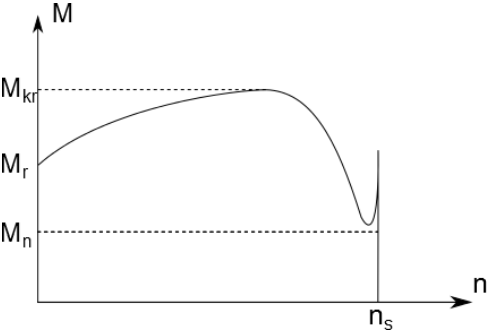
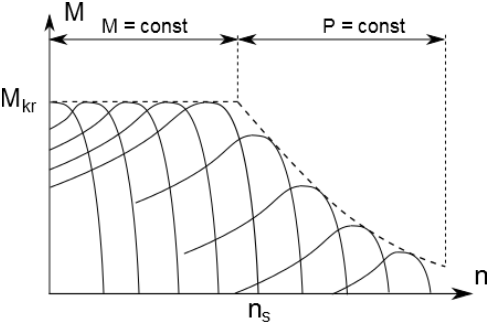
1. Wprowadzenie

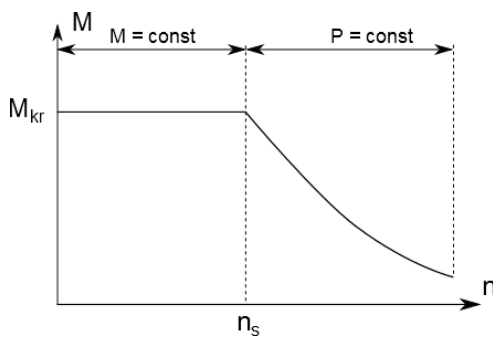
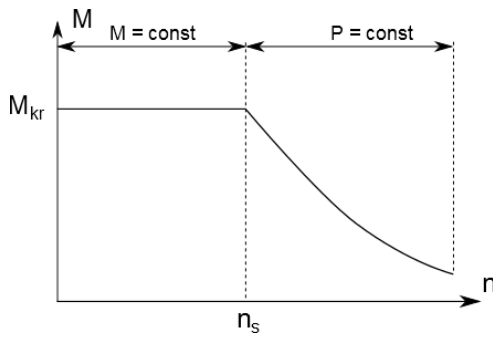
1.1. Uwagi ogólne

Dla maszyn elektrycznych wirujących, w których nie stosuje się zasilania uzwojeń osadzonych na wirniku za pośrednictwem mechanicznego komutatora lub pierścieni ślizgowych i szczotek, używa się nazwy **maszyny bezszczotkowe** [31, 42, 44, 51, 85, 132]. Są to układy, o uzwojeniu stojana zasilanym prądem przemiennym, najczęściej trójfazowym.

Tab. 1.1. Podział i typowe charakterystyki maszyn bezszczotkowych ze względu na sposób zasilania [42, 43, 44].

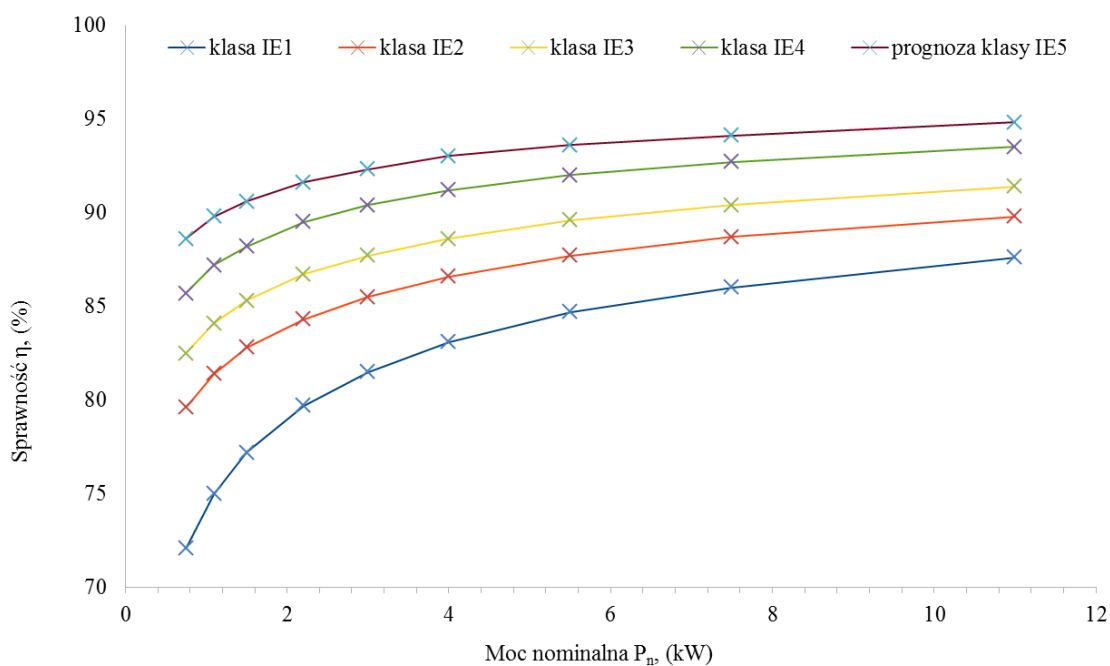
	Rodzaj silnika	Charakterystyka funkcjonalna
Zasilane bezpośrednio z sieci	Asynchroniczny klatkowy	<p>Zalety:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wysoka przeciążalność momentem. <p>Wady:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wrażliwość na wahania napięcia. 2. Wysoki prąd rozruchowy. <p>Charakterystyka zewnętrzna</p>  <p>Oznaczenie w nomenklaturze międzynarodowej IM (Induction Motor)</p>
	Synchroniczny magnetoelektryczny z rozruchem bezpośrednim (asynchronicznym)	<p>Zalety:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wysoki współczynnik mocy. 2. Wysoka sprawność. <p>Wady:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Niski moment rozruchowy. 2. Odształcenie prądu pobieranego z sieci. <p>Charakterystyka zewnętrzna</p>  <p>Oznaczenie w nomenklaturze międzynarodowej LSPMM (Line-start Synchronous Permanent Magnet Motor)</p>

	<p>Silnik synchroniczny reluktancyjny z rozruchem bezpośrednim asynchronicznym</p>	<p>Zalety:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Niska wrażliwość na zmiany obciążenia i wahania napięcia. <p>Wady:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Niski moment rozruchowy. 2. Znaczne odkształcenie prądu pobieranego z sieci zasilającej <p>Charakterystyka zewnętrzna</p>  <p>Oznaczenie w nomenklaturze międzynarodowej LSSRM (Line-start Synchronous Reluctance Motor)</p>
<p>Zasilane za pośrednictwem przekształtnika statycznego</p>	<p>Asynchroniczny przekształtnikowy</p>	<p>Zalety:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Niski prąd rozruchowy. 2. Możliwość regulacji prędkości obrotowej od zera. <p>Wady:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Złożony układ zasilania i sterowania. <p>Charakterystyka mechaniczna</p>  <p>Oznaczenie w nomenklaturze międzynarodowej IDIM (Inverter-Driven Induction Motor)</p>

Zasilane za pośrednictwem przekształtnika statycznego	Synchroniczny magnetoelektryczny	<p>Zalety:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wysoka sprawność 2. Niewielkie gabaryty <p>Wady:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Złożony układ zasilania i sterowania 2. Pulsacje momentu elektromagnetycznego utrudniające stabilną pracę przy niskiej prędkości obrotowej. <p>Charakterystyka mechaniczna</p>  <p>Oznaczenie w nomenklaturze międzynarodowej BLAC (Brushless Alternating Current Motor)</p>
	Synchroniczny reluktancyjny	<p>Zalety:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wysoka sprawność <p>Wady:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Pulsacje momentu obrotowego utrudniające stabilną pracę przy niskich prędkościach obrotowych <p>Charakterystyka mechaniczna</p>  <p>Oznaczenie w nomenklaturze międzynarodowej SYNCRM (Synchronous Reluctance Motor)</p>

W grupie tej znajdują się zarówno przetworniki, które mogą pracować jako zasilane bezpośrednio z sieci jak i te, w których zasilanie takie nie jest możliwe przez wzgląd na charakterystyki ruchowe, a funkcję komutatora mechanicznego pełni tyrystorowy lub tranzystorowy przekształtnik statyczny. W tabeli 1.1 przedstawiono charakterystyki zewnętrzne oraz ogólny podział klasycznych maszyn bezszczotkowych, pod względem sposobu zasilania. Klasyfikacja ta dzieli maszyny bezszczotkowe na maszyny o zasilaniu bezpośrednim oraz **maszyny bezszczotkowe przekształtnikowe**.

Podstawowym ograniczeniem maszyn o zasilaniu bezpośrednim jest możliwość regulacji prędkości obrotowej tylko w ograniczonym zakresie lub całkowity jej brak. Możliwość regulacji prędkości obrotowej, pojawiła się w wyniku integracji maszyny elektrycznej z przekształtnikiem statycznym w latach dziewięćdziesiątych dwudziestego wieku [42] i jest uważana za jedno z najważniejszych współczesnych osiągnięć w napędzie elektrycznym. Funkcjonalność ta jest jeszcze ważniejsza w obecnym czasie, kiedy dąży się do racjonalnego użytkowania energii elektrycznej. W grupie maszyn o zasilaniu przekształtnikowym, na pierwszym miejscu pod względem upowszechnienia jest silnik asynchroniczny. Pod względem jednostkowej gęstości mocy oraz sprawności ustępuje on jednak maszynom synchronicznym. Synchroniczne maszyny reluktancyjne i magnetoelektryczne obecnie są konstruowane w najwyższych klasach sprawności IE3 oraz IE4 określanych przez normę IEC 60034-30-1, i jej polski odpowiednik PN-EN 60034-30-1 (Maszyny elektryczne wirujące - część 30-1) [152]. Przykłady zależności sprawności określonych przez tę normę, dla silników prądu przemiennego zasilanych bezpośrednio z sieci, zostały przedstawione na rys. 1.1 [53, 148].



Rys. 1.1. Klasy sprawności czterobiegunowych silników prądu przemiennego zasilanych bezpośrednio z sieci według [53, 148].

Silniki asynchroniczne konstruowane w klasach IE3 osiągają gabaryty, przy których gęstość momentu elektromagnetycznego na jednostkę masy jest ponad dwukrotnie niższa niż w silnikach synchronicznych reluktancyjnych i ponad dwu i półkrotnie niższa niż w maszynach synchronicznych magnetoelektrycznych o tych samych mocach nominalnych i prędkościach [85, 132]. Kolejne nowelizacje normy IEC 60034-30-1 będą dotyczyły silników współpracujących z przemiennikami częstotliwości, a ponadto planuje się wprowadzić dodatkową klasę IE5, której celem będzie

zredukowanie strat o około 20% w stosunku do IE4. Tak wysokim wymaganiom będą mogły sprostać tylko silniki magnetoelektryczne wzbudzone magnesami trwałymi o wysokiej gęstości energii [53]. Silniki bezszczotkowe magnetoelektryczne są maszynami, których przewaga w stosunku do silników synchronicznych o zasilaniu bezpośrednim polega na możliwości pracy przy zmiennej prędkości i zmiennym obciążeniu. Z kolei, w stosunku do innych maszyn przekształtnikowych, cechuje je wyższy stosunek rozwijanego momentu do masy, a przez to większa dynamika pracy i najwyższa sprawność [31, 71, 77, 85, 103].

W literaturze międzynarodowej stosowane są inne sposoby klasyfikacji maszyn bezszczotkowych. W odróżnieniu do tej przyjętej w niniejszej pracy, najbardziej rozpowszechniona klasyfikacja bezszczotkowych maszyn magnetoelektrycznych wprowadzona przez Hanselmana [51], wyróżnia następujące rodzaje:

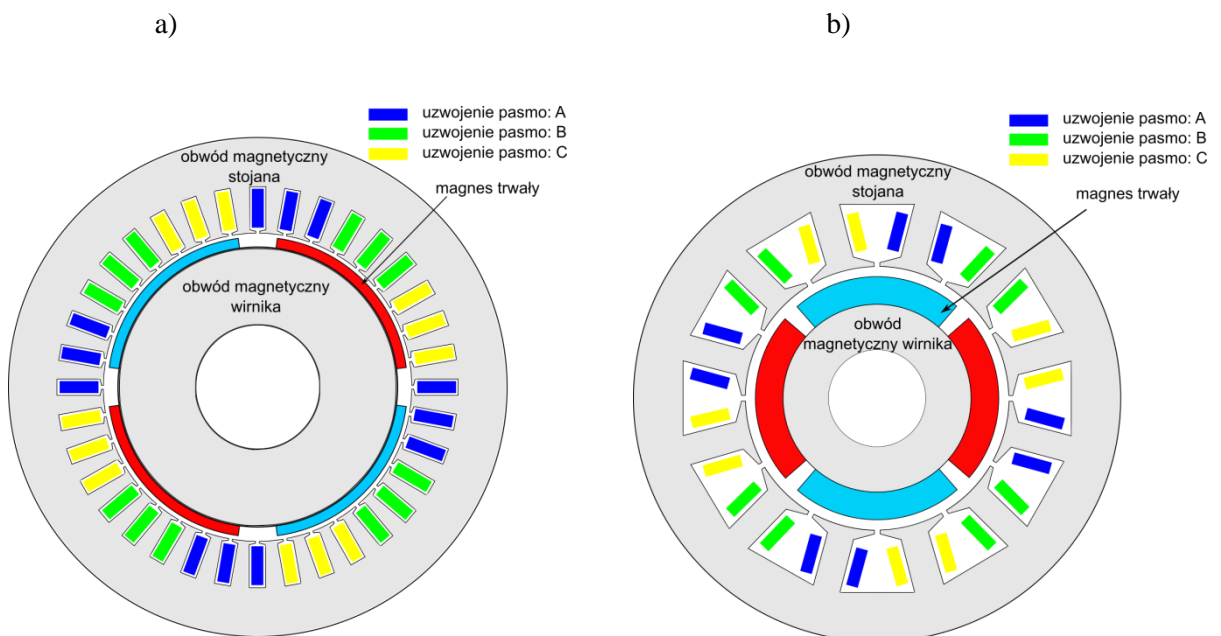
- silniki synchroniczne magnetoelektryczne – PMSM (Permanent Magnet Synchronous Motor),
- silniki synchroniczne o rozruchu bezpośrednim – LSPMSM (Line Start Permanent Magnet Synchronous Motor),
- silniki skokowe (Stepper Motor),
- silniki bezszczotkowe prądu stałego – **BLDC (Brushless Direct Current Motor)**.

Powyższy ogólnie przyjęty podział rozróżnia silniki tylko pod względem sposobu zasilania. Jest to podejście zwyczajowe, wygodne z punktu widzenia napędu elektrycznego, nieoddające jednak specyfiki budowy wewnętrznej każdego z rodzajów silników. Dla przykładu, w bardzo wielu opracowaniach, dla których ustalenie pierwowzoru jest bardzo trudnym zadaniem, wymieniany jest także

- silnik synchroniczny magnetoelektryczny zasilany prądem sinusoidalnym za pośrednictwem przekształtnika – BLAC (Brushless Alternating Current Motor).

Jako silnik BLAC może być wykorzystany zarówno silnik rodzaju SMPM jak i LSPMSM. Podobnie, w przypadku silników skokowych - odpowiedni sposób pracy można osiągnąć stosując kilka różnych rodzajów przetworników zasilających silnik. Jednakże ogólnie wiadomym jest, że poprawna praca każdego z tych układów jest możliwa tylko po spełnieniu dodatkowych warunków. Dla przykładu, od silników SMPM, BLAC i BLDC w stanach ustalonych żąda się stałego w czasie pozbawionego pulsacji przebiegu momentu elektromagnetycznego, co jest możliwe w przypadku zastosowania konstrukcji wewnętrznych gwarantujących odpowiednio, sinusoidalny lub trapezoidalny przebieg napięcia rotacji oraz układu zasilania zapewniającego odpowiednio, sinusoidalny lub quasi-prostokątny przebieg prądu. Według Ionela silnik BLAC [62] jest innowacją względem silnika BLDC. Posiada on magnesy trwałe umieszczone w specjalnie ukształtowanych szczelinach znajdujących się we wnętrzu wirnika. Dzięki temu występuje ochrona magnesów trwałych przed odmagnesowaniem

i duża stabilność ich punktu pracy. Uzwojenie stojana w tego typu silnikach zazwyczaj jest uzwojeniem typu rozłożonego, jednak znane są liczne przykłady wykorzystania uzwojeń typu skupionego [7, 100, 101]. Z kolei, silnik BLDC posiada magnesy trwałe w kształcie wycinków pierścienia przymocowanych do powierzchni wirnika. Uzwojenia stojana w tych silnikach zazwyczaj są typu skupionego, jednak istnieje wiele przykładów zastosowania uzwojeń rozłożonych, przeważnie jednowarstwowych, które nie powodują usuwania harmonicznych rzędu $3n$, gdzie $n = 1, 3, 5, \dots$, z widma przebiegu napięcia rotacji, dzięki czemu otrzymywany jest pożądaný - quasi trapezoidalny przebieg tego napięcia. W układzie trójfazowym harmoniczne te tworzą układ zerowej kolejności faz, przez co w silnikach BLDC nie praktykuje się połączenia pasm uzwojenia w trójkąt, gdyż byłoby ono przyczyną wzrostu strat mocy [64]. Na rys. 1.2 przedstawiono przekroje typowych obwodów magnetycznych silników BLDC o uzwojeniu typu rozłożonego oraz o uzwojeniu typu skupionego.



Rys. 1.2 Przekroje obwodów magnetycznych typowych silników BLDC z uzwojeniem: a) jednowarstwowym typu rozłożonego, b) jednowarstwowym typu skupionego.

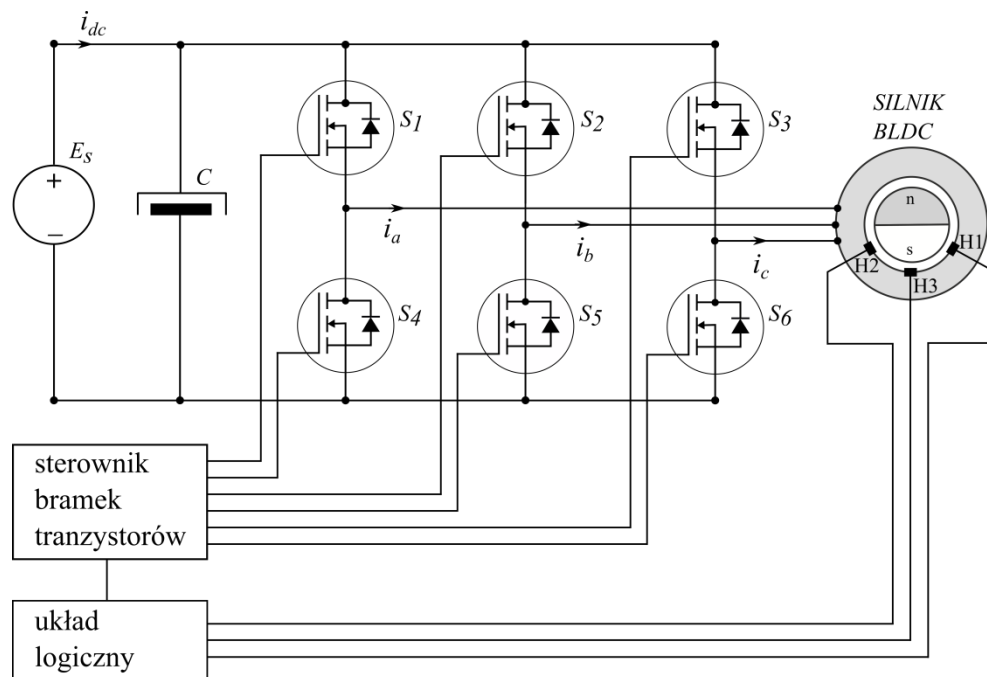
Z kolei, na rys. 1.3 przedstawiono schemat typowego układu falownika współpracującego z silnikiem BLDC. Można w nim wyróżnić dwie grupy zaworów komutatora elektronicznego: dodatnią ($S1, S2$ i $S3$) oraz ujemną ($S4, S5$ i $S6$). Wynika to z faktu, że w danej grupie każdy tranzystor ma jedną elektrodę podłączoną odpowiednio do dodatniego lub ujemnego bieguna źródła zasilania. W silniku tego typu charakterystyczne jest to, że komutacja pasm uzwojenia realizowana jest względem tylko wybranych położenia fazona głównego strumienia magnetycznego, a informacja o aktualnej pozycji wirnika jest uzyskiwana za pomocą sygnału sprzężenia zwrotnego.

Adekwatnie do jego położenia dokonywana jest komutacja faz falownika, co zostało przedstawione w Tab.1.2. W praktyce stosuje się dwa rodzaje komutacji [23, 28, 29, 52, 95]:

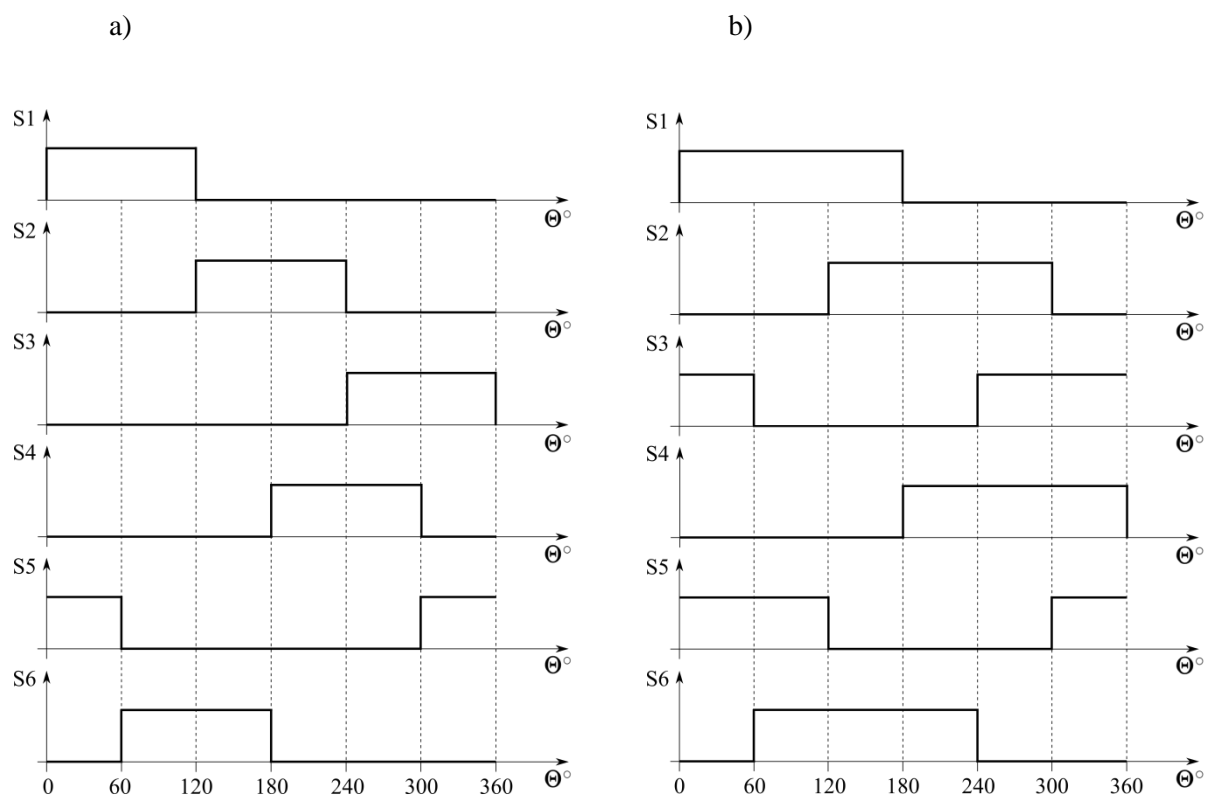
- a) przy nieciągłym przewodzeniu prądu przez pasmo fazowe (tzw. komutacja 120° elektrycznych),
- b) przy ciągłym przewodzeniu prądu przez pasmo fazowe (tzw. komutacja 180° elektrycznych).

Przy nieciągłym przewodzeniu prądu przez pasmo każdy tranzystor komutatora elektronicznego przewodzi przez okres odpowiadający kątowi 120° elektrycznych, a komutacja pasm następuje w równych odstępach odpowiadających 60° elektrycznym. Jednocześnie przewodzą tylko dwa zawory i prąd płynie przez dwa pasma. Pełna sekwencja przełączeń kluczy komutatora elektronicznego dla komutacji 120° elektrycznych została przedstawiona na rys. 1.4a. Idealne i przykładowe rzeczywiste przebiegi prądów pasm przy zastosowaniu komutacji 120° elektrycznych zostały przedstawione, na rys. 1.5a.

Przy ciągłym przewodzeniu prądu przez pasmo każdy klucz komutatora przewodzi przez okres odpowiadający kątowi 180° elektrycznych, a komutacja pasm następuje również w równych odstępach odpowiadających kątowi 60° elektrycznych. Jednocześnie przewodzą trzy zawory i prąd płynie przez wszystkie trzy pasma. Pełna sekwencja przełączeń zaworów komutatora elektronicznego dla komutacji 180° elektrycznych została przedstawiona na rys. 1.4b. Idealne i przykładowe rzeczywiste przebiegi prądów pasm przy zastosowaniu komutacji 180° elektrycznych zostały przedstawione na rys. 1.5b.



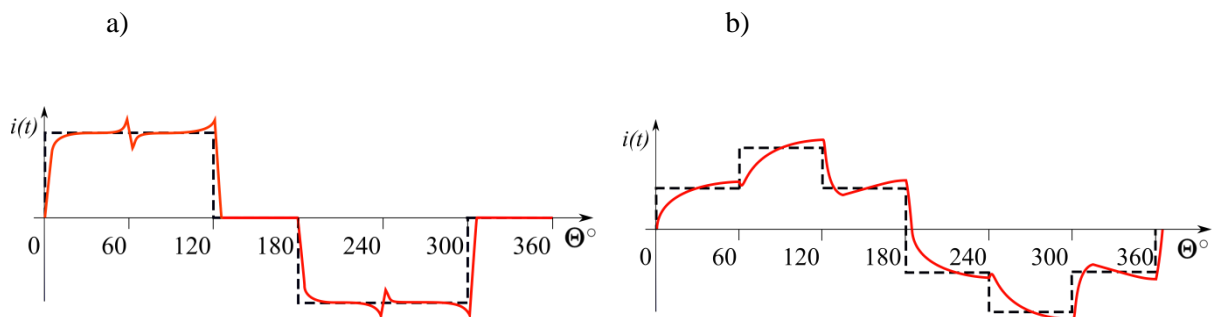
Rys. 1.3 Trójfazowy silnik BLDC wraz z układem zasilania. (S1, S2,.....S6 – klucze falownika, H1, H2, H3 czujniki położenia wirnika – czujniki Halla).



Rys. 1.4. Sekwencja przełączeń zaworów komutatora elektronicznego: a) dla komutacji 120° elektrycznych, b) dla komutacji 180° elektrycznych.

Tab. 1.2. Kolejność załączenia tranzystorów falownika w zależności od położenia wirnika względem stojana, dla komutacji 120° i 180°.

stojan - wirnik kąt elektryczny [Θ°]	czujnik Halla H1 H2 H3			komutacja 120°						komutacja 180°					
				tranzystor falownika S1 S2 S3 S4 S5 S6						tranzystor falownika S1 S2 S3 S4 S5 S6					
0 – 60	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
60 – 120	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
120 – 180	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1
180 – 240	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1
240 – 300	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
300 – 360	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0



Rys. 1.5. Idealne (linia przerywana) i rzeczywiste (linia ciągła) przebiegi prądów pasm przy zastosowaniu: a) komutacji 120° elektrycznych, b) komutacji 180° elektrycznych.

Wartości parametrów funkcjonalnych silników BLAC i BLDC, takie jak sprawność czy gęstość momentu elektromagnetycznego w jednostce masy są bardzo zbliżone [43, 44]. Zgodnie z opinią przedstawioną w pracy [62] silnik BLAC można uważać za najbardziej rozwiniętą i zaawansowaną maszynę elektryczną bezszczotkową, która w przeciwieństwie do silnika BLDC, może być stosowana w realizacji precyzyjnych układów regulacji automatycznej. Dowodem tego jest szerokie wykorzystanie tego typu maszyn w serwonapędach nowej generacji [141, 144, 146]. Pewna przewaga silników BLDC w stosunku do silników BLAC jest związana z niższymi kosztami budowy napędu. Montaż powierzchniowy magnesów trwałych jest o wiele mniej skomplikowany technologicznie od ich montażu we wnętrzu specjalnie ukształtowanego obwodu magnetycznego wirnika, a do wytworzenia quasi-prostokątnego przebiegu prądu odpowiednio zorientowanego względem przebiegu strumienia skojarzonego, nie jest potrzebny ciągły pomiar kąta obrotu wirnika. Obydwa układy mają wiele zalet oraz ograniczeń. O ich praktycznym wykorzystaniu decyduje wiele czynników jednocześnie, jak również względy związane z możliwościami zaprojektowania tych układów.

Ogólnie, projektowanie maszyn elektrycznych jest zagadnieniem interdyscyplinarnym, które integruje zagadnienia z obszaru teorii pola magnetycznego, teorii obwodów, mechaniki, elektrotermii i termodynamiki technicznej, dynamiki płynów, materiałoznawstwa, teorii optymalizacji, teorii planowania oraz ekonomii [21]. Każde z wymienionych zagadnień wymaga odpowiedniego potraktowania w procesie projektowania. Należy jednak zwrócić uwagę, że pomimo ogromnego postępu, którego w projektowaniu maszyn elektrycznych dokonało wprowadzenie komputera, w literaturze brak jest przykładów rozwiązań uzyskanych przy uwzględnieniu więcej niż trzech z wymienionych zagadnień. Podstawową przyczyną tego jest złożoność zjawisk fizycznych, która nawet w najprostszych przypadkach prowadzi do opisu za pomocą funkcji uwikłanych. Uzyskanie rozwiązania komplikują także niezwykle trudne do określenia i często niejednoznaczne równania konstytutywne środowisk. W projektowaniu za przydatne zawsze uznaje się podejścia możliwe do powtórzenia i zastosowania, które są jednocześnie oparte na racjonalnej liczbie uproszczeń. Najczęściej oznacza to konieczność pominięcia zjawisk o drugorzędym znaczeniu dla pracy układu, np. ograniczeniu do zaprojektowania samego obwodu magnetycznego i przy ograniczeniu się tylko do

skutków występowania podstawowej harmonicznej rozkładu pola magnetycznego [71, 86]. Najskuteczniejszymi spośród wszystkich podejść okazują się te, które oprócz samych modeli matematycznych umożliwiają uwzględnienie wiedzy eksperckiej na temat układu, w tym wiedzy i doświadczenia samego konstruktora [71, 83, 86].

Z punktu widzenia projektowania obwodów magnetycznych magnetoelektrycznych maszyn bezszczotkowych istotnym wsparciem w przypadku silników BLAC jest możliwość zastosowania teorii maszyn synchronicznych prądu przemiennego [17, 42, 44, 71, 85]. Szczególnie pomocne są w tym przypadku istniejące modele matematyczne dla ustalonych stanów pracy [1, 3, 76, 97, 115]. W modelach tych stały w czasie moment elektromagnetyczny jest proporcjonalny do wartości iloczynu wektorowego fazorów prądu i strumienia magnetycznego. Zależy on zatem tylko od amplitud oraz wzajemnego usytuowania tych fazorów. Ogólnie, wykonanie projektu obwodu magnetycznego polega na syntezie jego wymiarów i syntezie funkcji opisującej rozkład siły magnetomotorycznej związanej z uzwojeniem w stojanie. Jeśli moment elektromagnetyczny nie zależy od innych czynników, to jedynym celem takiej syntezy jest wytworzenie sinusoidalnego rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej. Wymaga to stosowania metod analizy pola magnetycznego w maszynie, których przegląd zostanie przedstawiony w dalszej części rozprawy.

Tematyka niniejszej pracy jest związana z silnikami BLDC. W stosunku do tych maszyn nie można mówić o istnieniu odpowiedniej teorii, na zasadzie komplementarności do maszyn zasilanych prądem sinusoidalnym. W silniku tym amplitudy fazorów prądu i strumienia magnetycznego zależą od kąta obrotu wirnika, a moment elektromagnetyczny nie jest wprost proporcjonalny do wartości iloczynu tych amplitud. Konsekwencją tego jest ogólnie znana cecha, uznawana za wadę silników BLDC, którą jest pulsacja momentu elektromagnetycznego w czasie. Powyższe jest z kolei głównym problemem w opracowaniu spójnego opisu matematycznego tej maszyny w ustalonych stanach pracy. Podjęcie tematu badawczego związanego z opracowaniem takiego modelu ma związek z nieprzerwanie rosnącymi wymaganiami w stosunku do wszystkich maszyn elektrycznych, zilustrowanych na rys. 1.1. Aby możliwe było konstruowanie tych układów w najwyższych klasach sprawności, w dyspozycji inżynierów konstruktorów muszą znaleźć się nowe dokładne i szybkie metody obliczania ich parametrów funkcjonalnych. Potrzeba opracowania takiego podejścia wynika z inwentaryzacji stanu wiedzy na ten temat przeprowadzonej przez Autora w dalszej części pracy.

1.2. Stan wiedzy

W teorii systemów, jako **stan ustalony** rozumiany jest stan układu lub procesu, w którym wartości zmiennych są stałe w czasie [97, 109, 110]. Pojęcie to z reguły definiuje się na potrzeby prowadzonych badań laboratoryjnych lub symulacji komputerowych.

W teorii maszyn elektrycznych prądu przemiennego, jako stan ustalony rozumiany jest także stan **quasi-ustalony**, w którym w dostatecznie długim przedziale czasowym większym lub równym pojedynczemu okresowi, wartość średnia prędkości obrotowej oraz amplitudy przebiegów prądów i napięć nie ulegają zmianie. Z punktu widzenia modelowania matematycznego pojęcie to określa całą kategorię modeli zwanych modelami quasi-stacjonarnymi [A2, 87]. W teorii maszyn elektrycznych prądu przemiennego modele te są reprezentowane przez opornościowo - indukcyjnościowe elektryczne **schematy zastępcze**. Powszechnie stosowanym sposobem opisu tych schematów jest metoda liczb zespolonych. Znajduje ona zastosowanie jedynie w analizie maszyn indukcyjnych i synchronicznych zasilanych prądami sinusoidalnymi, w przypadku których dopuszczalne jest ograniczenie analizy tylko do podstawowej harmonicznej rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej w szczelnie powietrznej i pominięcie nieliniowości obwodu magnetycznego. Kluczowe w przypadku tych modeli jest określenie wartości parametrów skupionych występujących w takim schemacie, co wymaga przynajmniej częściowego wyznaczenia rozkładu pola magnetycznego w maszynie. Do tego celu stosowane były dotychczas metody analityczne, numeryczne, oraz inne [98, 126].

1.2.1. Metody analityczne

Modele tego rodzaju reprezentują najstarszą grupę podejść do wyznaczania parametrów równoważnych schematów zastępczych maszyn elektrycznych. W wielu przypadkach pozwalają one na uzyskanie wyrażeń opisujących parametry skupione będącymi jawnymi funkcjami wymiarów geometrycznych. Główne z tego powodu są one chętnie wykorzystywane przez konstruktorów i rozwijane w dalszym ciągu. Modele tego rodzaju można podzielić na dwie grupy.

Pierwszą, historycznie najstarszą grupę stanowią metody oparte na wykorzystaniu całkowitych postaci równania przepływu i prawa dywergencji dla poszczególnych części obwodu magnetycznego. Prowadzi to do reprezentacji obwodu magnetycznego za pomocą równoważnej sieci oporności lub przewodności magnetycznych [9, 46]. Za pomocą takich modeli oblicza się strumienie skojarzone, które są podstawą do określenia parametrów skupionych elektrycznego schematu zastępczego maszyny [57, 93, 113]. Zaletami tych metod są: niski nakład niezbędnych obliczeń, możliwość wprowadzenia korekt empirycznych (np. za pomocą współczynnika Cartera), możliwość uwzględnienia nieliniowości oraz żłobkowania. Wadami natomiast są: konieczność posiadania dużej wiedzy i doświadczenia w modelowaniu pola magnetycznego, wysoka wrażliwość wyników obliczeń na błędy w oszacowaniu wartości oporności magnetycznych oraz konieczność wykorzystania metod numerycznych dla układów równań powstających w przypadku sieci o dużej liczbie gałęzi lub przy uwzględnieniu nieliniowości.

Druga grupa to metody oparte na rozwiązaniu równania Laplace'a lub Poissona w obszarze przekroju poprzecznego maszyny. W literaturze przedstawiono wiele modeli tego rodzaju, które cechują się różnym stopniem uproszczeń [129]. Do najistotniejszych należą: uproszczona (wyidealizowana) geometria, analiza ograniczona do samej szczeliny powietrznej, pominięcie żłobkowania, analiza maszyny w jednym punkcie pracy z uwagi na pominięcie nieliniowości obwodu magnetycznego, pominięcie składowej normalnej indukcji magnetycznej na granicach obszarów ciągłych ferromagnetyka. Pierwszą pracą, w której zaproponowano taki model dla maszyny magnetoelektrycznej dyskowej z magnesami zamontowanymi na powierzchni wirnika jest [121]. Uzyskane rozwiązanie dotyczy jednak tylko podstawowej harmonicznej rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej. Magnetyzacja magnesów trwałych jest reprezentowana przez okład prądowy na krawędziach magnesu. Wpływ żłobkowania uwzględniono dokonując powiększenia szczeliny powietrznej za pomocą współczynnika Cartera. Kolejne prace z tej grupy również wnoszą szereg ulepszeń. W [14] aproksymowano krzywiznę obwodu magnetycznego w maszynie o budowie cylindrycznej. Następnie wprowadzono korektę współczynnika Cartera ze względu na nieliniowość magnetyczną strefy żłobkowej stojana. Wyniki obliczeń zweryfikowano metodą elementów skończonych uzyskując kilkuprocentowe różnice w wynikach obliczeń strumienia magnetycznego. W [13] podano rozwiązanie dla rozkładu pola we współrzędnych walcowych. Podano sposób uwzględnienia promieniowej i cięciwowej magnetyzacji magnesów trwałych oraz uwzględniono wyższe harmoniczne rozkładu przestrzennego indukcji magnetycznej. W pracy [46] uwzględniono żłobkowanie stojana przekształcając geometrię strefy żłobkowej do maszyny bezżłobkowej metodą przekształcenia konforemnego. Znacznie ulepszone modele tego typu, które mogą być stosowane w silnikach zarówno z wirnikiem zewnętrznym jak i wewnętrznym zaproponowano w pracach [128, 130, 131]. Nowy sposób uwzględniania żłobkowania uzyskano wprowadzając funkcję modulującą rozkład indukcji magnetycznej otrzymaną metodą przekształcenia konforemnego geometrii strefy żłobkowej zaproponowano w pracy [131]. Wadą tej metody jest brak możliwości wyznaczenia składowej indukcji magnetycznej stycznej do kierunku ruchu obrotowego, a co za tym idzie bardzo ograniczona dokładność obliczania składowych harmonicznych momentu elektromagnetycznego. Ograniczenie to wyeliminowano dopiero w pracach [80 – 82, 127]. W roku 1986 [47] przedstawiono z kolei całkowicie inne podejście do wyznaczenia rozkładu pola magnetycznego w maszynach elektrycznych, jednakże zastosowano je tylko do analizy pola w strefie połączeń czołowych. Polegała ona na podziale przestrzeni modelu na poddziedziny, w których rozwiązuje się równanie Laplace'a lub Poissona, a następnie dokonano połączenia rozwiązań wykorzystując warunki ciągłości na granicy poddziedzin. Potencjał tego podejścia dostrzeżono w pracy [30], natomiast rozwinięto w pracach [123 – 125, 132]. Wszechstronność tej metody potwierdzają publikacje, w których jest ona stosowana w odniesieniu do różnych problemów [12, 50] oraz opracowanie na jej podstawie komercyjnego systemu Manatee [133], przeznaczonego do komputerowego wspomaganie projektowania maszyn elektrycznych.

1.2.2. Metody numeryczne

Najliczniejszą grupą metod stosowanych w analizie ustalonych stanów pracy maszyn magnetoelektrycznych są metody numeryczne. Wynika to z wprowadzenia do projektowania sprzętu komputerowego oraz jego bardzo dynamicznego rozwoju w ciągu ostatnich trzech dekad. Metody numeryczne są stosowane przy wyznaczaniu rozwiązań problemów opisanych modelami obwodowymi [114] oraz polowymi [5, 26, 36, 114]. W użyciu znajdują się także metody półanalityczne, które wymagają stosowania metod numerycznych do uzyskania rozwiązania ostatecznego, jak np. metody analizy rozwiązania w poddziedzinach [27].

Do analizy maszyn elektrycznych szczególnie często wykorzystywane są modele polowe, których początki wykorzystania w elektrotechnice sięgają lat sześćdziesiątych XX wieku [18, 35, 106, 117]. Modele te umożliwiają uwzględnienie nieliniowości obwodu magnetycznego i szczegółowych cech konstrukcyjnych obwodu magnetycznego zarówno w przestrzeni dwu- jak i trójwymiarowej [16, 45, 122]. W obecnej chwili należą one także do najdokładniejszych i najbardziej rozpowszechnionych sposobów obliczania parametrów skupionych w maszynach elektrycznych [4, 17, 61, 86, 99].

Dzięki modelom tego rodzaju możliwy był rozwój konstrukcji maszyn magnetoelektrycznych i skuteczne rozwiązanie wielu złożonych problemów, takich jak minimalizacja pulsacji momentu elektromagnetycznego [4, 24, 32, 33, 39, 86, 88, 112] czy wielokryterialna optymalizacja obwodu magnetycznego [71]. Rozwój modeli polowych maszyn elektrycznych przyczynił się do opracowania podejść przydatnych w analizie układów zasilanych za pośrednictwem obwodów elektrycznych. Rozróżnia się tutaj zarówno ujęcia polowo-obwodowe, w których równania obwodów elektrycznych i pola magnetycznego są rozwiązywane w postaci jednego układu równań [34, 67, 102] oraz takie, w których rozwiązywane są tylko równania obwodowe, a parametry skupione wyznacza się na podstawie osobnego modelu polowego [72]. O przydatności obydwu podejść decydują indywidualne potrzeby konstruktora lub cele symulacyjne.

W rozwoju polowo-obwodowych modeli numerycznych istnieje kierunek związany z opracowaniem modeli quasi-dynamicznych. W odniesieniu do maszyn BLAC przykładem tego jest praca [73], w której zaproponowano bardzo wydajny obliczeniowo model nieliniowy. Podejście to rozwinięto w pracy [45] dodając do modelu równia obwodów elektrycznych. Metoda ta jest rozwinięciem modelu zaproponowanego przez Ashantiego i Lowthera [1, 2, 3] dla maszyny synchronicznej o wzbudzeniu elektromagnetycznym. Opiera się ona na zastosowaniu układu współrzędnych związanych z wirnikiem jako układu odniesienia oraz ograniczeniu analizy do podstawowej harmonicznej czasowej rozkładu indukcji magnetycznej. W konsekwencji tego, za jego pomocą nie jest możliwe określenie takich wskaźników jak pulsacja momentu elektromagnetycznego ani też precyzyjne odwzorowanie nieliniowości obwodu magnetycznego.

Istnieją także kierunki związane z rozwijaniem dokładniejszych i bardziej wszechstronnych modeli quasi-dynamicznych. Jeden z nich dotyczy zastosowania metody bilansu harmonicznych czasowych [48, 49], natomiast drugi tzw. metody czasowo-okresowej [91, 92, 115]. Pierwsza z metod

opiera się na modelowaniu czasowej zmienności przebiegów za pomocą skończonego szeregu Fouriera. Pozwala ona na uwzględnienie nieliniowości obwodu magnetycznego oraz wpływu wyższych harmonicznych. W pracy [49] przedstawiono przykład wykorzystania tej metody w analizie maszyny magnetoelektrycznej z uwzględnieniem ruchu obrotowego wirnika. Uwzględniono kolejne rzędy harmonicznych o największym znaczeniu, ograniczając ich liczbę do pięciu wyrazów rozwinięcia. Ograniczenie to wynika z bardzo szybko rosnących kosztów obliczeniowych, które są głównym mankamentem metody. W modelach tego rodzaju powstają układy równań algebraicznych, których rozmiar jest proporcjonalny do wymiaru iloczynu tensorowego wszystkich zmiennych i liczby harmonicznych szeregu Fouriera. W pracy [49] pokazano również, że model tego rodzaju jest pod względem kosztu obliczeniowego konkurencyjny do modelu dynamicznego tylko w przypadku ograniczenia do pierwszego wyrazu szeregu Fouriera. Kolejną wadą metody wynika z własności szeregu Fouriera, w którym dla wysokich rzędów harmonicznych uwidacznia się efekt Gibbsa [11, 78]. Z tego powodu metoda ta nie ma zastosowania w przypadku wystąpienia przebiegów o dużej stromości.

Sformułowanie czasowo-okresowe w analizie maszyn synchronicznych zaczęto stosować w połowie lat dziewięćdziesiątych dwudziestego wieku [91, 92, 115]. Jego podstawą jest potraktowanie czasu jak jeszcze jednego wymiaru. W układzie równań różniczkowych opisujących wektor zmiennych stanu $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T$ warunki początkowe $\mathbf{x}(t = 0) = \mathbf{x}_0$ są zastępowane warunkiem brzegowym $\mathbf{x}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{x}(t + T)$ lub $\mathbf{x}(t) = \mathbf{Q}\mathbf{x}(t + T/2)$. Pierwszy przypadek dotyczy tzw. modelu pełnookresowego, natomiast drugi półokresowego. Macierz \mathbf{Q} o wyrazach równych 0, 1 lub -1 wyraża związki pomiędzy wartościami zmiennych na początku i na końcu przebiegu. W metodzie tej układ równań powstaje w wyniku zastąpienia pochodnych czasowych ilorazami różnicowymi. Następnie, po przyjęciu podziału na umowną liczbę kroków czasowych, dla każdego kroku otrzymuje się jeden układ równań, który jest powiązany z układem równań opisującym kolejny krok czasowy. W wyniku tego, przy podziale okresu T na n kroków, istnieje potrzeba rozwiązania niesymetrycznego układu równań o wymiarze $(n + 1) \cdot k$. Implementacja tej metody wiąże się z kilkoma istotnymi ograniczeniami, mianowicie.

- Wymaga ona, aby okres T lub jego połowa były całkowitymi wielokrotnościami okresów wszystkich przebiegów występujących w układzie. Ograniczenie to powoduje, że metodę tę trudno jest stosować w przypadku występowania prądów indukowanych w wirniku (wirowych lub wymuszonych).
- Do rozwiązania układu równań nieliniowych trudno jest stosować metodę Newtona-Raphsona z uwagi na skok wartości wektora rozwiązań w pierwszej iteracji.

Efektywne obliczeniowo modele czasowo-okresowe tworzy się dopiero z wykorzystaniem implementacji równoległych, lub specjalnych sekwencyjnych metod rozwiązywania dużych układów równań. We współautorskiej pracy [A2], autor przeprowadził eksperyment obliczeniowy związany z wykorzystaniem modelu czasowo-okresowego silnika BLDC z uwzględnieniem ruchu obrotowego wirnika oraz równania równowagi mechanicznej. Analizowano silnik ze skosem żłobków, który aproksymowano za pomocą połączenia kilku siatek [A2] ze wzajemnym przesunięciem wirnika. Uzyskane wyniki obliczeń porównywano z wynikami uzyskanymi za pomocą modelu dynamicznego, w którym stan ustalony był osiągnięty po trzech pełnych sekwencjach komutacji. Przy zwiększaniu liczby siatek do 7, półokresowy model czasowo-okresowy był konkurencyjny pod względem obliczeniowym do modelu dynamicznego. Dopiero przy liczbie siatek równej 9, gdy stosunek liczby niewiadomych modelu czasowo-okresowego do modelu dynamicznego wynosi 101, jego koszty obliczeniowe są wyższe od modelu dynamicznego. Należy zwrócić uwagę, że w niektórych przypadkach liczba siatek równa 9 nie jest wystarczająco dokładną aproksymacją skosu. Jest tak np. w sytuacji, gdy głównym problemem jest minimalizacja momentu wywołanego użłobkowaniem – tzw. momentu zaczepowego, gdzie w celu wyznaczenia poprawnej optymalnej wartości kąta skosu konieczne jest zastosowanie co najmniej 20 siatek [6].

Z powyżej opisanych doświadczeń wynika, że modele tego rodzaju są zbyt mało ogólne, skomplikowane implementacyjnie i trudne do wykorzystania w projektowaniu ze względu na bardzo wysokie koszty obliczeniowe.

1.2.3. Dedykowane systemy komputerowe

Rozwój metod obliczeniowych zaowocował pojawieniem się wielu dedykowanych systemów komputerowego wspomagania prac konstrukcyjnych. Jedne z pierwszych narzędzi tego rodzaju pojawiły się w Wielkiej Brytanii w latach osiemdziesiątych XX wieku [147, 149]. W miejscu tym warto także podkreślić wysiłek związany z tworzeniem tego rodzaju oprogramowania w kraju [20, 114], które jednak nie upowszechniło się do tego stopnia, co oprogramowanie rozwijane w Europie Zachodniej.

Dwa najbardziej rozpowszechnione systemy do projektowania maszyn elektrycznych to: program SPEED, którego powstanie zainicjowano w latach osiemdziesiątych XX w. na Uniwersytecie Glasgow w Szkocji [149] oraz program Motor-CAD, opracowany na Uniwersytecie Sheffield w Anglii w tym samym czasie. Program SPEED posługuje się metodą sieci reluktancyjnej w celu wyznaczenia charakterystyk funkcjonalnych silników o predefiniowanych kształtach elementów obwodu magnetycznego. Z kolei system Motor-CAD opiera się na metodach analitycznych. Jego funkcjonalność jest poszerzona o analizę cieplną opartą na metodzie zastępczych schematów cieplnych [147]. W chwili obecnej obydwa systemy posiadają możliwość prowadzenia obliczeń polowych metodą elementów skończonych [147, 149]. Obliczenia te prowadzone są według

paradygmatu GOFER (*ang.* go to finite elements and return), co oznacza, że model polowy służy jedynie do wykonania korekty parametrów względem wartości obliczanych analitycznie. Podobnie funkcjonującymi środowiskami są Jmag Express [151], Motor Solve [143] oraz Emotor [142]. Z kolei oprogramowanie Manatee [133] jako technikę obliczeniową wykorzystuje półanalityczną metodę analizy rozkładu pola magnetycznego w poddziedzinach [133]. Z kolei, narzędzie Opera/Machines [139], które jest elementem systemu obliczeniowego Opera będącym jednym z najdłużej rozwijanych systemów komputerowych do obliczeń polowych pola elektromagnetycznego metodą elementów skończonych, służy do usprawnienia pracy konstruktora poprzez parametryzację modeli polowych maszyn elektrycznych w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej, także z uwzględnieniem zjawisk sprzężonych: cieplnych lub mechanicznych. Podobną funkcjonalność posiada narzędzie Ansys RMXprt, będące częścią systemu obliczeniowego Ansys [140]. Obydwa systemy wyposażono także w narzędzia do numerycznej optymalizacji konstrukcji obwodu magnetycznego.

1.2.4. Zagadnienia optymalizacji konstrukcji silników BLDC

Głównym celem projektowania maszyn elektrycznych jest doprowadzenie do konstrukcji spełniającej jednocześnie kilka zakładanych kryteriów. Z tego powodu zadania optymalizacji silników elektrycznych mają zazwyczaj charakter wielokryterialny [83]. Ich rozwiązywanie jest możliwe dzięki efektywnym modelom matematycznym samych maszyn jak i rozwojowi algorytmów przeszukiwania przestrzeni zmiennych decyzyjnych. Wśród najczęściej definiowanych kryteriów optymalizacji silników BLDC znajdują się:

- redukcja pulsacji momentu elektromagnetycznego [32, 33, 39, 71, 83, 86] i redukcja momentu reluktancyjnego wywołanego uzłobkowaniem, zwanego momentem zaczepowym [83, 84, 120]
- ogólna poprawa wskaźników eksploatacyjnych i zwiększenie stosunku rozwijanego momentu elektromagnetycznego do masy lub objętości [71]
- redukcja wybranych harmoniczných napięcia rotacji [71, 88]

Z uwagi na wielomodalność definiowanych funkcji celu i zazwyczaj dużą liczbę zmiennych decyzyjnych występujących w takich zadaniach, w ich rozwiązywaniu trudno jest stosować metody przeszukiwania lokalnego [8, 94]. Istnieją jednak prace pokazujące, że w niektórych przypadkach gradientowe metody przeszukiwania lokalnego mogą dawać zadowalające rezultaty [120]. Wśród współczesnych metod optymalizacji najbardziej dynamiczny rozwój zaszedł w metodach przeszukiwania globalnego [105, 118]. Największą rolę w tym przypadku odegrała możliwość wykorzystania obliczeń ewolucyjnych [94] oraz algorytmów inspirowanych zjawiskami naturalnymi

[37, 42, 116, 119]. Bardzo dużą zaletą tych metod jest możliwość sformułowania funkcji celu odwołującej się w sposób bezpośredni do modelu matematycznego maszyny, co ułatwia korzystanie z modeli polowych. W wielu przypadkach podejście to wiąże się jednak z istotnymi kosztami obliczeniowymi. W celu zmniejszenia kosztów obliczeniowych często spotyka się podejście, w którym nie korzysta się z modelu matematycznego maszyny w sposób bezpośredni, a zamiast tego tworzy się jej metamodel [64]. Ten ostatni jest modelem komputerowym, który w przestrzeni zmiennych decyzyjnych jest równoważny modelowi oryginalnemu, jednak cechuje go brak jawnego powiązania z innymi parametrami tego modelu, a przez to bardzo niski niezbędny nakład obliczeniowy w porównaniu z modelem oryginalnym. Do tworzenia metamodeli stosuje się procedurę składającą się z dwóch kroków, tj. przeprowadzenie projektowanego eksperymentu komputerowego, wykonanie aproksymacji otrzymanej odpowiedzi zwaną metodą powierzchni odpowiedzi [38, 59, 68]. Spotykane są różne sposoby realizacji obydwu kroków. Najczęstszym sposobem realizacji pierwszego kroku jest losowanie bez powtórzeń zwane metodą hipersześcianu łacińskiego [70, 107, 108]. W celu realizacji drugiego klasycznie stosowane są funkcje bazy wielomianowej [15], jednak o wiele szersze możliwości daje zastosowanie metod rekonstrukcji funkcji takich jak kriging [64, 79], oraz metoda ruchomych najmniejszych kwadratów [58].

Bez względu na rodzaj wykorzystanych metod, rozwiązanie zagadnień optymalizacji wielokryterialnej ma postać kompromisu [71]. Do wyboru jednego z rozwiązań optymalnych konstruktor musi doprowadzić samodzielnie bazując na własnej wiedzy i doświadczeniu [71]. Złożoność tego zagadnienia jest powodem, dla którego pomimo bardzo dużego postępu, który ujęto w niniejszym opisie, do chwili obecnej nie pojawiły się tzw. systemy ekspertowe z zakresu projektowania maszyn elektrycznych, a coraz większą uwagę poświęca się metodom, które dają możliwość uwzględnienia heurystyki wynikającej z doświadczenia i wiedzy konstruktora.

1.3. Cele i teza pracy

Rozwój konstrukcji i poprawa parametrów silników BLDC zależy w jednakowym stopniu od postępu w inżynierii materiałowej i postępu w metodach projektowania. Obecnie projektowanie, zarówno silników elektrycznych, jak również ich układów zasilających, odbywa się w dużym stopniu poprzez symulację komputerową, co pozwala zaoszczędzić czas i uniknąć kosztów budowy prototypu. Program do projektowania silników BLDC powinien pozwolić konstruktorowi zrealizować główne cele ale również pozwolić na uwzględnienie jego wiedzy i doświadczenia w procesie projektowania.

Do tego celu wymagany jest adekwatny i wydajny model matematyczny. W wyniku inwentaryzacji stanu wiedzy stwierdzono brak opisu w dostępnej literaturze modelu, który dawał by możliwości szybkiej analizy tylko ustalonych stanów pracy silnika BLDC z uwzględnieniem wpływu układu zasilania. W związku z powyższym w pracy przedstawiono propozycję nowego połowo – obwodowego modelu matematycznego silnika BLDC przeznaczonego do analizy wyłącznie ustalonych stanów pracy tych silników. Przy uwzględnieniu aktualnego stanu wiedzy, sformułowano następującą tezę pracy:

Zaproponowany model matematyczny dla ustalonych stanów pracy stanowi podstawę szybkich i skutecznych metod projektowania silników bezszczotkowych prądu stałego.

Powyższa teza będzie udowadniana w niniejszej pracy poprzez realizację następujących celów:

- opracowanie nowego modelu matematycznego wspomagającego projektowanie silników bezszczotkowych prądu stałego;

Cel ten zostanie osiągnięty przez studia literaturowe i prace teoretyczne. Jako baza do implementacji komputerowej opracowanego modelu matematycznego zostanie zastosowany system obliczeniowy Matlab [89]. Opracowany zostanie zestaw programów i plików wsadowych do obliczeń według zaproponowanego algorytmu oraz komunikacji z programem do automatycznego tworzenia siatki elementów skończonych. Zastosowanym generatorem siatki będzie program Gmsh [41].

- Określenie zakresu zastosowań oraz ograniczeń zaproponowanego modelu na drodze weryfikacji eksperymentalnej i porównań z modelem odniesienia.

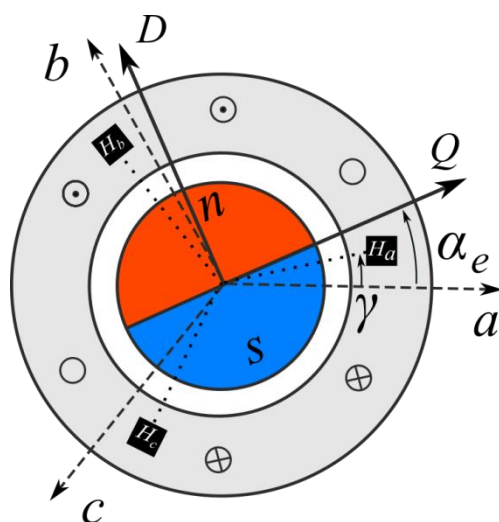
Powyższy cel zostanie osiągnięty poprzez zweryfikowanie poprawności zaproponowanego modelu dla dwóch różnych silników. Weryfikacja zostanie przeprowadzona poprzez porównanie uzyskanych wybranych wyników obliczeń z wynikami otrzymanymi za pomocą modelu odniesienia, którym

będzie model polowy cechujący się znacznie mniejszą liczbą wprowadzonych uproszczeń. Ponadto, przeprowadzone zostaną prace eksperymentalne na stanowisku laboratoryjnym, w wyniku których wybrane wyniki obliczeń zostaną porównane z wynikami pomiarów. Obydwa wymienione cele zostaną osiągnięte także w wyniku realizacji zadania projektowego, w wyniku którego zostanie zbudowany model fizyczny silnika, a następnie poddany badaniom laboratoryjnym.

2. Model matematyczny silnika BLDC w ustalonych stanach pracy

2.1 Model o parametrach skupionych oparty na krótkoczasowym uśrednieniu wartości chwilowych

Punktem startowym przy wyprowadzaniu równań opisujących silnik BLDC w ustalonych stanach pracy jest podejście przedstawione w pracy [48]. Polega ono na przystosowaniu modelu dynamicznego silnika synchronicznego magnetoelektrycznego o parametrach skupionych do opisu silnika BLDC. Zastosowano w nim uśrednienie krótkoczasowe równań za jeden okres komutacji celem pominięcia złożonych kształtów przebiegów napięć i prądów.



Rys. 2.1.1. Model uogólnionej maszyny synchronicznej magnetoelektrycznej; (H_a , H_b , H_c symbolizują czujniki Halla zamontowane w silniku).

Zastosowany model dynamiczny o parametrach skupionych opisuje silnik z powierzchniowym montażem magnesów trwałych, tj. przypadek kiedy dopuszczalne jest pominięcie zależności zastępczej permeancji obwodu magnetycznego stojana od kąta obrotu wirnika. Dodatkowym założeniem jest przyjęcie jednoharmonicznego przebiegu napięcia rotacji. Model ten ma postać:

$$\mathbf{u}_{abc} = R\mathbf{i}_{abc} + L\frac{d}{dt}\mathbf{i}_{abc} + \lambda_m\omega_e \begin{bmatrix} \cos\alpha_e \\ \cos(\alpha_e - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha_e + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$T_e - T_l = \frac{J}{p} \frac{d\omega_e}{dt} \quad (2.2)$$

$$\text{gdzie: } T_e = \lambda_m \mathbf{i}_{abc}^T \begin{bmatrix} \cos \alpha_e \\ \cos(\alpha_e - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha_e + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_s & L_m & L_m \\ L_m & L_s & L_m \\ L_m & L_m & L_s \end{bmatrix}.$$

Na wstępie należy zauważyć, że o ile dwa opisane powyżej założenia są na ogół dopuszczalne w silnikach BLDC, to wektor \mathbf{u}_{abc} opisuje napięcia bezpośrednio na pasmach uzwojenia, które nawet w ustalonym stanie pracy są złożonymi funkcjami czasu, parametrów silnika i zadanego obciążenia [96]. Reasumując, odwzorowanie przebiegów zmienności tych napięć wymaga uwzględnienia wpływu zasilania za pośrednictwem przekształtnika.

Problem ten ulega znacznemu uproszczeniu w przypadku, gdy przy użyciu transformacji Parka, równania (2.1) - (2.2) opisujące przebiegi we współrzędnych naturalnych (fazowych), zostaną przekształcone do przebiegów we współrzędnych osiowych (rys. 2.1.1), a następnie uśrednione krótkoczasowo za jeden okres komutacji wynoszący w maszynie trójfazowej 60° elektrycznych. Stosując macierz Parka

$$P(\alpha_e) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \alpha_e & \cos(\alpha_e - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \alpha_e & \sin(\alpha_e - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\alpha_e + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

dla układu trójfazowego symetrycznego transformowane równania (2.1) i (2.2) mają postać [49]:

$$u_Q = R i_Q + L_{syn} \frac{di_Q}{dt} + \omega_e L_{syn} i_D + \omega_e \lambda_m \quad (2.4)$$

$$u_D = R i_D + L_{syn} \frac{di_D}{dt} - \omega_e L_{syn} i_Q \quad (2.5)$$

$$T_e = \frac{3p}{2} \lambda_m i_Q \quad (2.6)$$

gdzie: $L_{syn} = L_\sigma + \frac{3}{2} L_m$.

Jeśli znane są przebiegi napięć \mathbf{u}_{abc} , np. poprzez ich uprzedni pomiar na modelu fizycznym, to w wyniku rozwiązania równań (2.4) – (2.6) w dziedzinie czasu, w ustalonym stanie pracy otrzymuje się przebiegi prądów zawierające składowe stałe oraz pulsacje będące wynikiem komutacji pasm fazowych. Uniezależnienie przebiegów prądów, napięć i momentu elektromagnetycznego od pulsacji można osiągnąć stosując krótkoczasowe uśrednienie powyższych równań za pojedynczy okres komutacji. W celu dokonania tego uśrednienia stosuje się operator średniej ruchomej, który dla dowolnej zmiennej $x(t)$ zależnej od czasu jest zdefiniowany następująco:

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{T_k} \int_{t-T_k}^t x(\tau) d\tau \quad (2.7)$$

Uśrednione równania (2.4) – (2.6) przyjmują postać:

$$\bar{u}_Q = R\bar{i}_Q + L_{syn} \frac{d\bar{i}_Q}{dt} + \bar{\omega}_e L_{syn} \bar{i}_D + \bar{\omega}_e \lambda_m \quad (2.8)$$

$$\bar{u}_D = R\bar{i}_D + L_{syn} \frac{d\bar{i}_D}{dt} - \bar{\omega}_e L_{syn} \bar{i}_Q \quad (2.9)$$

$$\bar{T}_e = \frac{3p}{2} \lambda_m \bar{i}_Q \quad (2.10)$$

Z kolei, w równaniach (2.8) – (2.9) w stanie ustalonym występują tylko składowe stałe, w związku z czym, uwzględniając, że $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dx}{dt} = 0$, można łatwo przejść do opisu ustalonego stanu pracy w dziedzinie elektrycznej prędkości kątowej:

$$\bar{U}_Q = R\bar{I}_Q + \bar{\Omega}_e L_{syn} \bar{I}_D + \bar{\Omega}_e \lambda_m \quad (2.11)$$

$$\bar{U}_D = R\bar{I}_D - \bar{\Omega}_e L_{syn} \bar{I}_Q \quad (2.12)$$

$$\bar{T}_e = \frac{3p}{2} \lambda_m \bar{I}_Q \quad (2.13)$$

Krótkoczasowe uśrednienie równań powoduje zanik pulsacji i przez to upraszcza opis, jednak nie eliminuje to wpływu komutacji na przebiegi prądów i momentu elektromagnetycznego. Konsekwencją tego jest trudny, o ile w ogóle możliwy do wykonania, opis zależności napięć \bar{U}_Q oraz \bar{U}_D od prędkości obrotowej. Na podstawie istniejącego stanu wiedzy, można stwierdzić, że opis analityczny (aczkolwiek przybliżony) tych zależności można podać tylko w przypadku zastosowania komutacji 180° . W takim przypadku dobre rezultaty modelowania matematycznego osiąga się zakładając, że napięcia te są stałe i równe (dla komutacji $180^\circ \gamma = 0^\circ$),

$$\bar{U}_Q = \frac{2}{3} U_{DC} \cos \gamma \quad (2.14)$$

$$\bar{U}_D = \frac{2}{3} U_{DC} \sin \gamma \quad (2.15)$$

jednak, błąd modelowania na skutek takiego uproszczenia wzrasta wraz ze wzrostem współczynnika indukcyjności uzwojenia. W przypadku zastosowania komutacji 120° funkcje te znacznie się komplikują. Podstawowym problemem jest fakt, że wyraźnie zależą one nie tylko od prędkości kątowej, ale również od wartości parametrów skupionych silnika, które z kolei zależą od punktu pracy maszyny. Z tego powodu nie można wyznaczyć ich zmienności na podstawie osobnego modelu matematycznego niesprzężonego z tym modelem. Według [65], dla kąta $\gamma = 30^\circ$ (komutacja 120°) funkcje te spełniają równania

$$\bar{U}_Q = a\bar{\Omega}_e^2 + \frac{\sqrt{3}}{3} U_{DC} \quad (2.16)$$

$$\bar{U}_D = b\bar{\Omega}_e^2 + c\bar{\Omega}_e \quad (2.17)$$

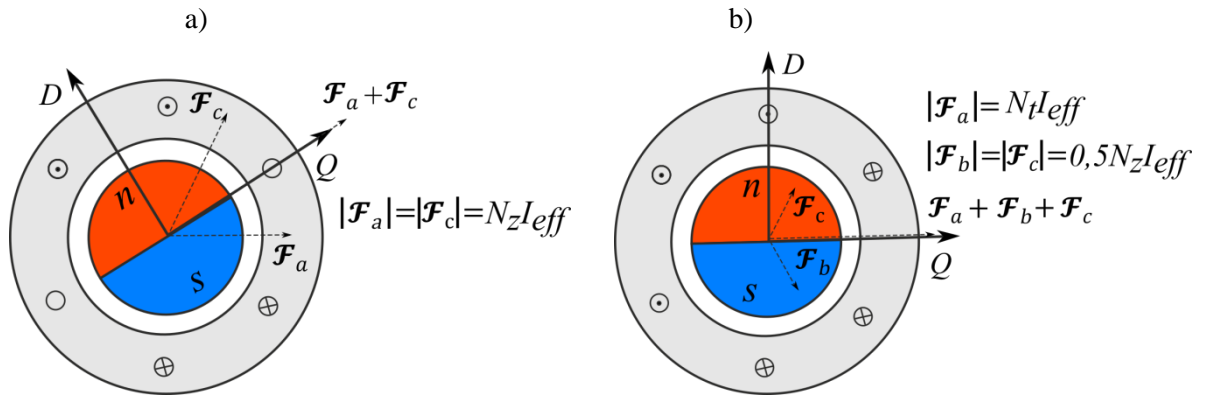
gdzie: a, b, c są dodatnimi stałymi, które należy zidentyfikować. Powyższy opis jest kompletny pod względem matematycznym, jednak jest on prawie nieprzydatny z punktu widzenia projektowania z uwagi na konieczność eksperymentalnego określenia stałych występujących w równaniach (2.16) i (2.17). Jego cechą jest także brak odwracalności (2.11)-(2.13) do równań we współrzędnych naturalnych.

Prezentacja powyższego najprostszego opisu matematycznego silnika BLDC w ustalonym stanie pracy uzmysławia, że przekształtnik statyczny jest integralną częścią tego przetwornika, a w modelowaniu matematycznym wymaga on równorzędnego traktowania z samym silnikiem. Najbardziej odpowiednie do tego jest wykorzystanie modeli wzajemnie sprzężonych. Z kolei, zmienność punktu pracy silnika pociąga za sobą zmienność jego parametrów skupionych na skutek zmian nasycenia obwodu magnetycznego oraz działania strumienia reakcji twornika. Do odwzorowania tego ostatniego najbardziej nadają się modele polowe. Z tego punktu widzenia, za najbardziej uzasadnione należy uznać sprzężenie modeli: obwodowego przekształtnika oraz polowego samego przetwornika w stanach ustalonych. Model taki zostanie przedstawiony w kolejnych podrozdziałach.

2.2 Model polowo – obwodowy

2.2.1 Ogólna koncepcja

Jednym z głównych z założeń przyjętych w proponowanym podejściu jest pominięcie wpływu ruchu obrotowego wirnika oraz zjawisk towarzyszących komutacji prądu na parametry skupione występujące w równaniach (2.11) – (2.13). Zakłada się, że parametry te są funkcją tylko wartości indukcji magnetycznej stałej w punkcie pracy. Maszyna jest rozpatrywana z wirnikiem nieruchomym, którego położenie kątowe jest takie, że oś Q wirnika pokrywa się z położeniem wypadkowego fatora przepływu uzwojenia. Położenia te, dla maszyny uogólnionej, dla dwóch rozważanych sposobów zasilania (120° i 180°) uzwojeń, są przedstawione na rys. 2.2.1



Rys. 2.2.1 Model uogólniony silnika BLDC: a) przy zastosowaniu komutacji 120°, b) przy zastosowaniu komutacji 180°.

Przedstawione na rys. 2.2.1 położenia wirnika odpowiadają występowaniu w maszynie maksymalnej wartości momentu elektromagnetycznego. Aby na podstawie takiego modelu otrzymać wartość możliwie bliską średniemu momentowi elektromagnetycznemu, uzwojenia zasilają się stałą - efektywną wartością prądu, której sposób wyznaczenia zostanie przedstawiony w dalszej części rozdziału.

Wychodząc z równania przepływu opisującego płasko – równoległy rozkład pola magnetostatycznego za pomocą składowej A_z magnetycznego potencjału wektorowego i uwzględniając powierzchniową gęstość prądu κ występującą na dowolnym brzegu analizowanego obszaru, można zapisać następujące równanie różniczkowe cząstkowe

$$-\text{div}(\nu \text{grad} A_z) = J_z + (\text{rot} \mathbf{H}_c)_z + \kappa \quad (2.18)$$

a także warunek brzegowy dla potencjału A_z

$$A_z = 0 \quad (2.19)$$

gdzie indeks dolny z oznacza składową wektora. Przyjmuje się, że równania te opisują silnik w przypadku gdy rdzeń stojana nie posiada skosu oraz jedną spośród n_{sk} warstw modelu wielowarstwowego, w przypadku gdy występuje skos. Warstwy te rozmieszczone są wzdłuż długości wirnika. Modele składowe odpowiadają kolejnym położeniom wirnika oddalonym względem siebie o kąt mechaniczny $\Delta\alpha_{sk} = \alpha_{sk}/(n_{sk} - 1)$, a poszczególne rozkłady pola magnetycznego są wzajemnie sprzężone tylko przez gęstość prądu w uzwojeniu. Aby umożliwić obracanie wirnikiem na kolejnych warstwach konieczne jest wprowadzenie równań zapewniających ciągłość składowej normalnej wektora indukcji magnetycznej oraz składowej stycznej wektora natężenia pola magnetycznego w szczelinie powietrznej na każdej warstwie. Zastosowane w tym celu podejście polega na wykorzystaniu w tym celu tzw. metody powierzchni ślizgowej [22], w której każdy model składowy dzieli się na część ruchomą i nieruchomą. W celu osiągnięcia ciągłości rozkładu pola magnetycznego między obydwoma częściami w modelu opisanym równaniem (2.18) żąda się aby zachodziło dodatkowo

$$A_{zn} - A_{zr} = 0 \quad (2.20)$$

$$\kappa_n - \kappa_r = 0 \quad (2.21)$$

gdzie indeksy n i r odnoszą się do odpowiednio, nieruchomej i ruchomej części układu. Zastosowanie praktyczne omawianej metody polega na doprowadzeniu do tego, aby powierzchnia ślizgowa była traktowana jako wirtualny brzeg wewnętrzny analizowanego obszaru, czego warunkiem koniecznym jest aby gęstość prądu κ zanikała na tym brzegu. Osiąga się to dokonując projekcji gęstości prądu z jednego obszaru na drugi. Gęstość prądu na brzegu ruchomym wyraża się jako $\kappa_r = p(\kappa_n)$ gdzie p jest funkcją mającą własność $p(\cdot) = p(p(\cdot))$. Uwzględniając powyższe, równania (2.20) i (2.21) przyjmują postaci

$$\kappa_n - p(\kappa_n) = 0 \quad (2.22)$$

$$A_{zn} - p(A_{zn}) = 0 \quad (2.23)$$

Jeśli funkcja p ma własność opisaną powyżej, to obydwie powyższe równania są spełnione, gdyż ich projekcje za pomocą funkcji p są równe zero. Zagadnienie odwzorowania ruchu obrotowego może być realizowane także innymi, znacznie prostszymi metodami, jak np. przesuwanie środowisk ze źródłami pola magnetycznego, w której nie ma potrzeby uwzględniania dodatkowych równań. Jednakże zastosowane w pracy podejście ma związek z realizacją dodatkowych celów, które zostaną opisane w dalszej części rozdziału.

Powyższe równania stosowane są także w przypadku kiedy stosowane jest ograniczenie obszaru obliczeniowego do części modelu odpowiadającej powtarzalnemu obszarowi silnika, tj. najczęściej dwóm podziałkom biegunowym maszyny. Są to tzw. periodyczne (cykliczne) warunki brzegowe [69].

Przy zastosowaniu metody elementów skończonych i procedury Galerkin dla elementów trójkątnych pierwszego rzędu [10, 69], otrzymuje się następujący układ równań

$$[\mathbf{S}(B^2)][\boldsymbol{\varphi}] = [\mathbf{F}_l] + [\mathbf{F}_m(B^2)] + [\mathbf{B}^T][\boldsymbol{\kappa}] \quad (2.24)$$

$$[\mathbf{B}][\boldsymbol{\varphi}] = \mathbf{0} \quad (2.25)$$

gdzie: $[\mathbf{S}(B^2)]$ jest hipermacierzą macierzy reluktancji o wyrazach zależnych od kwadratu indukcji magnetycznej, $[\boldsymbol{\varphi}]$ hiperwektorem wektorów poszukiwanych potencjałów magnetycznych, $[\mathbf{F}_l]$ hiperwektorem wektorów sił magnetomotorycznych uzwojenia, natomiast $[\mathbf{F}_m(B^2)]$ hiperwektorem wektorów sił magnetomotorycznych magnetyzacji magnesów trwałych, natomiast $[\mathbf{B}]$ hipermacierzą równań więzów.

Równanie (2.25) jest dyskretnym odpowiednikiem równań (2.19)-(2.21). Numerycznym odpowiednikiem operatora projekcji w równaniach (2.22)-(2.23) jest operator interpolacji. W przedstawionym modelu zastosowano interpolację trygonometryczną opisaną w pracach [22, 26, 66]. Hipermacierze w powyższych równaniach są opisane następującymi zależnościami

$$[\mathbf{S}(B^2)] = \mathbf{diag}([\mathbf{S}_1(B_1^2), \mathbf{S}_2(B_2^2), \dots, \mathbf{S}_{n_{sk}}(B_{n_{sk}}^2)]) \quad (2.26)$$

$$[\boldsymbol{\varphi}] = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_{n_{sk}}]^T \quad (2.27)$$

$$[\mathbf{F}_I] = [\mathbf{F}_{I1}, \mathbf{F}_{I2}, \dots, \mathbf{F}_{In_{sk}}]^T \quad (2.28)$$

$$[\mathbf{F}_m(B^2)] = [\mathbf{F}_{m1}(B_1^2), \mathbf{F}_{m2}(B_2^2), \dots, \mathbf{F}_{m_{n_{sk}}}(B_{n_{sk}}^2)]^T \quad (2.29)$$

$$[\mathbf{B}] = [\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_{n_{sk}}] \quad (2.30)$$

$$[\boldsymbol{\kappa}] = [\boldsymbol{\kappa}_1, \boldsymbol{\kappa}_2, \dots, \boldsymbol{\kappa}_{n_{sk}}]^T \quad (2.31)$$

W przypadku elementów skończonych trójkątnych pierwszego rzędu, które zastosowano w niniejszej pracy, sposób uzyskania tych macierzy jest ogólnie znany i obszernie prezentowany w literaturze [10, 25, 69], dlatego nie będzie on prezentowany w niniejszej pracy.

Moment elektromagnetyczny, obliczany w modelu wielowarstwowym, jest równy sumie momentów pochodzących od wszystkich modeli składowych (warstw)

$$T_e = \sum_{i=1}^{n_{sk}} T_i \quad (2.32)$$

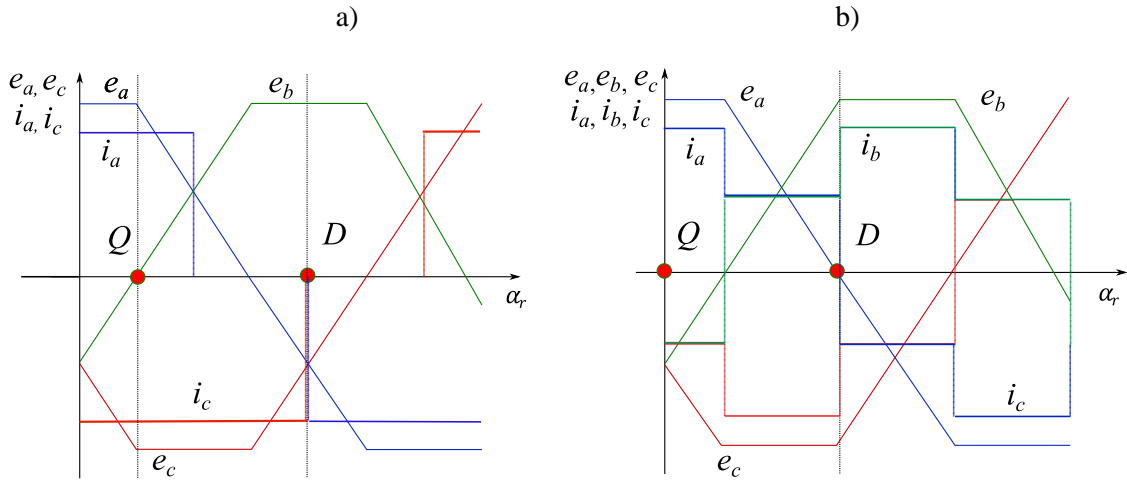
przy czym T_i jest obliczany poprzez całkowanie składowej kierunkowej tensora gęstości momentów naprężeń powierzchniowych w szczelinie powietrznej [25]

$$T_i = \frac{r^2}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{ri} B_{\psi i} d\alpha \quad (2.33)$$

Wobec faktu występowania wyższych harmonicznych w przebiegu momentu elektromagnetycznego, pewne zastrzeżenia może budzić założenie dotyczące równości wartości momentu elektromagnetycznego obliczanego na podstawie takiego modelu i rzeczywistej średniej wartości momentu elektromagnetycznego wytwarzanej przez maszynę. Jego uzasadnienie zostanie opisane poniżej.

Pomimo, że moment elektromagnetyczny jest obliczany na podstawie modelu polowego, to przyjęte podejście do jego określenia ma wiele wspólnego ze sposobem w jaki wyrażony jest moment elektromagnetyczny w modelu o parametrach skupionych, tj. poprzez iloczyn składowej kwadraturowej prądu i stałej strumieniowej. Załóżmy, że podobnie jak w modelu obwodowym przedstawionym w podrozdziale 2.1, napięcie rotacji ma przebieg cosinusoidalny. Wykorzystując

rys. 2.2.2.a. oraz rys. 2.2.2.b., można zauważyć, że dla komutacji 120° położenie kątowne wirnika jest takie, że kąt fazowy napięcia rotacji w paśmie a wynosi $\pi/6$, natomiast w paśmie c , $5\pi/6$. Wartości chwilowe pasmowych sił elektromotorycznych rotacji wynoszą odpowiednio



Rys. 2.2.2 Idealne - trapezoidalne przebiegi pasmowych napięć rotacji i quasi-prostokątne przebiegi prądów dla: a) komutacji 120° , b) komutacji 180° z zaznaczonymi położeniami osi Q i D odpowiadającymi sytuacjom przedstawionym na rys. 2.2.2.

$$e_a(\pi/6) = \sqrt{3}/2 \bar{\Omega}_e \lambda_m \quad \text{i} \quad e_c(5\pi/6) = -\sqrt{3}/2 \bar{\Omega}_e \lambda_m \quad (2.34a,b)$$

Z kolei, wyznaczając wartość średnią napięcia rotacji za pojedynczy okres komutacji, przy uwzględnieniu założenia jej cosinusoidalnej zmienności czasowej, otrzymuje się:

$$\bar{E}_a = \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{\pi/6} \bar{\Omega}_e \lambda_m \cos \alpha_e d\alpha_e = 3/\pi \bar{\Omega}_e \lambda_m \approx 0.955 \bar{\Omega}_e \lambda_m \quad (2.35)$$

Względna różnica wartości \bar{E}_a oraz $e_a(\pi/6)$ wynosi około 9 %. Dla napięcia o przebiegu quasi-trapezoidalnym jest ona jeszcze mniejsza. W przypadku przebiegu napięcia o 20 procentowej zawartości trzeciej harmonicznej, różnica ta maleje do 4.5 %. Można zatem wnioskować, że w takim modelu wartość momentu elektromagnetycznego, wytwarzanego przez pojedyncze pasmo uzwojenia jest proporcjonalna do iloczynu napięcia rotacji (2.34) i efektywnej wartości prądu i jest ona bliska wartości średniej momentu elektromagnetycznego w rzeczywistej maszynie. Różnice między tymi wartościami będą powiększały się w miarę zanikania harmonicznej rzędu trzeciego w napięciu rotacji, tj. przy zanikaniu quasi-trapezoidalnego kształtu przebiegu tego napięcia. Podobne rozważania można przeprowadzić dla sytuacji przedstawionej na rys. 2.2.2.b.

Dla komutacji 180° , przy której aktywne są wszystkie trzy pasma, otrzymuje się:

$$e_a(0) = \bar{\Omega}_e \lambda_m, \quad e_b(0) = -0,5\bar{\Omega}_e \lambda_m, \quad e_c(0) = 0,5\bar{\Omega}_e \lambda_m \quad (2.36)$$

Uwzględniając, że poszczególne pasma są zasilane pełną (pasmo a) lub połową efektywnej wartości prądu (pasma b i c), suma iloczynów napięć rotacji i odpowiadających im prądów daje wartość $3/2 \bar{\Omega}_e \lambda_m I_{eff}$. Tę samą wartość otrzymuje się uwzględniając sinusoidalny przebieg napięcia rotacji i uśredniając iloczyny efektywnej wartości prądu i efektywnego prądu pasm. W przypadku gdy napięcie rotacji ma 20 procentową zawartość trzeciej harmonicznej, różnica ta wzrasta do około 7 %. Powyższe oszacowania okazują, że obliczana wartość średnia momentu elektromagnetycznego jest najbardziej zbliżona do wartości średniej momentu elektromagnetycznego w rzeczywistej maszynie, gdy przebieg pasmowego napięcia rotacji będzie quasi-trapezoidalny przy komutacji 120° i sinusoidalny przy komutacji 180° . W przypadku obydwu rodzajów zasilania zaproponowany model powoduje powstanie błędów. W przypadku komutacji 120° wyższą dokładność uzyskuje się dla quasi-trapezoidalnego przebiegu napięcia rotacji, podczas gdy w przypadku komutacji 180° , dla napięcia sinusoidalnego. Należy jednak stwierdzić, że nie ma poważnych przeszkód do tego, aby tego rodzaju model znalazł zastosowanie w procesie projektowania. W zadaniach takich zazwyczaj odrzuca się przypadki, w których przebiegi napięcia rotacji znacznie odbiegają od postulowanych (quasi-trapezoidalnego lub sinusoidalnego). W silnikach BLDC, w których magnesy trwale są montowane na powierzchni wirnika, efekt ten osiąga się poprzez właściwy wybór rodzaju uzwojenia, liczby żłobków oraz stosunku rozpiętości magnesów trwałych do rozpiętości podziałki biegunowej. Głównym ograniczeniem zaproponowanego modelu jest brak odwzorowania wpływu wyższych harmonicznych czasowych rozkładu indukcji magnetycznej, a co za tym idzie brak możliwości wyznaczenia tętnień momentu elektromagnetycznego – będzie on dawał najdokładniejsze wyniki w przypadku maszyn o niskim współczynniku tętnień. Jednakże, jego główne zalety wynikają z możliwości:

- uwzględnienia nieliniowości obwodu magnetycznego,
- uwzględnienia oddziaływania twornika,
- oszacowania strat w żelazie na podstawie rozkładu przestrzennego pola magnetycznego,
- uwzględnienia skosu żłobków.

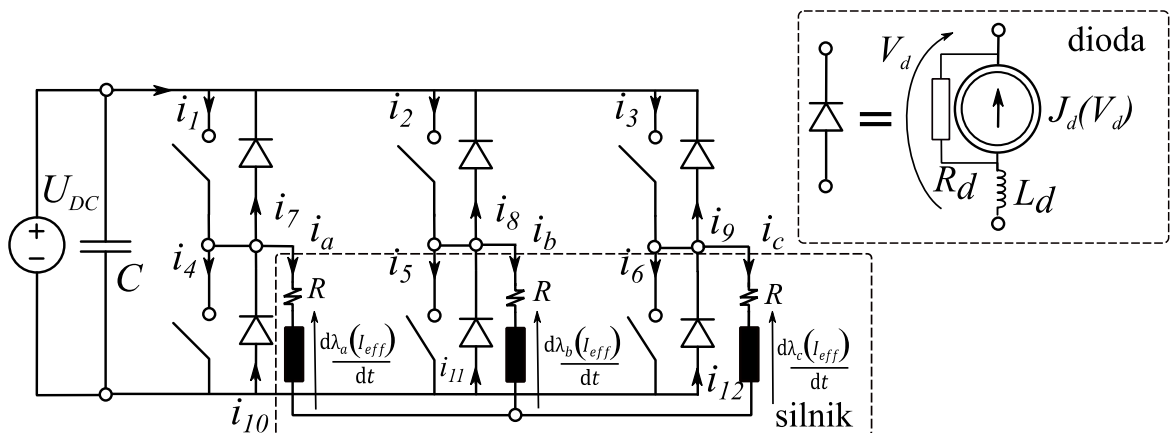
W opisanym wyżej modelu zakłada się, że pasma uzwojenia silnika zasila stały prąd efektywny I_{eff} . Prąd efektywny to taki, który mając związek z rzeczywistym prądem pasm, spowoduje, że wartość momentu elektromagnetycznego obliczana za pomocą wzoru (2.33) będzie bliska rzeczywistej wartości średniej momentu. Kandydatem do wyznaczenia tego prądu może być składowa kwadraturowa prądu obliczana z równań (2.11) – (2.13). W takim przypadku, stosując odwrotną transformację Parka, otrzymuje się $I_{eff} = \sqrt{3}/2 \bar{I}_Q$ oraz $I_{eff} = \bar{I}_Q$ odpowiednio, dla komutacji 120° oraz dla komutacji 180° .

Oprócz trudnych do wyznaczenia napięć zasilających występujących w tych równaniach, należy wtedy dodatkowo zwrócić uwagę na brak komplementarności pomiędzy opisem według równań (2.11) – (2.13) oraz zaprezentowanym wyżej modelem do wyznaczenia wartości średniej momentu elektromagnetycznego. O ile w przypadku równań (2.11) – (2.13) składowa bezpośrednia prądu (\bar{I}_D) będzie zawsze niezerowa, to w modelu polowym zakłada się, że fazor głównego strumienia magnetycznego jest idealnie zorientowany względem fazora przepływu stojana. Reasumując, do wyznaczenia prądu I_{eff} należy zastosować bardziej złożony model, którego opis matematyczny powinien uwzględniać przekształtnik. Z uwagi na wyżej wymienione ograniczenia, w rozważanym przypadku zdecydowano się na zastosowanie słabego sprzężenia pomiędzy opisany wyżej modelem polowym a modelem obwodowym, które zostanie opisane w kolejnych podrozdziałach.

2.2.2 Model obwodowy

Od modelu obwodowego opisującego silnik BLDC w ustalonym stanie pracy, oczekuje się, że będzie on w stanie odwzorować przebiegi prądów i napięć oraz uwzględnić ich zmienność przy różnych prędkościach obrotowych wirnika. Jedynie wówczas obliczony prąd efektywny będzie prawidłowo reprezentował prąd w obwodach uzwojeń silnika. Jest to możliwe jedynie, gdy w układzie przedstawionym na rys. 2.2.3. w sposób adekwatny zostanie odwzorowana praca elementów kluczujących. Potrzeba takiego odwzorowania dotyczy zwłaszcza pracy diod połączonych równolegle z kluczami tranzystorowymi, które jako elementy nieliniowe sterowane napięciowo mają bardzo duży wpływ na kształt przebiegu prądu. W odniesieniu do kluczy tranzystorowych, z uwagi na niską częstotliwość pracy, przyjęcie nawet najprostszego modelu pracującego dwustanowo ma z kolei niewielki wpływ na kształt prądu.

Opracowany model obwodowy dotyczy zastosowania dwupoziomowego falownika napięcia przedstawiono na rys. 2.2.3. Przyjęto, że dla maszyn niskoobrotowych pracujących przy częstotliwości prądu rzędu kilkudziesięciu herców, odpowiednimi modelami elementów półprzewodnikowych będą modele jednogalęziowe. Tranzystory MOSFET są reprezentowane przez rezystancje pracujące dwustanowo pomiędzy wartościami R_{ON} w stanie załączenia i R_{OFF} w stanie wyłączenia.



Rys. 2.2.3. Model obwodowy przekształtnika i silnika BLDC.

Z kolei diody połączone równolegle z tranzystorami, przez szeregowe połączenie źródeł prądowych sterowanych napięciowo z indukcyjnościami doprowadzeń. Źródła prądowe są określone przez charakterystykę statyczną diody, natomiast indukcyjność L_d odpowiada indukcyjności doprowadzeń.

Najistotniejszą częścią tego modelu jest opis sił elektromotorycznych uzwojeń. W opisie tym przyjęto, że siły elektromotoryczne transformacji i rotacji są wyrażone następująco:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\lambda_a}{dt} \\ \frac{d\lambda_b}{dt} \\ \frac{d\lambda_c}{dt} \end{bmatrix} = \mathbf{L}(I_{eff}) \begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix} + \underbrace{\lambda_m(I_{eff})\omega_e \frac{E_{pk}}{E_1}}_{e_{rot}} \begin{bmatrix} \cos(\omega_e t) \\ \cos\left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\omega_e t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\text{gdzie: } \mathbf{L}(I_{eff}) = \begin{bmatrix} L_s(I_{eff}) & M(I_{eff}) & M(I_{eff}) \\ M(I_{eff}) & L_s(I_{eff}) & M(I_{eff}) \\ M(I_{eff}) & M(I_{eff}) & L_s(I_{eff}) \end{bmatrix}$$

jest macierzą indukcyjności uzwojenia, natomiast $\lambda_m(I_{eff})$ amplitudą strumienia skojarzonego z pojedynczym pasmem uzwojenia. Wielkości te są funkcjami prądu efektywnego zasilającego uzwojenie, co oznacza, że są one wyznaczane od nowa w każdym rozpatrywanym punkcie pracy silnika. W powyższym opisie przyjęto, że siła elektromotoryczna rotacji jest monoharmoniczną funkcją czasu. Jest to poważne założenie, jednak konieczne z uwagi na fakt, że w zastosowanym modelu wyznaczana jest stała strumieniowa λ_m , a nie napięcie rotacji. Kolejny problem to fakt, że w maszynach z quasi-trapezoidalnym przebiegiem napięć rotacji podstawowa harmoniczna tego przebiegu ma większą amplitudę od amplitudy pełnego przebiegu, wprowadzono zatem korektę za pomocą współczynnika E_{pk}/E_1 , w którym E_{pk} jest wartością maksymalną przebiegu napięcia rotacji. Szczegóły dotyczące sposobu wyznaczenia wartości wszystkich wielkości występujących w równaniach (2.37) zostaną opisane w dalszej części pracy.

W opisie matematycznym części przekształtnikowej tranzystor zastąpiono rezystancją parametryczną zmieniającą się sposób bezzwłoczny pomiędzy wartością R_{min} w stanie przewodzenia oraz R_{max} w stanie blokowania. Z kolei, dioda została zastąpiona szeregowym połączeniem rezystancji, indukcyjności oraz źródła prądowego sterowanego napięciowo. Z uwagi na specyfikę rozważanego obwodu elektrycznego związaną z występowaniem elementów nieliniowych będących funkcją napięć, w analizie dogodniej jest zastosować metodę analizy węzłowej niż oczkowej. W obydwu przypadkach opis wymaga użycia takiej samej liczby 15 zmiennych, jednakże w metodzie oczkowej istniałaby konieczność obliczenia napięć według osobnych równań dla gałęzi zawierających diody, co byłoby, z kolei przyczyną dodatkowego skomplikowania procesu obliczeniowego.

Uwzględniając oznaczenia z rys. 2.2.3, przeprowadzając analizę zmodyfikowaną metodą potencjałów węzłowych [55], w pierwszej kolejności dokonuje się skonstruowania macierzy incydencji \mathbf{A} gałęzi z węzłami. Macierz ta umożliwia zapisanie pierwszego prawa Kirchhoffa w postaci

$$\mathbf{A}\mathbf{i} = \mathbf{0} \quad (2.38)$$

gdzie

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{jeśli gałąź } i \text{ rozpoczyna się w węźle } j \\ -1 & \text{jeśli gałąź } i \text{ kończy się w węźle } j \\ 0 & \text{jeśli brak jest połączenia} \end{cases}$$

Następnie zakłada się, że macierz ta może zostać zdekomponowana na macierze blokowe reprezentujące odpowiednio, incydencje gałęzi zawierającej pojemności, rezystancje, indukcyjności, źródła napięciowe oraz źródła prądowe

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_C \quad \mathbf{A}_R \quad \mathbf{A}_L \quad \mathbf{A}_V \quad \mathbf{A}_I] \quad (2.39)$$

Wychodząc z drugiego prawa Kirchhoffa, wprowadza się związek między wektorem napięć gałęziowych \mathbf{e} oraz wektorem potencjałów węzłowych \mathbf{v} obwodu w postaci

$$\mathbf{e} = \mathbf{A}^T \mathbf{v} \quad (2.40)$$

Uwzględniając powyższe, równania obwodu elektrycznego utworzone przy zastosowaniu zmodyfikowanej metody analizy węzłowej, przyjmują postać

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_C \mathbf{C}_g \mathbf{A}_C^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_L \mathbf{L}_g \mathbf{A}_L^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i}_L \\ \mathbf{i}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_R \mathbf{G}_g \mathbf{A}_R^T & \mathbf{A}_L & \mathbf{A}_V \\ -\mathbf{A}_L^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_V^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i}_L \\ \mathbf{i}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_I \mathbf{j}(\mathbf{v}) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

gdzie \mathbf{C}_g oraz \mathbf{G}_g są diagonalnymi macierzami odpowiednio, pojemności i konduktancji znajdujących się w ponumerowanych gałęziach, $\mathbf{j}(\mathbf{v})$ wektorem zawierającym nieliniowe źródła prądowe sterowane napięciowo, \mathbf{i}_L wektorem prądów w gałęziach z indukcyjnościami, \mathbf{i}_u wektorem prądów w gałęziach ze źródłami napięciowymi. Z kolei macierz \mathbf{L}_g oprócz elementów diagonalnych odpowiadających współczynnikom indukcyjności własnej znajdujących się w gałęziach, zawiera symetrycznie rozmieszczone elementy pozadiagonalne odpowiadające współczynnikom indukcyjności wzajemnej. Wektor źródeł napięciowych \mathbf{u} , oprócz źródła napięcia stałego U_{DC} zawiera także napięcia rotacji ujęte w zależności (2.37).

Układ (2.41) jest opisany za pomocą równań różniczkowo-algebraicznych, które powinny być rozwiązywane przy uwzględnieniu odpowiednich warunków początkowych. Opisuje on silnik w stanach dynamicznych. W przypadku analizy stanów nieustalonych, takich jak rozruch silnika najbardziej naturalne jest przyjęcie zerowych warunków początkowych dla prądu oraz niezerowego warunku początkowego dla napięcia na kondensatorze. Model numeryczny w przypadku takiego sformułowania można utworzyć przy zastosowaniu dyskretyzacji czasu za pomocą schematu

niejawnego Eulera [25], który gwarantuje stabilność asymptotyczną równań różnicowych przy skokowo zmieniających się współczynnikach. W wyniku dyskretyzacji czasu układ równań (2.41) przyjmuje postać

$$\begin{bmatrix} \frac{A_c C_g A_c^T}{\Delta t} & \mathbf{A}_L & \mathbf{A}_V \\ -\mathbf{A}_L^T & \frac{A_L L_g A_L^T}{\Delta t} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_V^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_n \begin{bmatrix} \mathbf{v}_n \\ \mathbf{i}_{Ln} \\ \mathbf{i}_{un} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{A_c C_g A_c^T}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{A_L L_g A_L^T}{\Delta t} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}_{n-1} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{n-1} \\ \mathbf{i}_{Ln-1} \\ \mathbf{i}_{un-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_I \mathbf{j}(\mathbf{v}_n) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{u}_n \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

gdzie indeks $n = 1, 2, \dots$ odnosi się do podziału osi czasu, natomiast Δt oznacza przyjęty krok podziału czasu.

Aby model silnika w ustalonym stanie pracy był spójny, rozwiązaniem powinny być przebiegi w stanie ustalonym a nie przebiegi dynamiczne. W analizowanym silniku w ustalonym stanie pracy występują przebiegi quasi-stacjonarne, w których występują tylko lokalne stany nieustalone podczas komutacji uzwojeń. Aby zapewnić pożądaną quasi-stacjonarność przebiegów, problem rozwiązania układu równań (2.42) zostanie przekształcony z zagadnienia początkowego do zagadnienia czasowo-okresowego. W tym celu jego rozwiązanie zostanie dokonane przy uwzględnieniu warunku okresowości przebiegów, mianowicie

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}(t+T) \\ \mathbf{i}_L(t+T) \\ \mathbf{i}_V(t+T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{i}_L(t) \\ \mathbf{i}_V(t) \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Przebiegi wielkości występujących w układzie równań (2.43) mają jednak różne okresy. Dla przykładu pojedynczy okres, prądu pobieranego ze źródła prądu stałego jest sześciokrotnie krótszy od okresu prądu płynącego przez pasma uzwojenia. Z uwagi na fakt, że w rozważanym układzie wszystkie podstawowe okresy przebiegów napięć i prądów zawierają się w połowie okresu prądu pasma, możliwe jest utworzenie modelu półokresowego stosując warunki półokresowości przebiegów

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}(t+T/2) \\ \mathbf{i}_L(t+T/2) \\ \mathbf{i}_V(t+T/2) \end{bmatrix} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{v}(t) \\ \mathbf{i}_L(t) \\ \mathbf{i}_V(t) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

z tą różnicą, że w takim przypadku musi zostać użyta macierz \mathbf{Q} o wyrazach równych 0, 1 lub -1, w celu zapewnienia okresowości wszystkich przebiegów, z uwzględnieniem tych, których różnica w fazie wynosi 180° elektrycznych. Dla większej przejrzystości, dalszy opis zagadnienia zostanie przeprowadzony przy zastąpieniu układu równań (2.42) mniej rozbudowaną postacią

$$\mathbf{M}_n \mathbf{x}_n = \mathbf{M}_{n-1} \mathbf{x}_{n-1} + \mathbf{H}_n \quad (2.45)$$

Przy uwzględnieniu podziału pojedynczego półokresu na $s-1$ równych odcinków (s punktów) warunek (2.44) przyjmuje postać

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{Q}\mathbf{x}_1 \quad (2.46)$$

w przypadku wektora źródeł, spełniony jest również warunek

$$\mathbf{H}_s = \mathbf{Q}\mathbf{H}_1 \quad (2.47)$$

Uwzględniając powyższe, pełny układ równań modelu czasowo-okresowego przyjmuje postać

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & -\mathbf{M}_0\mathbf{Q} \\ \mathbf{M}_1 & \mathbf{M}_2 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}_2 & \mathbf{M}_3 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{s-1} & \mathbf{M}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{x}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}\mathbf{H}_s \\ \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_3 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_s \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Jedną z ogólnie znanych własności układu równań (2.48) jest duża wrażliwość wektora niewiadomych na zmiany pochodnych elementów macierzy \mathbf{M}_n obliczanych względem elementów tego wektora. Operacja taka jest konieczna w przypadku wykorzystania do rozwiązania tego zagadnienia metody Newtona-Raphsona. Zbieżność tej metody jest w tym przypadku podobna lub gorsza od metody iteracji prostych Jacobiego [91, 92, 115]. Metoda iteracji prostych nie wymaga natomiast kłopotliwego numerycznie obliczania pochodnych. W metodzie iteracji prostych punkt stały układu równań (2.48) jest znajdowany metodą sukcesywnej aproksymacji według zależności

$$\mathbf{X}_{l+1} = \beta\tilde{\mathbf{X}}_l + (1 - \beta)\mathbf{X}_l \quad (2.49)$$

gdzie $\beta \in (0, 1)$. Po rozwiązaniu układu równań (2.49) możliwe jest obliczenie prądu efektywnego jako

$$I_{eff} = \frac{1}{T} \int_0^T i_q dt \quad (2.50)$$

gdzie prąd $i_q = \sum_{j=1}^{12} i_j(t)$ jest równy wartości chwilowej prądu jednokierunkowego przepływającego przez pojedyncze pasmo fazowe w czasie równym pojedynczej komutacji.

2.2.3 Wyznaczanie parametrów skupionych w zadanym punkcie pracy

Kluczowe dla poprawności modelu jest odwzorowanie wpływu punktu pracy maszyny na wartości parametrów skupionych takich jak elementy macierzy indukcyjności L oraz stała strumieniowa λ_m . W każdej maszynie elektrycznej, w której budowie obecny jest ferromagnetyk, wartości parametrów skupionych występujących w schemacie zastępczym są uzależnione od punktu pracy. Na wartości te wpływa zarówno sama nieliniowość obwodu magnetycznego jak i strumień magnetyczny reakcji twornika. W ogólnym przypadku parametry te są funkcjami wzajemnie sprzężonymi, gdyż strumień magnetyczny wywołany przez magnesy trwale oddziałuje na wartość przenikalności magnetycznej obwodu magnetycznego stojana, natomiast strumień reakcji twornika oddziałuje na ten pierwszy. Jednak traktując zagadnienie w taki sposób, nie można jednoznacznie określić wartości poszukiwanych parametrów skupionych. Pomocną w tym celu jest powszechnie stosowana metoda „zamrażanej” przenikalności, która została uogólniona w pracy [19]. W metodzie tej zakłada się, że całkowity strumień magnetyczny w maszynie można rozłożyć na część związaną z obwodem magnetycznym wzbudzenia i część związaną z obwodem magnetycznym twornika. W odniesieniu do analizowanego modelu polowego, który w opisie źródeł pola magnetycznego w obszarze uzwojeń posługuje się efektywną wartością prądu, dla zadanego punktu pracy określonego przez ustaloną wartość prądu $I = I_{eff}$, parametry te są szacowane w następujących krokach:

1. Obliczenie rozkładu pola magnetycznego poprzez rozwiązanie układu równań (2.24)-(2.25) dla ustalonej wartości prądu efektywnego I_{eff} zadanego w uzwojeniu z uwzględnieniem położenia wirnika, odpowiedniego do przyjętej metody komutacji (rys. 2.2.1).

Na podstawie otrzymanego rozkładu magnetycznego potencjału wektorowego dokonuje się obliczenia strumieni magnetycznych λ_a , λ_b , λ_c skojarzonych z poszczególnymi pasmami. Następnie dokonuje się obliczenia odpowiadającego tej sytuacji strumienia magnetycznego w układzie współrzędnych związanych z wirnikiem

$$\lambda_{QD} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Elementy macierzy Parka \mathbf{P} przyjmują w tym przypadku następujące wartości

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \text{ dla komutacji } 120^\circ, \text{ oraz } \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \text{ dla komutacji } 180^\circ.$$

2. Oszacowanie stałej strumieniowej z uwzględnieniem strumienia reakcji twornika

Dzięki zastosowaniu transformacji Parka, w osi Q układu współrzędnych osiowych otrzymuje się wartość strumienia reakcji twornika, natomiast w osi D otrzymuje się wartość strumienia głównego odpowiadającą obwodowi magnetycznemu wzbudzenia. Ponieważ przedstawiony wyżej model obwodowy jest sformułowany w układzie zmiennych fazowych, do obliczenia amplitudy strumienia magnetycznego pochodzącego od obwodu magnetycznego wzbudzenia należy wykorzystać odwrotną transformację Parka

$$\lambda_{abc} = \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_D \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

gdzie $\mathbf{P}^{-1} = \frac{3}{2} \mathbf{P}^T$ dając

$$\lambda_m(I_{eff}) = \lambda_D \quad (2.53)$$

dla obydwu rodzajów komutacji.

3. Zapamiętanie („zamrożenie”) macierzy reluktancji \mathbf{S} .
4. Pominięcie opisu źródeł pola magnetycznego w równaniu (2.24) związanych z obwodem magnetycznym wzbudzenia (magnesów trwałych) i powtórne rozwiązanie tego układu równań dla jednostkowej wartości prądu I_a w pierwszym paśmie fazowym o oznaczeniu „a”.
5. Obliczenie wektora strumieni skojarzonych z całym uzwojeniem λ_{abc}^s .
6. Obliczenie elementów macierzy indukcyjności

$$L_s = \lambda_a(I_a = 1 \text{ A}) \quad (2.54)$$

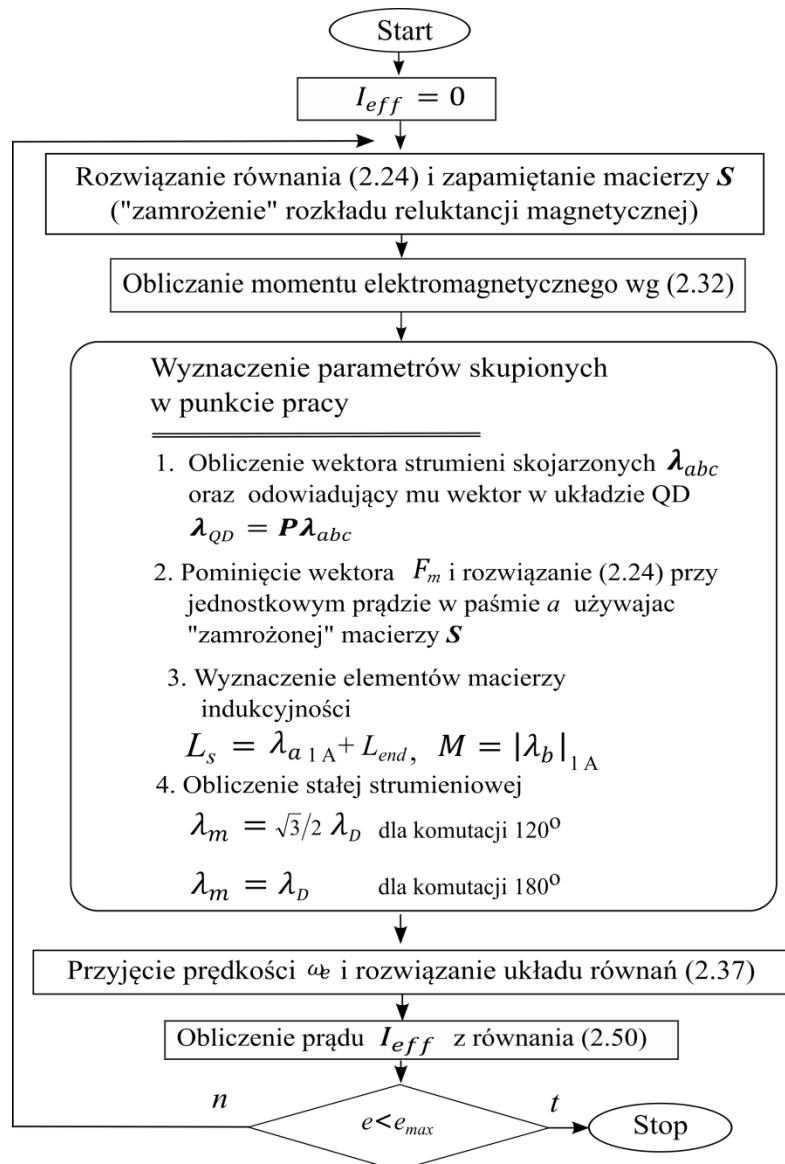
$$L_s = |\lambda_b(I_a = 1)| = |\lambda_c(I_a = 1 \text{ A})| \quad (2.55)$$

2.2.4 Algorytm obliczeń

Z uwagi na cechy przyjętego podejścia, które zostały opisane szczegółowo w punkcie 2.2.1, do rozwiązania otrzymanych równań dogodnie jest zastosować model o słabym sprzężeniu, które zachodzi poprzez efektywny prąd zasilający I_{eff} oraz parametry skupione opisane w poprzednim podrozdziale.

Ze względu na to, że prąd efektywny I_{eff} nie jest wielkością znaną z góry, celem wyznaczenia punktu pracy obliczenia muszą być prowadzone iteracyjnie. W oparciu o zależności otrzymane w punktach 2.2.1 – 2.2.3 można utworzyć algorytm obliczeń przedstawiony na rys. 2.2.4. Przed jego zainicjowaniem, konieczne jest wykonanie dodatkowych obliczeń w celu oszacowania współczynnika

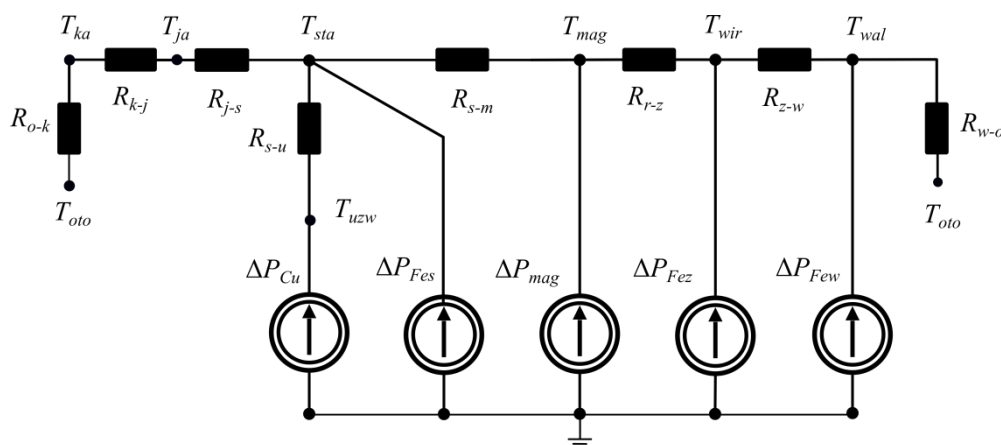
korekcyjnego E_{pk}/E_1 w równaniu (2.37). Dla dowolnej struktury obwodu magnetycznego obliczenia te należy wykonać tylko jednokrotnie. Są one prowadzone przy zerowej wartości prądu w uzwojeniach na podstawie kątowej zmienności strumienia skojarzonego z uzwojeniem od 0 do 180 stopni elektrycznych. Tak wyznaczony współczynnik korygujący jest stały dla każdego rozważanego punktu pracy maszyny. Prąd I_{eff} w stosunkowo niskim stopniu oddziałuje na wartości lokalne rozkładu indukcji magnetycznej, dlatego prędkość zbieżności przedstawionego algorytmu jest wysoka. Przyjmując za miarę zbieżności e względną zmienność momentu elektromagnetycznego, błąd e_{max} jest redukowany do wartości 0.01 %, która jest uważana za wystarczającą, w kilku iteracjach.



Rys. 2.2.4. Schemat blokowy algorytmu obliczeń.

2.2.5 Uwzględnienie wpływu temperatury

Wyznaczanie parametrów skupionych maszyny w zadanym punkcie pracy, bez uwzględnienia wpływu temperatury na te parametry, jest obarczone błędem. Straty mocy występujące w maszynie powodują lokalne przyrosty temperatury, które wpływają na jej punkt pracy. W celu uwzględnienia tego wpływu w niniejszej pracy zastosowano względnie prosty model cieplny maszyny wzbudzonej magnesami trwałymi, oparty na zastępczej sieci przewodności cieplnych. Model ten jest przedstawiony na rys. 2.2.5. Przyjęto w nim następujące oznaczenia T_{oto} – temperatura otoczenia, T_{ka} – temperatura kadłuba, T_{ja} – temperatura jarzma stojana, T_{sta} – temperatura strefy żłobkowej stojana, T_{uzw} – temperatura uzwojenia, T_{mag} – temperatura magnesów, T_{wir} – temperatura wirnika, T_{wal} – temperatura wału, R_{o-k} – rezystancja termiczna: otoczenie – kadłub, R_{k-j} – rezystancja termiczna: kadłub – jarzmo, R_{j-s} – rezystancja termiczna: jarzmo – strefa żłobkowa stojana, R_{s-u} – rezystancja termiczna: strefa żłobkowa stojana – uzwojenie, R_{s-m} – rezystancja termiczna szczeliny powietrznej: uzwojenie – magnes, R_{r-z} – rezystancja termiczna: rdzeń wirnika – wał, R_{z-w} – rezystancja termiczna: rdzeń wirnika – wał, R_{w-o} – rezystancja termiczna: wał – otoczenie, ΔP_{Cu} – straty w miedzi, ΔP_{Fes} – straty w żelazie stojana, ΔP_{mag} – straty w magnesach, ΔP_{Fez} – straty w żelazie wirnika, ΔP_{Few} – straty w masywnym wale.



Rys. 2.2.5. Zastosowany schemat cieplny silnika BLDC.

Opis przewodności cieplnych występujących w modelu został przedstawiony w załączniku na końcu pracy.

2.2.6 Wyznaczenie strat mocy oraz pulsacji momentu elektromagnetycznego

Straty mocy czynnej występujące w modelu przedstawionym na rys. 2.2.5. mogą zostać wyznaczone na podstawie obliczeń pomocniczych z wykorzystaniem modeli - polowego i obwodowego, przedstawionych w poprzednich podrozdziałach.

Najprostsze do opisanego są straty w uzwojeniu silnika, które dla dowolnego punktu pracy można obliczyć na podstawie prądu efektywnego. Uwzględniając, że rezystancja uzwojenia jest funkcją wyłącznie temperatury, straty te wynoszą

$$\Delta P_{Cu} = 3I_{eff}^2 R_{20} (1 + \alpha_T (T_{uzw} - 20)) \quad (2.56)$$

gdzie R_{20} jest rezystancją uzwojenia w temperaturze 20 °C.

Opis strat w żelazie w silnikach BLDC jest zadaniem bardziej złożonym. W maszynach tych wartość strat w żelazie w stanie obciążenia znacznie odbiega od wartości obliczonej w stanie bezprądowym [65], co utrudnia stosowanie uproszczonych modeli. Powodem tego są pulsacje indukcji magnetycznej wywołane dużą stromością zboczy prądów płynących w uzwojeniu.

Najbardziej wszechstronnego opisu strat w obwodach magnetycznych maszyn elektrycznych dokonuje się za pomocą metody rozdziału strat [74], która jest z powodzeniem wykorzystywana w modelach polowych, także w przypadkach, gdy rozkład indukcji magnetycznej odbiega od idealnego - sinusoidalnego. Straty w żelazie szacuje się na podstawie obliczonego uprzednio rozkładu indukcji magnetycznej. Stosowane są dwa podejścia do wyznaczenia strat tą metodą. Pierwsze polega na wykorzystaniu rozwinięcia rozkładu indukcji magnetycznej na harmoniczne czasowe, a następnie zsumowaniu strat wywołanych przez poszczególne składowe widma. Druga metoda polega, z kolei na wykorzystaniu czasowej postaci opisu jednostkowej gęstości strat. Obydwie metody dają porównywalne oszacowania strat, natomiast pierwsza z nich jest mniej wygodna w praktycznej implementacji z uwagi na konieczność zapamiętywania całego rozkładu czasowo-przestrzennego wektora indukcji magnetycznej celem przeprowadzenia jego rozkładu na harmoniczne.

W drugiej z omawianych metod rozpatrywane równanie opisujące straty jednostkowe ma postać

$$dp_{Fe} = \frac{d^2 \sigma}{12\rho} \left(\frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)^2 + \frac{c_h}{4} \left| \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right| |\mathbf{B}| + 0.11c_e \left(\frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)^{1.5} \quad (2.57)$$

gdzie

$$\left(\frac{d\mathbf{B}}{dt} \right)^2 = \left(\frac{dB_r}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dB_\psi}{dt} \right)^2 \quad (2.58)$$

$$\left| \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right| |\mathbf{B}| = \left| \frac{dB_r}{dt} \right| |B_r| + \left| \frac{dB_\psi}{dt} \right| |B_\psi| \quad (2.59)$$

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)^{1.5} = \left(\left(\frac{dB_r}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dB_\psi}{dt}\right)^2\right)^{3/4} \quad (2.60)$$

Równanie (2.57) otrzymuje się wychodząc z klasycznej zależności dla przebiegów sinusoidalnych, w której częstotliwość zastępuje się podstawieniem $f \equiv |B|^{-1} \left| \frac{dB}{dt} \right|$, zakłada próbny sinusoidalny przebieg indukcji magnetycznej B , a następnie żąda by średnia wartość poszczególnych gęstości strat w równaniu (2.57) odpowiadała wartości wyznaczonej z zależności klasycznej [64].

Należy zauważyć, że modele matematyczne przedstawione w podrozdziale 2.2.2 (układ równań (2.48)), umożliwiają wyznaczenie przebiegów prądów pasm dla dowolnej prędkości obrotowej. Obliczone przebiegi prądów pasmowych, po poddaniu ich interpolacji względem kąta obrotu wirnika, można zastosować do zasilenia uzwojenia w modelu opisanym równaniem (2.24), a tym samym wyznaczenie strat w żelazie na podstawie podanych wyżej zależności. W obliczeniach tych należy jednak dodatkowo uwzględnić ruch obrotowy wirnika. Aby zrealizować to zadanie, nie ma potrzeby tworzenia osobnego modelu siatkowego. Stosowany jest w tym celu model opisany równaniami (2.19)-(2.32).

W przypadku uwzględniania w obliczeniach wpływu temperatury następuje znaczne zwiększenie liczby niezbędnych obliczeń w stosunku do algorytmu przedstawionego na rys. 2.2.4, jednak otrzymuje się dokładniejszy model, w którym oprócz strat mocy w uzwojeniu i pakietowanym rdzeniu, można oszacować straty wiropądowe w elementach masywnych (wał i magnesy trwałe). Straty jednostkowe w tych obszarach oblicza się na podstawie skorygowanej gęstości prądu, uwzględniającej efekt krańcowy [40]

$$dp_{Fe} = k_e \frac{\sigma \bar{\Omega}_e}{\rho_{Fe}} \left(\frac{dA_z}{d\alpha_e} \right)^2 \quad (2.61)$$

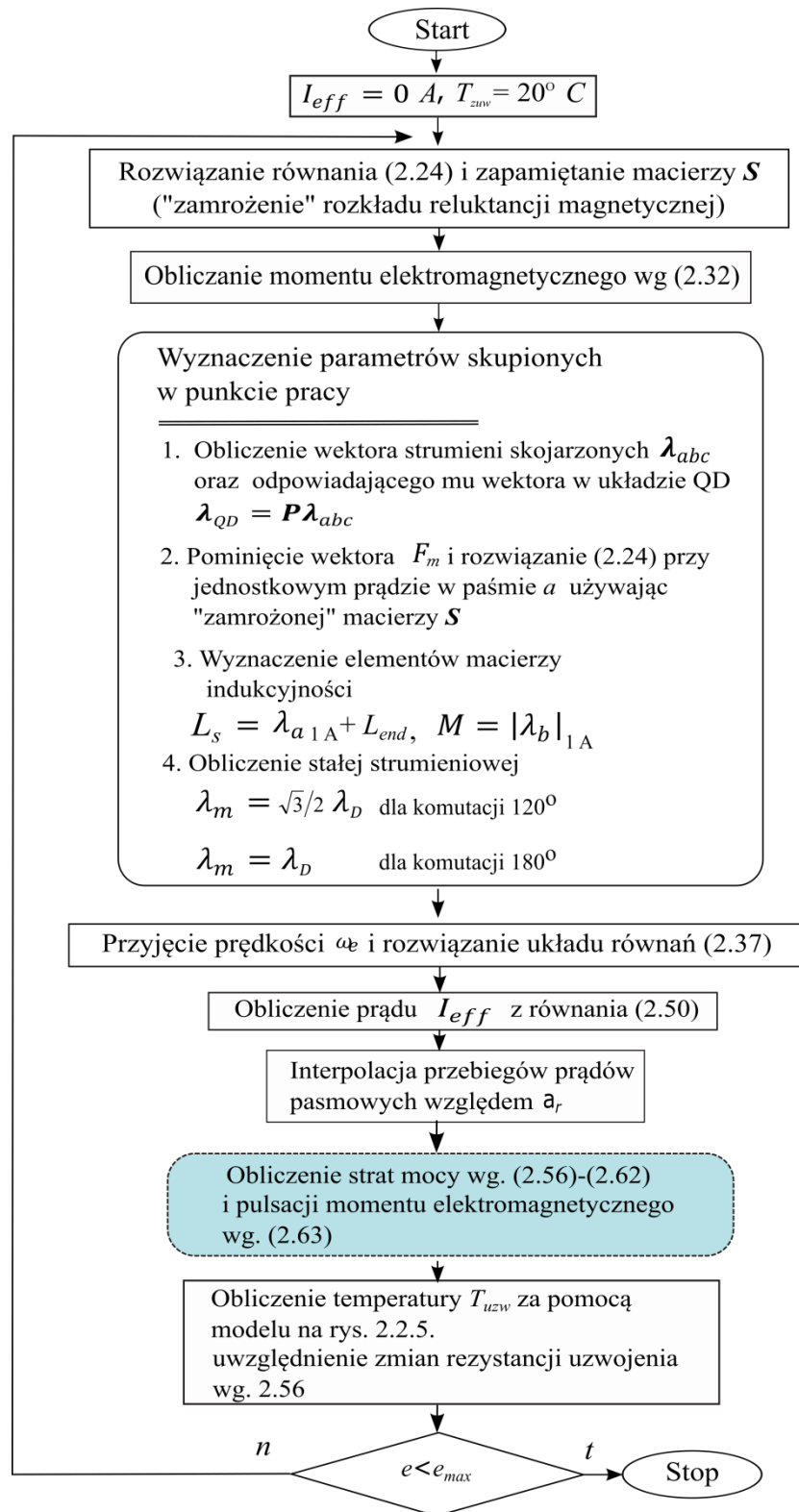
Do jednoznacznego wyznaczenia przebiegu gęstości strat wystarczające jest uwzględnienie tylko jednego okresu komutacji, tj. 60° elektrycznych. Po uzyskaniu lokalnych przebiegów gęstości wyrażonej wzorem (2.56), straty oblicza się całkując po objętości rdzenia

$$\Delta P_{Fe} = \ell_z \rho_{Fe} \int_{S_{Fe}} dp_{Fe} dS \quad (2.62)$$

Wartym podkreślenia jest, że w trakcie obliczania strat według zaproponowanego podejścia, możliwe jest obliczenie przebiegu momentu elektromagnetycznego w zakresie pojedynczego okresu komutacji bez podnoszenia kosztów obliczeniowych. Oprócz strat w żelazie, możliwe jest wtedy określenie współczynnika pulsacji momentu elektromagnetycznego według wzoru

$$k_T = \frac{T_{emax} - T_{emin}}{2T_{eav}} \cdot 100 \% \quad (2.63)$$

W wyniku uwzględnienia wpływu temperatury na punkt pracy silnika, algorytm obliczeń zilustrowany na rys. 2.2.4. ulega modyfikacji do algorytmu przedstawionego na rys. 2.2.6.



Rys. 2.2.6. Schemat blokowy zmodyfikowanego algorytmu obliczeń uwzględniającego wpływ temperatury (kolorem zaznaczono blok obliczeń, w którym uwzględniany jest ruch obrotowy wirnika).

2.3 Model odniesienia

W celu weryfikacji modelu opisanego w poprzednich podrozdziałach, oprócz prowadzenia badań eksperymentalnych na stanowiskach pomiarowych, które zostaną opisane w dalszej części pracy, wykorzystano odrębny model matematyczny, opracowany w Katedrze Maszyn Elektrycznych Politechniki Opolskiej [66]. Jest to sprzężony dynamiczny model polowo-obwodowy, w którym wyniki dla ustalonego stanu pracy otrzymuje się w wyniku rozwiązania zagadnienia początkowego przy odpowiednio długim czasie symulacji. Równania tego modelu otrzymuje się wychodząc z różniczkowej postaci prawa przepływu prądu przy uwzględnieniu w równaniu (2.18) gęstości prądu indukowanego w elementach masywnych

$$-\operatorname{div}(v\mathbf{grad}A_z) = J_z - \sigma \frac{dA_z}{dt} + (\mathbf{rot}\mathbf{H}_c)_z + \kappa \quad (2.64)$$

oraz warunków początkowych

$$A_z(t = 0) = A_{z0} \quad (2.65)$$

i warunków brzegowych (2.19)-(2.21).

W celu wyznaczenia gęstości prądu J_z w przewodach uzwojenia, w modelu tym uwzględnia się równania obwodowe, które mają ogólną postać układu (2.41), z tą różnicą, że nie oblicza się w nim uprzednio pełnej macierzy indukcyjności \mathbf{L}_g ani wektora napięć rotacji \mathbf{e}_{rot} . W tym przypadku macierz indukcyjności jest diagonalna, a jej niezerowe elementy są równe współczynnikowi indukcyjności rozproszenia połączeń czołowych uzwojenia L_{end} . Z kolei, wektor \mathbf{e}_{rot} jest obliczany bezpośrednio na podstawie prawa Faradaya jako pochodna po czasie strumienia skojarzonego z uzwojeniem

$$\mathbf{e}_{rot} = \frac{d}{dt} \frac{n_z}{|S|} \begin{bmatrix} \left(\int_{S^+} A_z dS_a - \int_{S^-} A_z dS_a \right) \\ \left(\int_{S^+} A_z dS_b - \int_{S^-} A_z dS_b \right) \\ \left(\int_{S^+} A_z dS_c - \int_{S^-} A_z dS_c \right) \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

gdzie S oznacza przekrój poprzeczny pojedynczej cewki uzwojenia, indeksy górne + oraz - oznaczają zwrot prądu względem osi z układu współrzędnych, natomiast indeksy dolne, a, b, c są oznaczeniem pasma uzwojenia trójpasowego.

Model numeryczny odpowiadający powyższym równaniom otrzymuje się dokonując ich dyskretyzacji przy zastosowaniu metody residuów ważonych oraz metody Galerkina dla elementów skończonych trójkątnych pierwszego rzędu. W przypadku członów obliczanych na brzegu jako funkcja wagowa stosowana jest funkcja Delta Diraca. Skos rdzenia w analizowanym modelu jest odwzorowany za pomocą modelu wielowarstwowego opisanego w podrozdziale 2.2.1, a zatem zależności (2.64) i (2.65) jak również wszystkie warunki brzegowe odnoszą się do jego pojedynczej warstwy. Całkowite napięcie rotacji silnika otrzymuje się poprzez sumowanie napięć indukowanych w każdej warstwie, natomiast prąd zasilający uzwojenie każdej warstwy jest ten sam.

Numeryczne odpowiedniki powyższej zapisanych równań otrzymuje się metodą Galerkiną przy zastosowaniu elementów trójkątnych pierwszego rzędu oraz interpolacji w szczelinie powietrznej za pomocą szeregu Fouriera.

Pełne równania opisujące pole elektromagnetyczne wraz z równaniami opisującymi obwody elektryczne dla silnika zasilanego z układu przedstawionego na rys. 2.2.3, można zapisać w postaci [A2]:

$$[\mathbf{S}(B^2)][\boldsymbol{\varphi}] + [\mathbf{G}]_{\frac{d}{dt}}[\boldsymbol{\varphi}] - [\mathbf{F}(B^2)] - [\mathbf{C}]\mathbf{A}_u \mathbf{i}_u - [\mathbf{B}]^T[\boldsymbol{\kappa}] = [\mathbf{0}] \quad (2.67)$$

$$[\mathbf{B}][\boldsymbol{\varphi}] = \mathbf{0} \quad (2.68)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_c \mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_L \mathbf{L}_g \mathbf{A}_L^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i}_L \\ \mathbf{i}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{A}_R \mathbf{G}_g \mathbf{A}_R^T & \mathbf{A}_L & \mathbf{A}_V \\ -\mathbf{A}_L^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A}_V^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i}_L \\ \mathbf{i}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_I \mathbf{j}(\mathbf{v}) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{u} - \frac{\ell}{n_s} \mathbf{A}_u^T [\mathbf{C}^T] \frac{d}{dt} [\boldsymbol{\varphi}] \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

w których $[\mathbf{G}] = \mathbf{diag}([\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_{n_{sk}}])$ jest diagonalną hipermacierzą macierzy konduktancji odpowiadających kolejno ponumerowanym warstwom modelu wielowarstwowego, natomiast \mathbf{A}_u jest macierzą incydencji prądów pasm uzwojenia z prądami we wszystkich gałęziach zawierających źródła napięciowe, tzn. wektor prądów pasm $\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{A}_u \mathbf{i}_u$, natomiast \mathbf{C}^T jest macierzą, której elementy stanowią numeryczną realizację równania (2.66) i odnoszą się do funkcji opisującej uzwojenie uwzględniając jego liczbę zwojów, połączenia cewek oraz rozkład w żłobkach.

Uzyskanie rozwiązania powyższego układu równań różniczkowo-algebraicznych wymaga dyskretyzacji czasu. Ponieważ model zawiera przebiegi (prądy i napięcia) o bardzo dużej szybkości narastania, do dyskretyzacji czasu zastosowano w nim niejawną schemat Eulera. Pomijając, w celu uproszczenia zapisu, okrągłe nawiasy symbolizujące nieliniowość elementów macierzy pełne równania modelu numerycznego z uwzględnieniem podziału osi czasu przyjmują postać następującego układu równań różnicowych

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{S}]_n + \frac{[\mathbf{G}]}{\Delta t} & [\mathbf{B}^T]_n & \mathbf{0} & \mathbf{0} & [\mathbf{C}]\mathbf{A}_u \\ [\mathbf{B}]_n & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{\mathbf{A}_c \mathbf{C}_g \mathbf{A}_c^T}{\Delta t} + \mathbf{A}_R \mathbf{G}_g \mathbf{A}_R^T & \mathbf{A}_L & \mathbf{A}_V \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{A}_L & \frac{\mathbf{A}_L \mathbf{L}_g \mathbf{A}_L^T}{\Delta t} & \mathbf{0} \\ \frac{\ell \mathbf{A}_u^T [\mathbf{C}]^T}{n_s \Delta t} & \mathbf{0} & -\mathbf{A}_V & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}]_n \\ [\boldsymbol{\kappa}]_n \\ \mathbf{v}_n \\ \mathbf{i}_{Ln} \\ \mathbf{i}_{un} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{[G]}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{A_c C_g A_c^T}{\Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{A_L L_g A_L^T}{\Delta t} & \mathbf{0} \\ \frac{\ell A_u^T [C]}{n_s \Delta t} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\boldsymbol{\varphi}_{n-1}] \\ [\boldsymbol{\kappa}_{n-1}] \\ \mathbf{v}_{n-1} \\ \mathbf{i}_{L(n-1)} \\ \mathbf{i}_{u(n-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [F_m]_n \\ [\mathbf{0}] \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

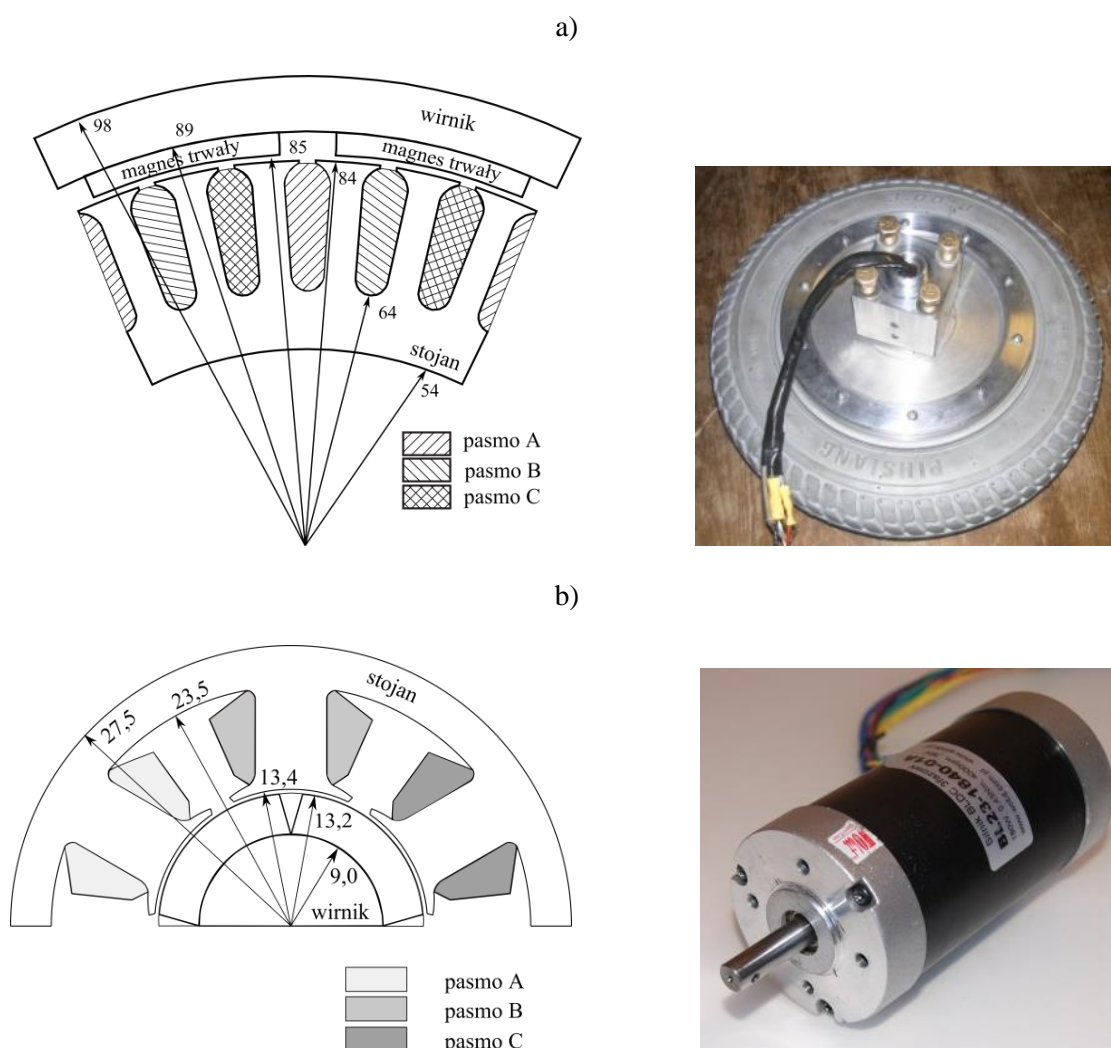
gdzie indeks dolny n jest numerem kroku czasowego. W zapisie powyższego układu równań indeks numeru kroku czasowego zastosowano jedynie w stosunku do macierzy, których wyrazy zależą od czasu. Moment elektromagnetyczny w opisanym modelu w każdym kroku czasowym jest obliczany na podstawie zależności (2.32)-(2.33).

Rozwiązanie dla ustalonego stanu pracy maszyny jest otrzymywane po zaniknięciu stanu przejściowego w przebiegach prądów i napięć. Ze względu na to, że obliczenia są prowadzone przy stałej prędkości obrotowej, na czas ustalania się przebiegów wpływ mają jedynie indukcyjność i rezystancja uzwojenia. Ustalenie się przebiegów w maszynie bezszczotkowej, w której stosowany jest powierzchniowy montaż magnesów trwałych następuje zazwyczaj po trzech do pięciu okresów prądu. Po tym czasie wskaźniki eksploatacyjne, takie jak średni moment elektromagnetyczny oraz wartość skuteczna prądu pasm, są uśredniane poprzez całkowanie wyznaczonych przebiegów za pojedynczy okres komutacji.

3. Weryfikacja zaproponowanego modelu

3.1 Modele fizyczne i stanowisko pomiarowe

W celu dokonania weryfikacji zaproponowanego w niniejszej pracy modelu matematycznego wykorzystano dwa silniki mocy ułamkowej. Obydwa posiadają tę samą moc nominalną równą 180 W, przy czym pierwszy jest maszyną wolnobieźną o prędkości nominalnej równaj 170 obr/min, natomiast drugi maszyną szybkobieźną o prędkości nominalnej równaj 4000 obr/min. Wymiary obwodów magnetycznych obydwu przetworników są przedstawione na rys 3.1.1.



Rys. 3.1.1. Kształt i wymiary obwodów magnetycznych oraz modele fizyczne analizowanych maszyn: a) silnik 1 (wolniobieźny) zabudowany w kole pojazdu, b) silnik 2 (szybkobieźny).

Dane techniczne obydwu analizowanych maszyn zestawiono w tabeli 3.1.1.

Tab. 3.1.1. Dane techniczne analizowanych silników.

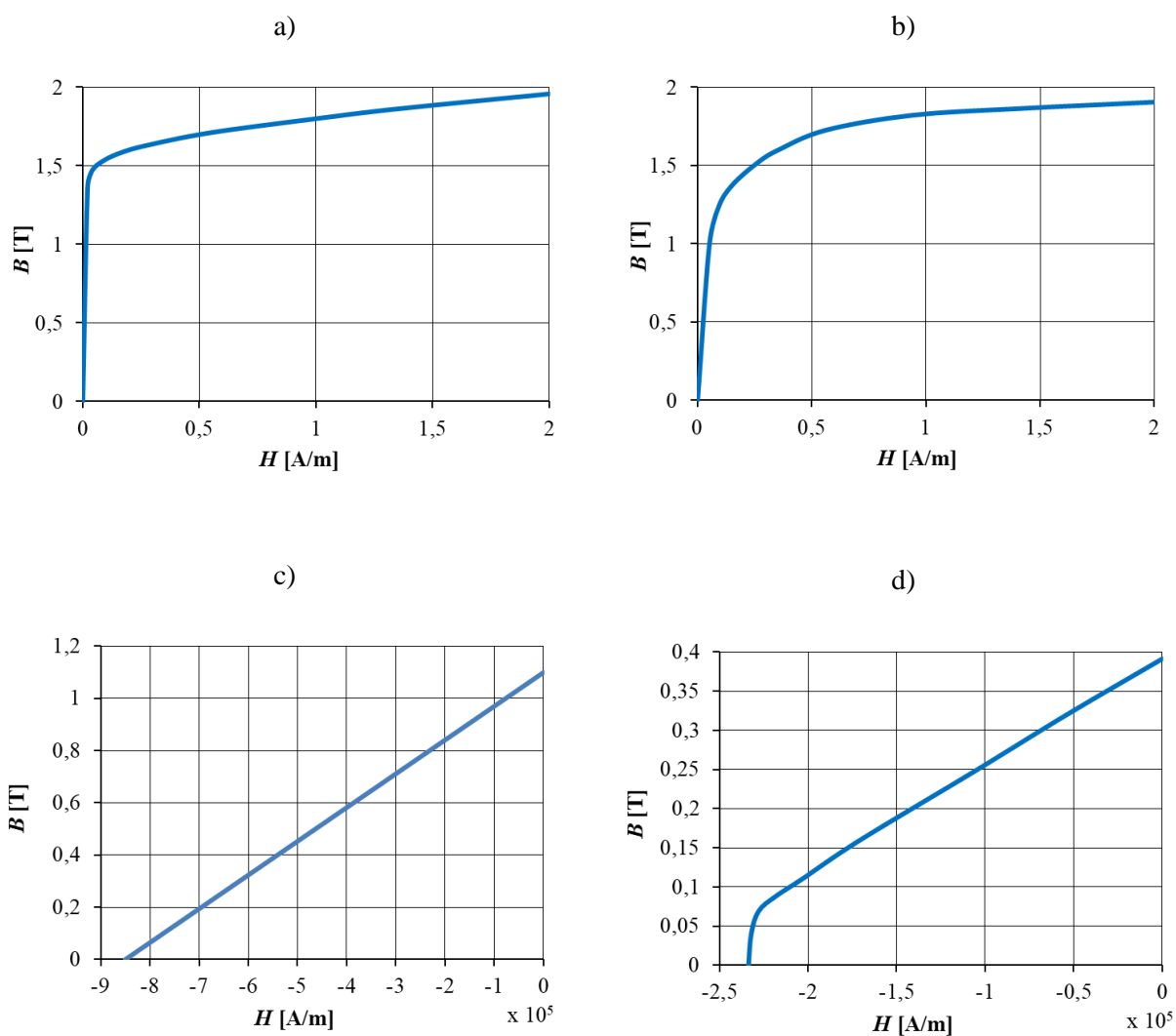
Parametr	Silnik 1 (wolnobieżny)	Silnik 2 (szybkobieżny)
Moc znamionowa	180 W	180 W
Prędkość znamionowa	170 obr/min	4000 obr/min
Liczba par biegunów	7	2
Prąd znamionowy	10 A	8 A
Napięcie zasilające (DC)	24 V	36 V
Uzwojenie	Trójfazowe, rozłożone, jednowarstwowe	Trójfazowe, skupione, jednowarstwowe
Liczba zwojów/biegun-pasmo	18	25
Rezystancja pasma	0.188 Ω	0.25 Ω
Indukcyjność połączenia czołowego	0.065 mH	0.012 mH
Długość czynna	40 mm	80 mm
Kąt skosu rdzenia stojana	Jedna podziałka żłobkowa	brak
Magnesy trwałe	NdFeB, $B_r=1.1$ T, $H_c=-850$ kA/m	Ceramiczne, $B_r=0.39$ T, $H_c=-240$ kA/m

Zewnętrzny wirnik badanego silnika wolnobieżnego (rys. 3.1.1a) posiada wysokoenergetyczne magnesy trwałe zamontowane na powierzchni. W żłobkach jego stojana znajduje się uzwojenie trójfazowe rozłożone, średnicowe, jednowarstwowe, połączone w gwiazdę bez wyprowadzonego przewodu neutralnego. Zastosowano w nim skos rdzenia o jedną podziałkę żłobkową.

Drugi z badanych silników (rys 3.1.1b) posiada wirnik wewnętrzny wyposażony w magnesy ceramiczne. Jest to wysokoobrotowy silnik o uzwojeniu skupionym jednowarstwowym, trójfazowym, połączonym w gwiazdę także bez wyprowadzonego przewodu neutralnego. W silniku tym nie występuje skos rdzenia. Stojany obydwu badanych silników są wykonane z blachy M270-35A, natomiast wirniki z litej stali konstrukcyjnej. Parametry zastosowanych blach zostały przedstawione w tab. 3.1.2, natomiast na rys. 3.1.2 zilustrowano charakterystyki magnesowania zastosowanych materiałów magnetycznych. Współczynniki c_h i c_e charakteryzujące stratność jednostkową blach otrzymano metodą regresji liniowej równania (2.57) dla sinusoidalnego przebiegu indukcji względem rodziny katalogowych krzywych stratności jednostkowej [150].

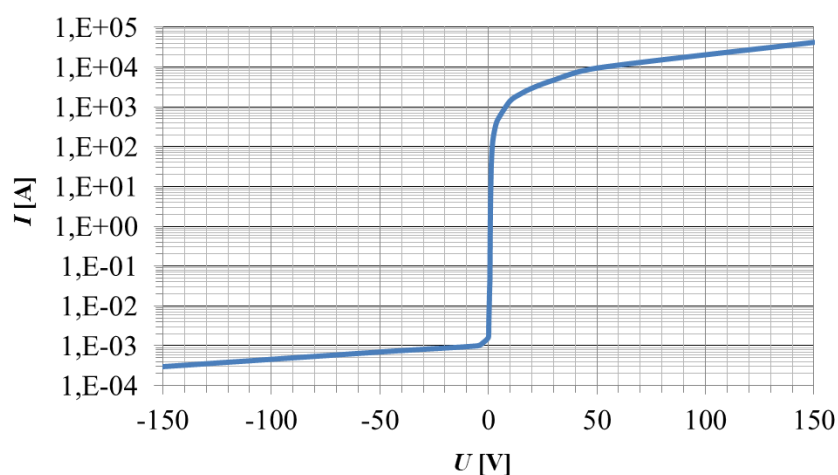
Tab. 3.1.2. Parametry blach rdzenia stojana

Parametr	Wartość	Jednostka
Grubość d	0.35	mm
Konduktywność σ	$1.92 \cdot 10^6$	S/m
Gęstość ρ	7600	kg/m ³
Współczynniki c_h (równanie (2.39))	0.08	W/(kg·T ^{3/2})
Współczynniki c_e (równanie (2.39))	0.00139	W·s/(kg·T ²)



Rys. 3.1.2. Przyjęte charakterystyki magnesowania: a) rdzenia stojana, b) rdzenia wirnika, c) magnesów trwałych w silniku wolnobieżnym, d) magnesów trwałych w silniku szybkobieżnym.

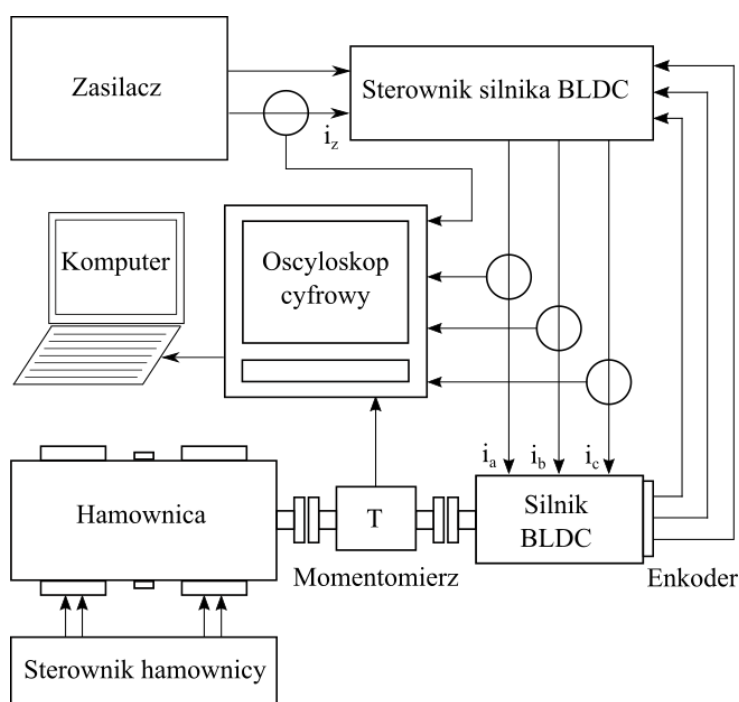
Na rysunku 3.1.3 przedstawiono charakterystykę statyczną diody zastosowaną w modelu matematycznym w opisanym w rozdziale 2 pracy.

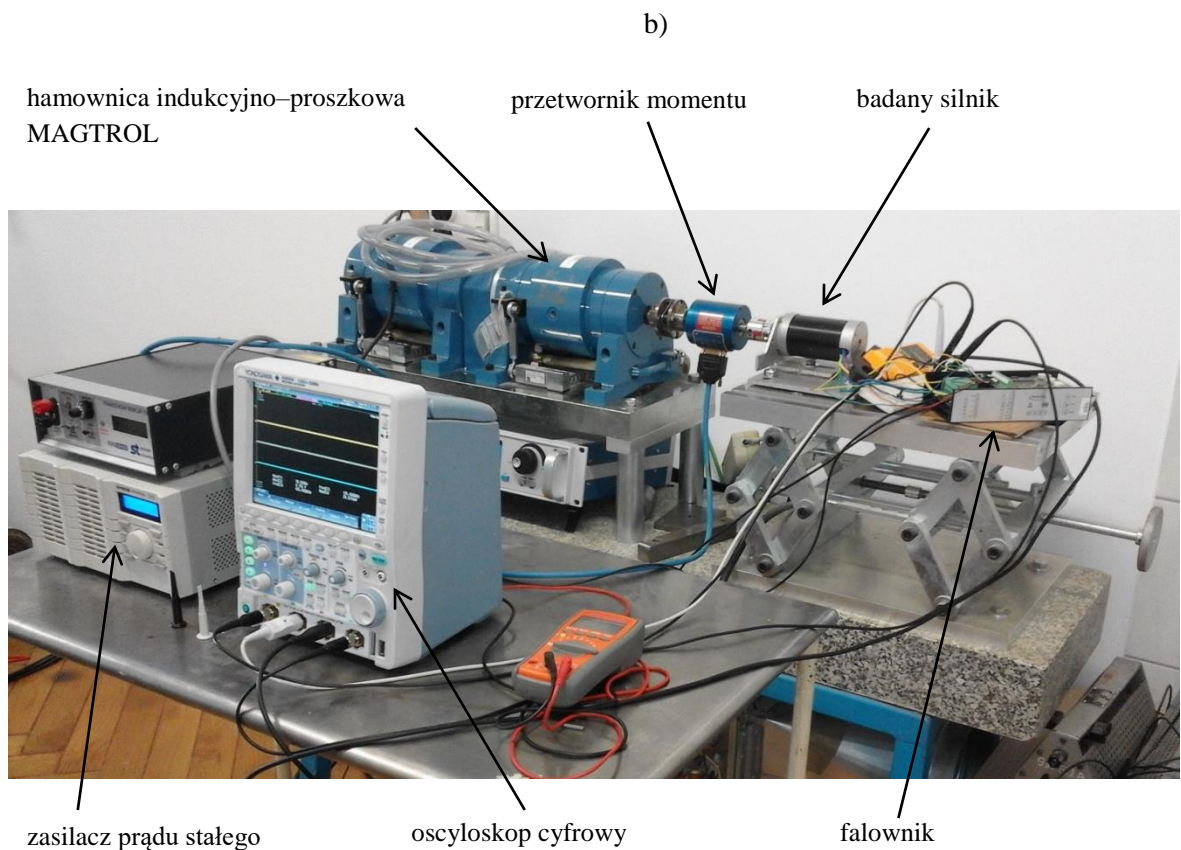


Rys. 3.1.3. Charakterystyka statyczna diody przyjęta w modelu przekształtnika.

Weryfikacji pomiarowej charakterystyk eksploatacyjnych opisanych wyżej wymienionych silników dokonano na stanowisku laboratoryjnym, przedstawionym na rys 3.1.4a i 3.1.4b

a)





Rys. 3.1.4. Stanowisko laboratoryjne: a) schemat ideowy, b) układ fizyczny.

Do zasilania badanych silników BLDC zastosowano przekształtnik zbudowany na tranzystorach MOSFET, który zasilono poprzez stabilizowany zasilacz prądu stałego. Moment na wale silnika mierzono za pomocą przetwornika momentu obrotowego klasy 0.05, (rys. 3.1.5).

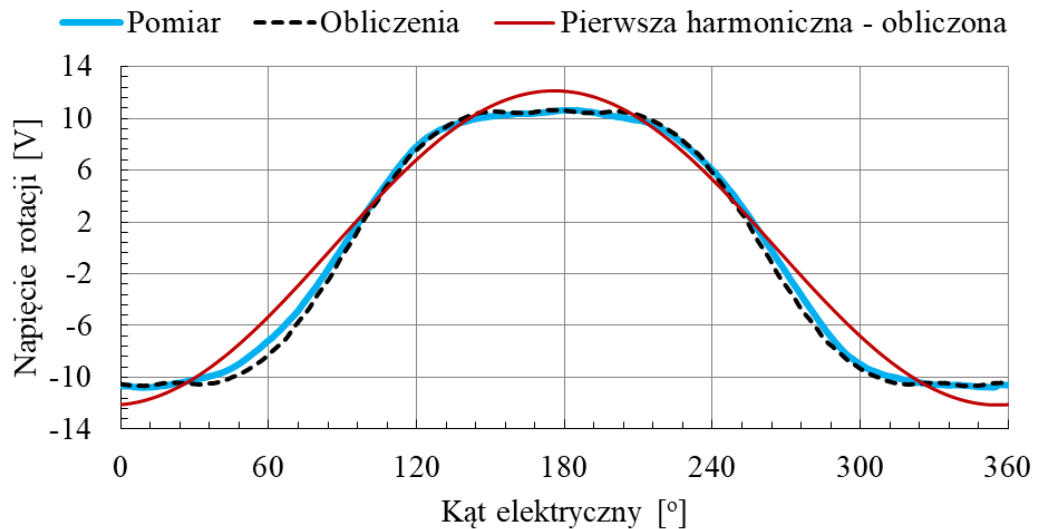


Rys. 3.1.5. Zastosowany przetwornik momentu E300 RWT1 produkcji TorqSense.

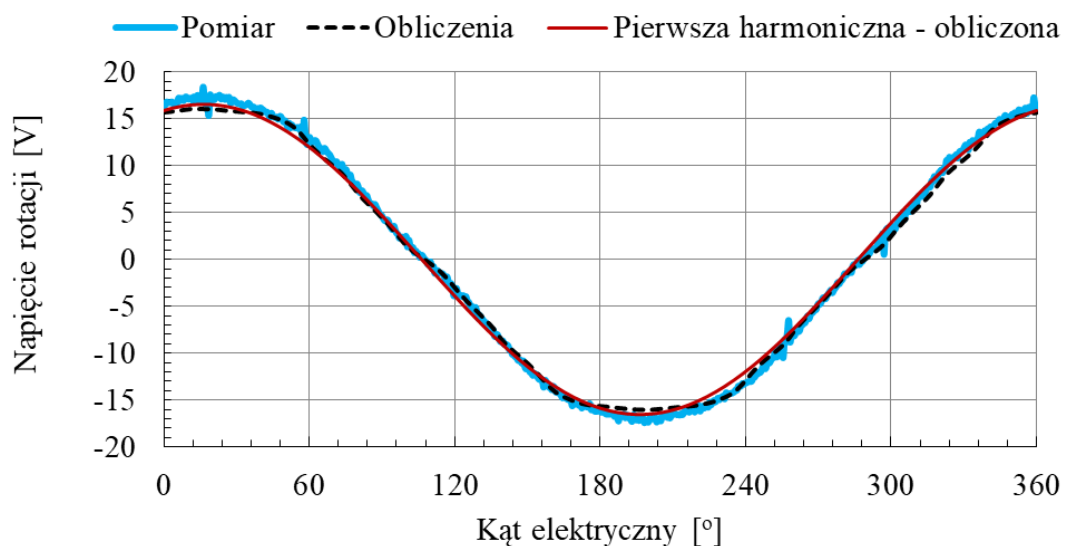
Przebiegi wartości chwilowych napięć rotacji oraz prądów pasmowych rejestrowano za pomocą oscylloskopu cyfrowego.

3.2 Wyniki obliczeń i pomiarów

Wykorzystując modele matematyczne przedstawione w rozdziale 2 pracy oraz wyżej opisane stanowisko laboratoryjne dokonano obliczeń i pomiarów napięć rotacji w stanie pracy jałowej oraz charakterystyk eksploatacyjnych analizowanych maszyn przy stałym napięciu zasilającym. Rysunki 3.2.1 i 3.2.2 przedstawiają obliczone oraz zmierzone pasmowe napięcia rotacji



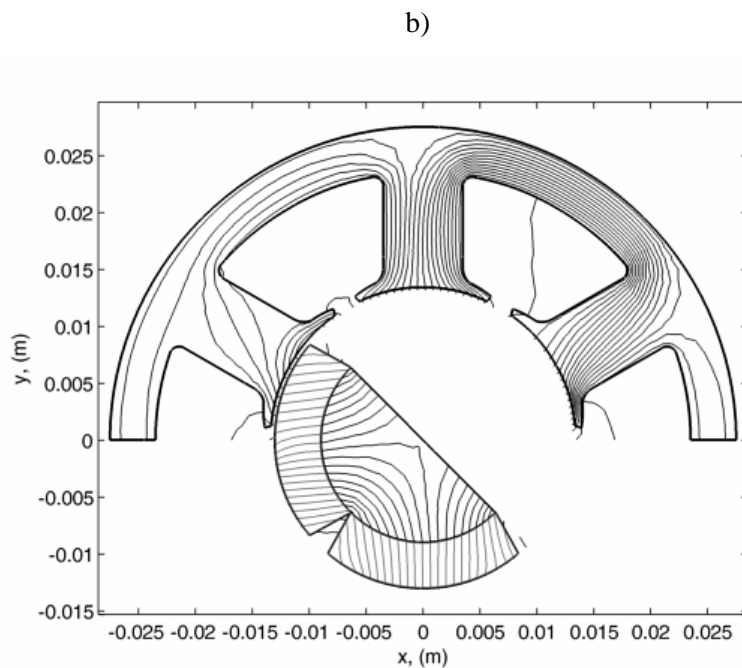
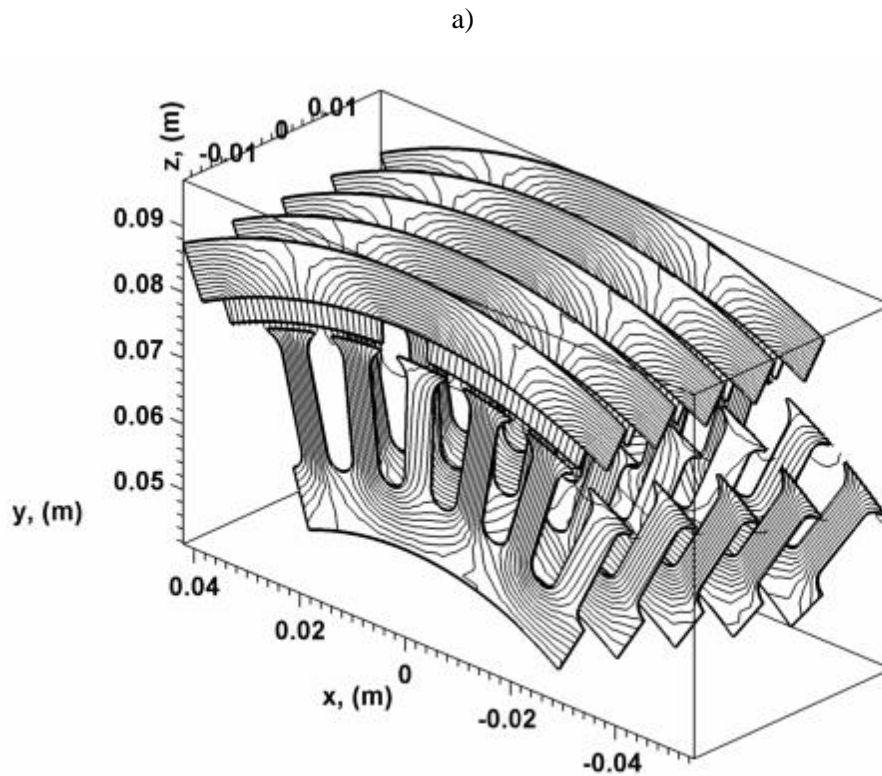
Rys. 3.2.1. Obliczone i zmierzone przebiegi napięć rotacji w silniku wolnobieżnym.



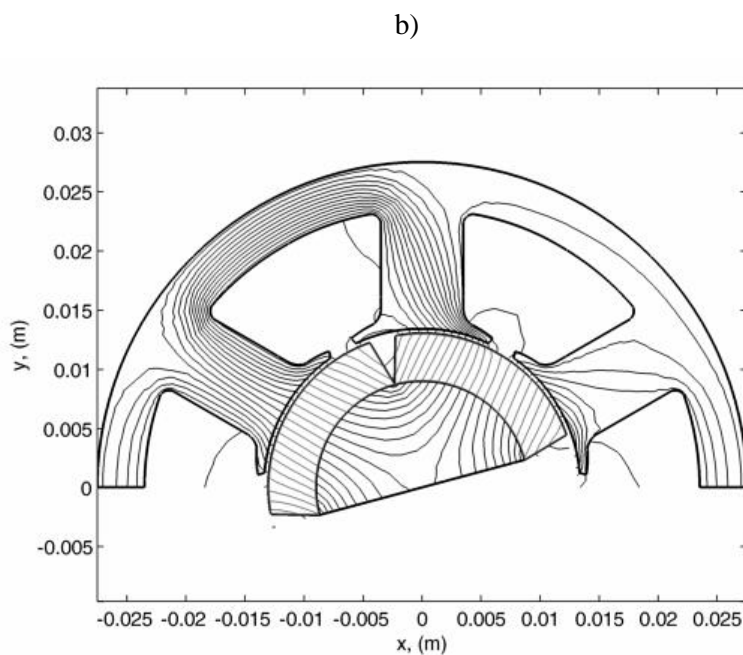
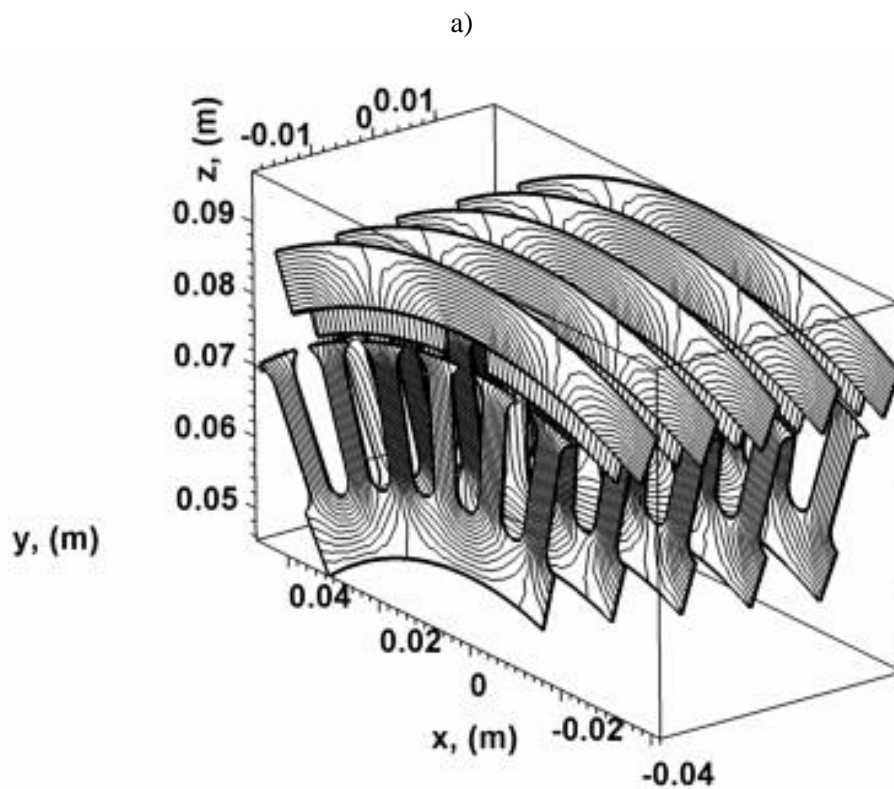
Rys. 3.2.2. Obliczone i zmierzone przebiegi napięć rotacji w silniku szybkobieżnym.

Jak można zauważyć, obliczone i zmierzone przebiegi napięć rotacji są bardzo zbliżone, co świadczy o prawidłowo zidentyfikowanych charakterystykach materiałowych obwodu magnetycznego obydwu silników. W kolejnym etapie dokonano wyznaczenia charakterystyk eksploatacyjnych. Obliczeniowe charakterystyki zewnętrzne wyznaczono osobno dla komutacji 120° oraz 180° . Wyniki otrzymane za pomocą modelu dla ustalonych stanów pracy, opisanego w podrozdziale 2.2, w którym zastosowano algorytm przedstawiony na rys. 2.2.4 pomijający wpływ temperatury, zweryfikowano za pomocą modelu odniesienia opisanego w podrozdziale 2.3.

Przed przystąpieniem do obliczeń za pomocą zaproponowanego modelu do analizy ustalonych stanów pracy, dokonano wyznaczenia współczynników E_{pk}/E_1 wymaganych w równaniu (2.37). W przypadku analizowanej maszyny wolnobieżnej współczynnik ten wynosi 1.05, natomiast w analizowanej maszynie szybkobieżnej 0.98. Wykorzystanie tego modelu wymaga, aby w zależności od rodzaju komutacji, wirnik maszyny był ustawiony w położeniach zilustrowanych na rys. 2.2.1a lub 2.2.1b. Otrzymane rozkłady pola magnetycznego w tych położeniach są przedstawione na rys. 3.2.3 oraz 3.2.4.

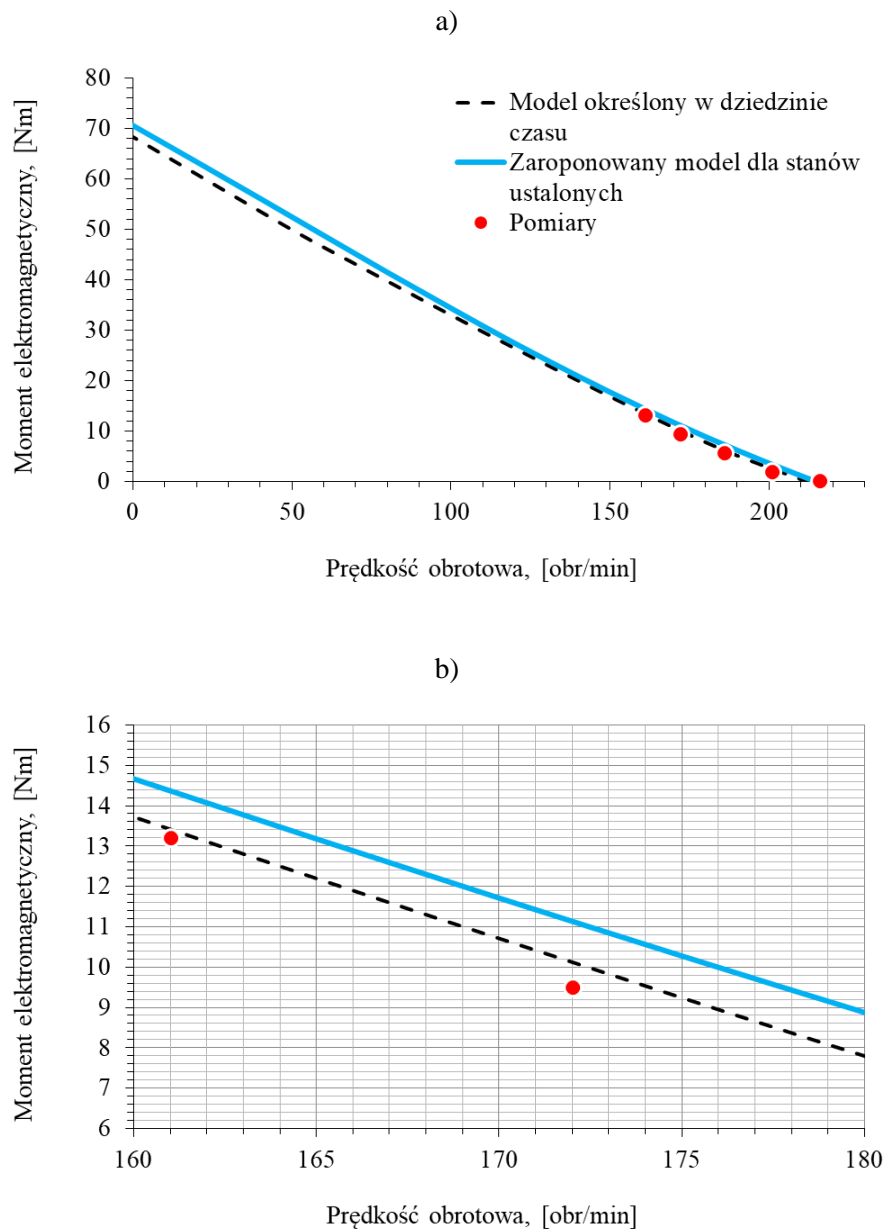


Rys. 3.2.3 Rozkłady linii strumienia magnetycznego w warunkach znamionowych dla komutacji 120° , dla położenia wirnika, w których wypadkowy fazy przepływu uzwojenia pokrywa się z osią Q . Obliczenia wykonano przy prądzie znamionowym: a) maszyna wolnobieźna, b) maszyna szybkobieźna. Modele uwzględniają symetrię obrotową maszyny względem jednej pary biegunów.

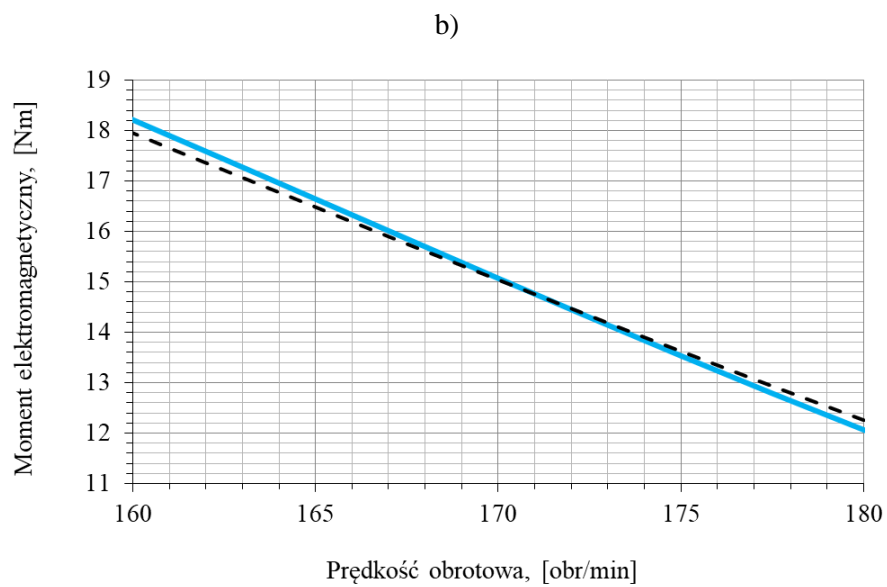
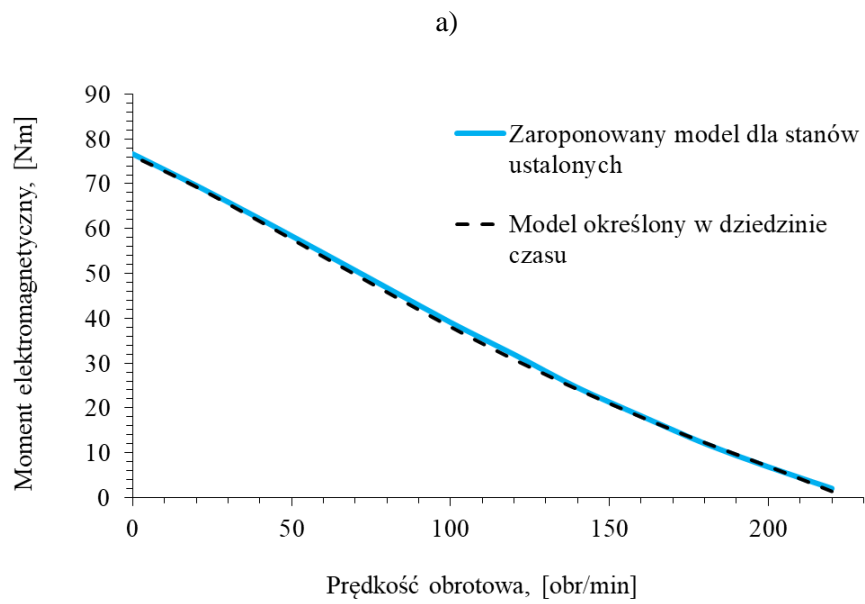


Rys. 3.2.4 Rozkłady linii strumienia magnetycznego w warunkach znamionowych dla komutacji 180° , dla położenia wirnika, w którym wypadkowy fazy przepływu uzwojenia pokrywa się z osią Q . Obliczenia wykonano przy prądzie znamionowym: a) maszyna wolnobieźna, b) maszyna szybkobieźna. Modele uwzględniają symetrię obrotową maszyny względem jednej pary biegunów.

Ponadto, dla komutacji 120° przeprowadzono pomiary charakterystyk zewnętrznych na opisanym wyżej stanowisku laboratoryjnym. Charakterystyki dla komutacji 180° zostały wyznaczone jedynie obliczeniowo ze względu na brak możliwości regulacji położenia strefy komutacji w modelach fizycznych maszyn. Wyniki otrzymane przy stałym znamionowym napięciu zasilającym zostały zilustrowane na kolejnych rysunkach.

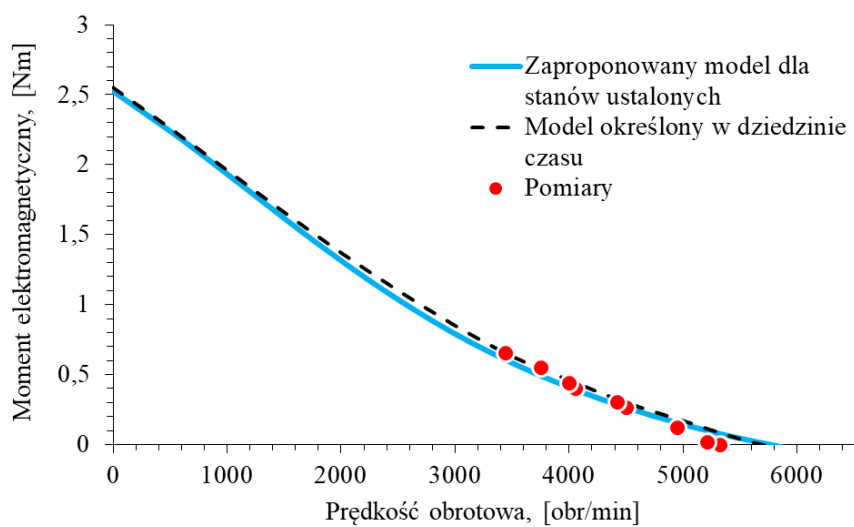


Rys. 3.2.5. Charakterystyka zewnętrzna obliczona różnymi metodami oraz zmierzona na modelu fizycznym dla silnika wolnobieżnego, dla komutacji 120° : a) pełne wyniki b) powiększenie w otoczeniu wartości znamionowych.

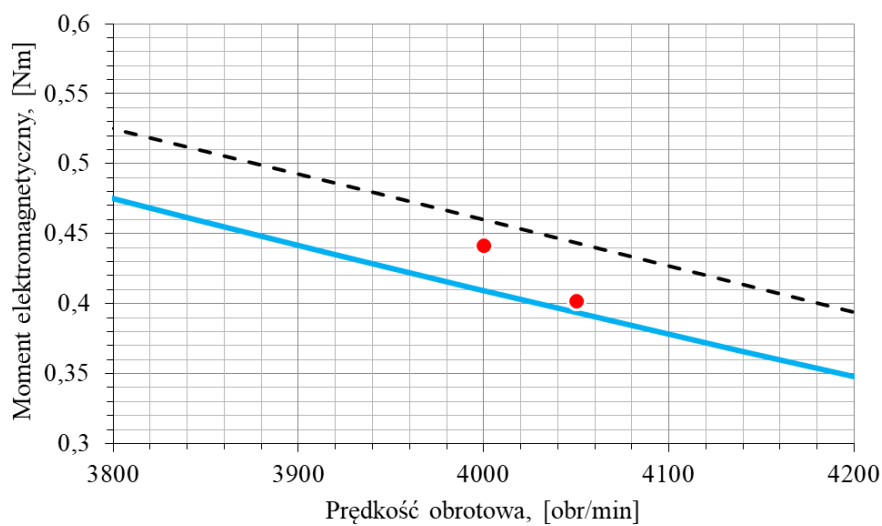


Rys. 3.2.6. Charakterystyka zewnętrzna obliczona różnymi metodami dla silnika wolnobieżnego dla komutacji 180° : a) pełne wyniki, b) powiększenie w okolicy wartości znamionowych.

a)

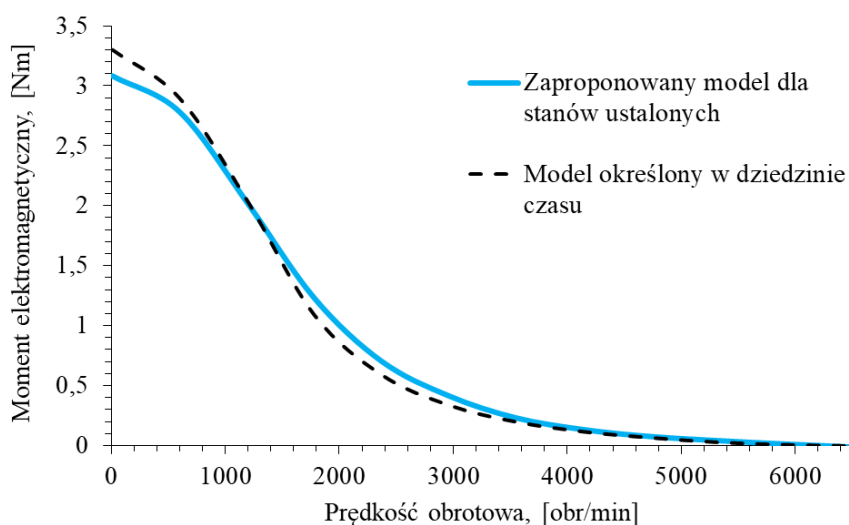


b)

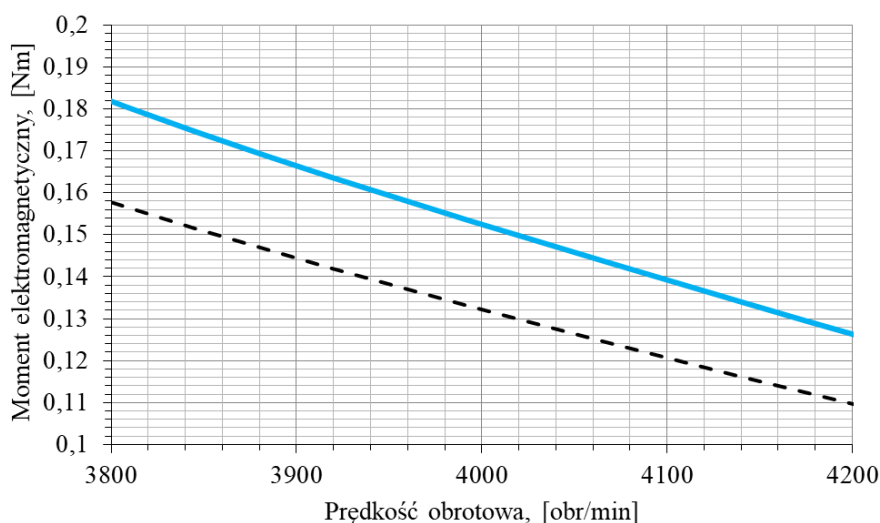


Rys. 3.2.7. Charakterystyka zewnętrzna obliczona różnymi metodami oraz zmierzona na modelu fizycznym dla silnika szybkobieżnego dla komutacji 120° : a) pełne wyniki, b) powiększenie w okolicy wartości znamionowych.

a)



b)

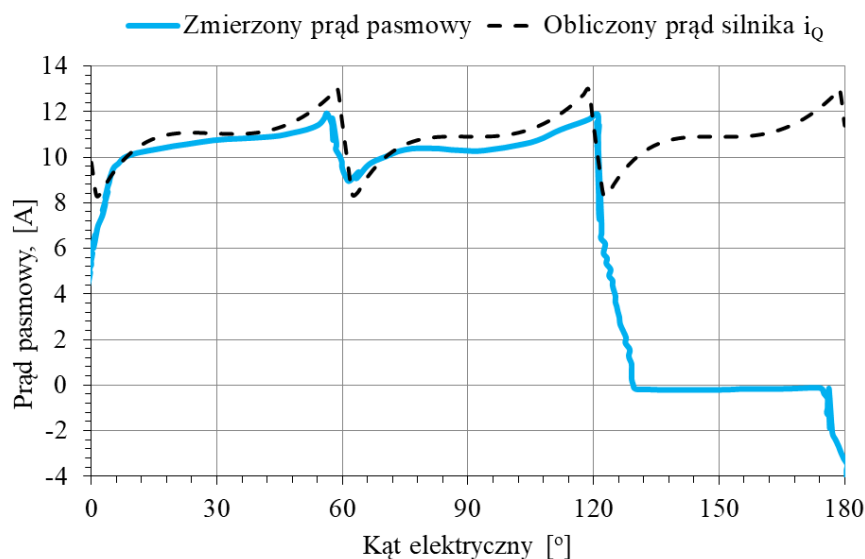


Rys. 3.2.8. Charakterystyka zewnętrzna obliczona różnymi metodami oraz zmierzona na modelu fizycznym dla silnika szybkobieżnego dla komutacji 180° : a) pełne wyniki, b) powiększenie w okolicy wartości znamionowych.

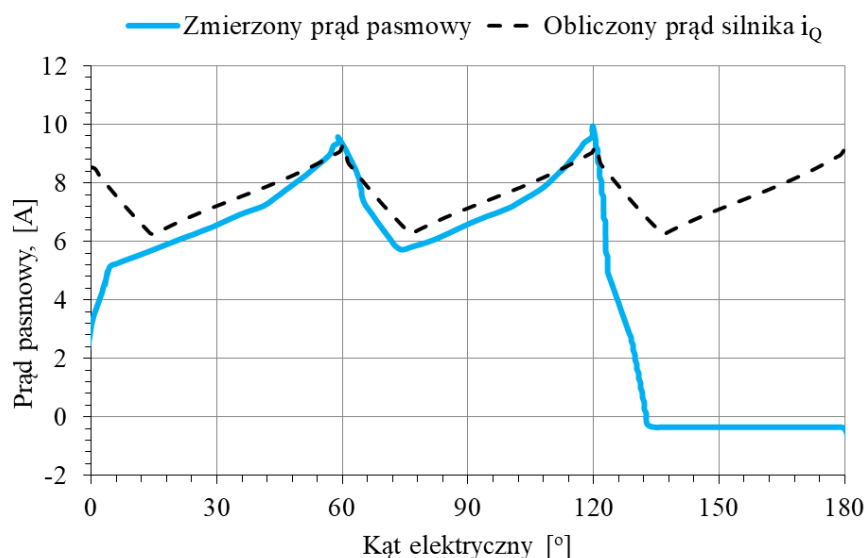
Jak widać na przedstawionych rysunkach, zaproponowany model dobrze odwzorowuje charakterystyki silników w całym analizowanym zakresie prędkości obrotowej, co jest wynikiem uwzględnienia nieliniowości obwodu magnetycznego oraz prawidłowego odwzorowania oddziaływania twornika. Rozbieżności w wynikach obliczeń w stosunku do uzyskanych wartości zmierzonych nie przekraczają 12 %, natomiast rozbieżności w stosunku do dużo dokładniejszego modelu odniesienia (podrozdział 2.3) około 16 % i są one najbardziej widoczne w dolnym zakresie prędkości obrotowej, gdzie strumień oddziaływania twornika jest najsilniejszy.

Oprócz charakterystyk zewnętrznych, zaproponowany model dla ustalonych stanów pracy umożliwia wyznaczenie przebiegów prądów pasmowych w dowolnym punkcie pracy. Przykładowe obliczone i zmierzone przebiegi zostały przedstawione na rys. 3.2.9. Warto podkreślić, że zmierzony przebieg prądu jest porównywany z prądem i_Q , który jest wartością chwilową prądu efektywnego I_{eff} w zaproponowanym modelu dla ustalonych stanów pracy. Z porównania można wywnioskować, że prawidłowe odwzorowanie kształtu przebiegów prądu jest możliwe w wyniku uwzględnienia zmienności parametrów skupionych maszyny w każdym punkcie pracy.

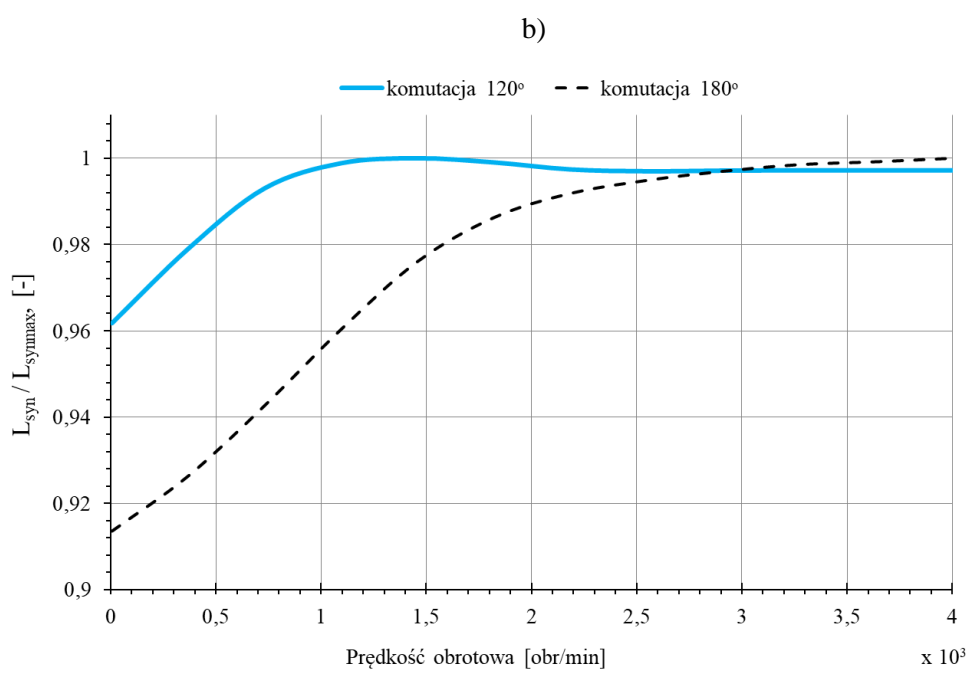
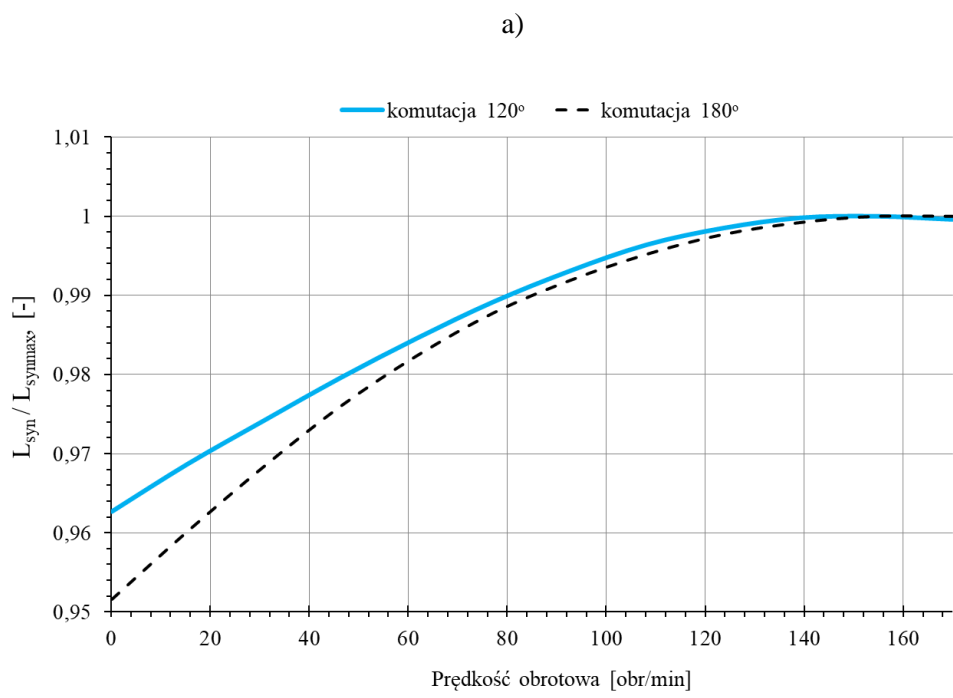
a)



b)

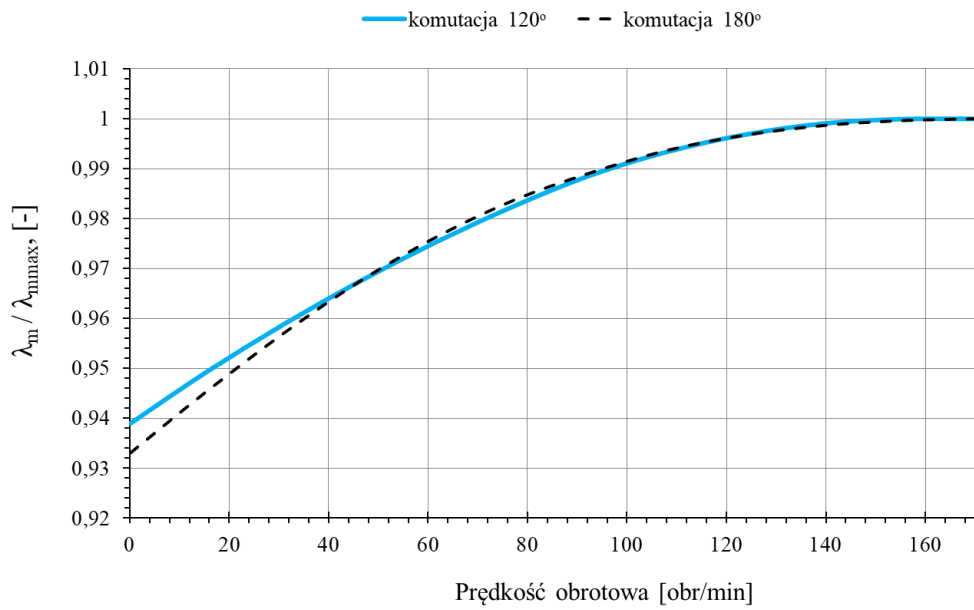


Rys 3.2.9 Zmierzone prądy pasma silnika wolnobieżnego oraz obliczony prąd i_Q w warunkach znamionowych dla komutacji 120° : a) silnik wolnobieżny, b) silnik szybkobieżny.

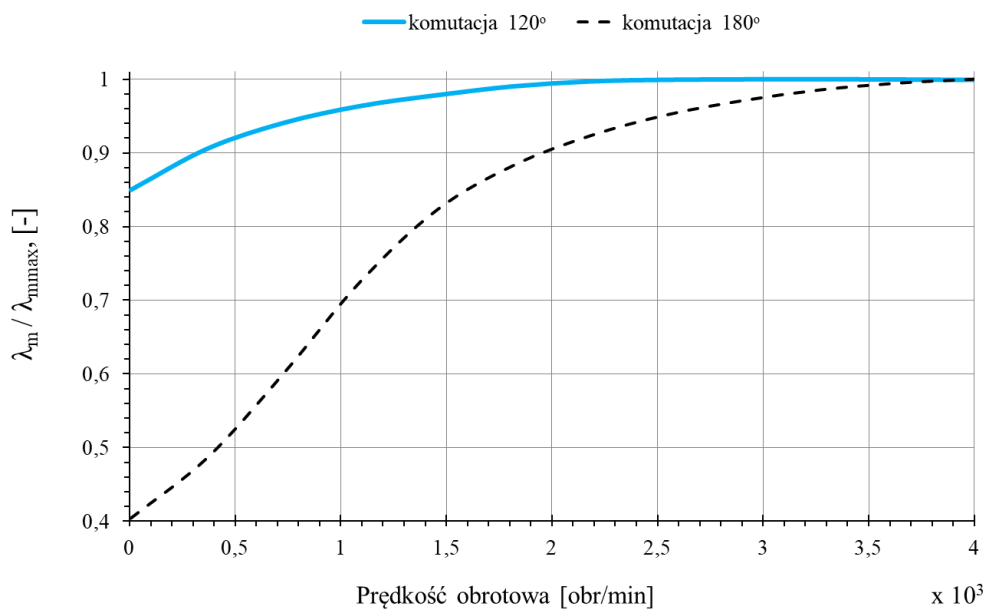


Rys. 3.2.10. Zależność indukcyjności synchronicznej od prędkości obrotowej: a) dla silnika wolnobieźnego ($L_{synmax} = 0.8 \text{ mH}$), b) dla silnika szybkobieźnego ($L_{synmax} = 1.4 \text{ mH}$).

a)



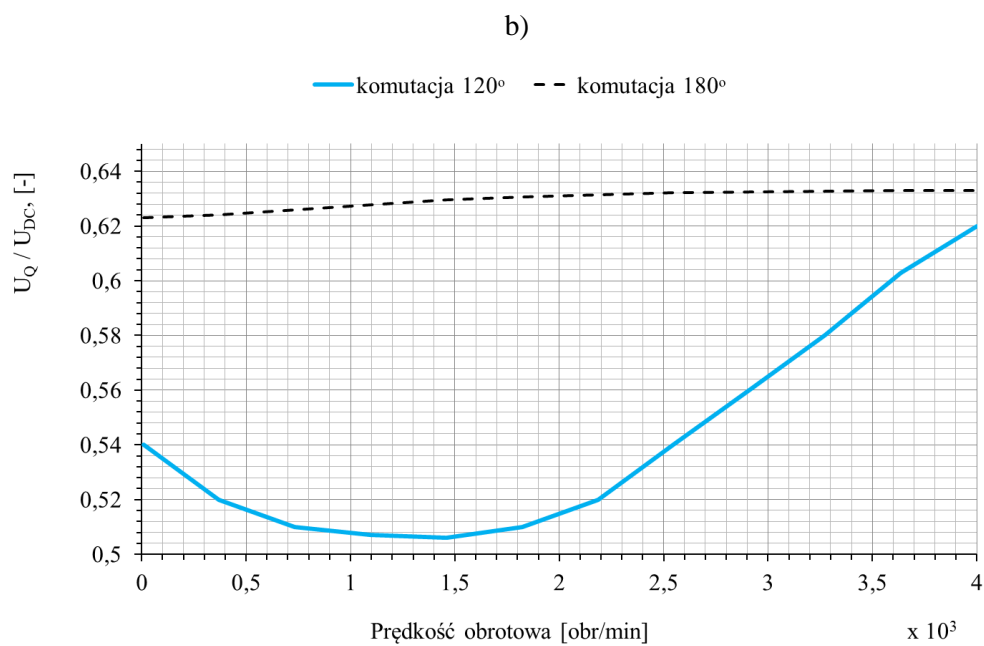
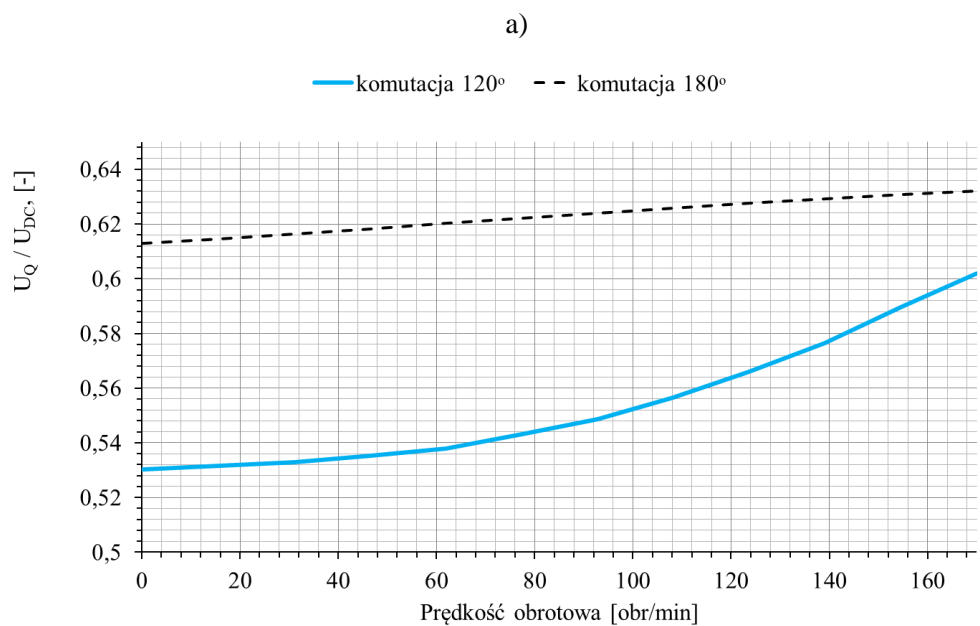
b)



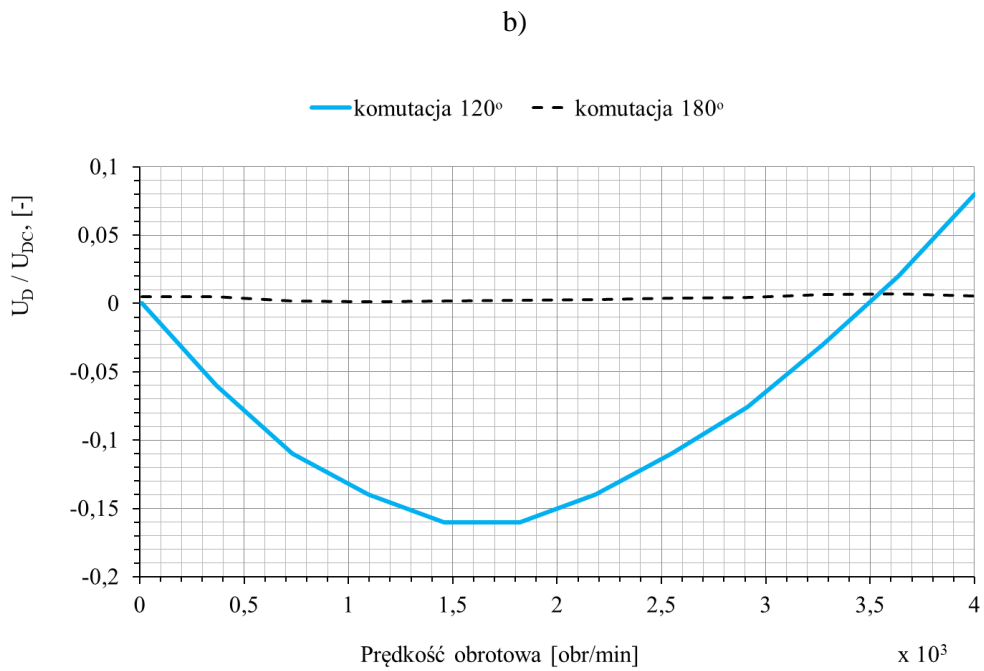
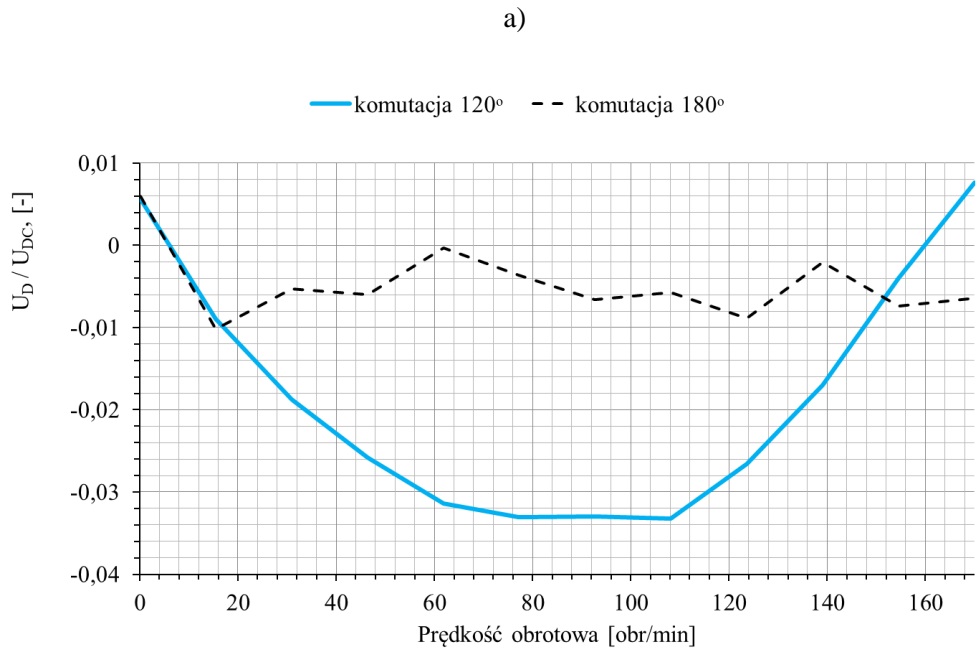
Rys. 3.2.11. Zależność strumienia od prędkości obrotowej: a) dla silnika wolnobieżnego ($\lambda_{mmax} = 96.6$ mVs), b) dla silnika szybkobieżnego ($\lambda_{mmax} = 18.1$ mVs).

Poszukując odpowiedności pomiędzy modelem obwodowym z uśrednieniem krótkoczasowym, przedstawionym w podrozdziale 2.1, a zaproponowanym modelem, można wywnioskować, że zachodzi ona na skutek zmienności parametrów skupionych maszyny. Zmienności te, dla parametrów skupionych L_{syn} oraz λ_m są przedstawione na rys. 3.2.10 i 3.2.11 w funkcji prędkości obrotowej. Przedstawione zależności tłumaczą przyczyny większych rozbieżności uzyskanych dla silnika szybkobieżnego, w którym zastosowane są magnesy trwałe o niskiej gęstości energii. Dla przypadku komutacji 180° wartość średnia prądu jest tak wysoka, a zmienność amplitudy strumienia wynosi około 60 % w całym zakresie zmienności prędkości obrotowej. W takiej sytuacji, szczególnie przy niskiej prędkości obrotowej punkt pracy magnesu trwałego mocno zależy od położenia wirnika, co zakłóca warunek stałości parametrów w punkcie pracy maszyny. Konsekwencją zmienności parametrów skupionych jest także zmienność napięć w równaniach (2.8) i (2.9). Warty podkreślenia jest, że ich znajomość z góry nie jest wymagana do funkcjonowania opracowanego modelu matematycznego, ani też możliwa do wyznaczenia innymi metodami poza badaniami eksperymentalnymi. W wyniku działania zastosowanego algorytmu możliwe jest jednak określenie zmienności napięć \bar{U}_Q oraz \bar{U}_D , a dzięki temu utworzenie pełnego parametrycznego modelu obwodowego. Dla analizowanych wyżej warunków pracy analizowanych maszyn zostały one zilustrowane na kolejnych rysunkach. Z porównania zilustrowanych rezultatów z zależnościami (2.14)-(2.15) oraz (2.16)-(2.17) wynika, że w przypadku komutacji 180° napięcia te są prawie stałe, co sprawia, że wyrażenia (2.14) i (2.15) stanowią ich dobre oszacowanie. Sytuacja taka nie ma miejsca w przypadku komutacji 120° z uwagi na niezerową wartość napięcia rotacji w osi D .

Wyniki przedstawione na rys. 3.2.10-3.2.13 mogą być przydatne do utworzenia modeli silników o parametrach skupionych, które można wykorzystać dla celów sterowania momentem elektromagnetycznym.



Rys. 3.2.12. Obliczona zmienność napięcia \bar{U}_Q w funkcji prędkości obrotowej: a) silnik wolnobieżny, b) silnik szybkobieżny.

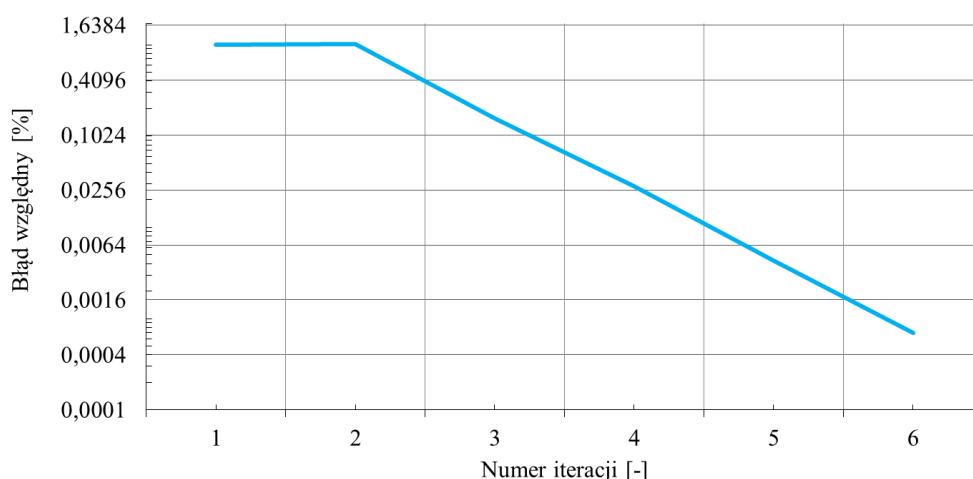


Rys. 3.2.13. Obliczona zmienność napięcia \bar{U}_D w funkcji prędkości obrotowej: a) silnik wolnobieżny, b) silnik szybkobieżny.

Pomimo uproszczeń, na jakich oparto tworzenie zaproponowanego modelu matematycznego, jak również pomimo pominięcia wpływu temperatury na punkt pracy silnika, wyniki zamieszczone w niniejszym rozdziale dowodzą, że gwarantuje on dokładność wystarczającą z punktu widzenia projektowania. Ponieważ operuje on pełnym opisem geometrii maszyny, możliwe jest także jego wykorzystanie do celów optymalizacji konstrukcji, co zostanie szczegółowo opisane w dalszej części rozprawy. W przypadku wykorzystania modelu w obliczeniach prowadzonych iteracyjnie, bądź sekwencyjnie, znaczenia nabiera pojęcie kosztu czasowego. W tabeli 3.2. porównano czasy obliczeń charakterystyk zewnętrznych za pomocą obydwu modeli. Przebieg zbieżności zaproponowanego algorytmu jest przedstawiony na rys. 3.2.14. Dla wszystkich warunków pracy błąd względny (mierzony zmianą momentu elektromagnetycznego - rozdział 2 pracy) równy 10^{-3} był osiągnięty w ciągu od 5 do 6 iteracji. Nie zaobserwowano przypadków braku zbieżności. Jak wynika z porównania, dla przyjętych warunków zaproponowany model oferuje około stukrotnie krótszy czas symulacji. Ze względu na stan nieustalony prądu, obliczenia za pomocą modelu odniesienia prowadzono przez trzy okresy prądu pasmowego dla maszyny wolnobieżnej oraz przez cztery okresy dla maszyny szybkobieżnej. Obliczenia zostały wykonane na komputerze PC z procesorem AMD PhenomX6 wyposażonego w 16 GB pamięci RAM.

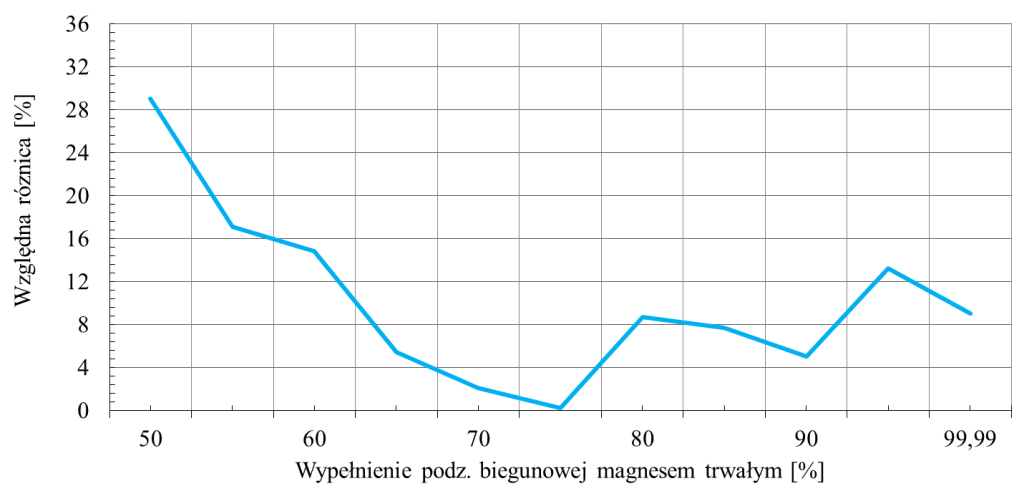
Tab. 3.2. Porównanie czasów obliczeń charakterystyk zewnętrznych za pomocą modelu określonego w dziedzinie czasu oraz zaproponowanego modelu dla stanów ustalonych.

Rodzaj modelu	Silnik wolnobieżny		Silnik szybkobieżny	
	Komutacja 120°	Komutacja 180°	Komutacja 120°	Komutacja 180°
Zaproponowany model dla stanów ustalonych (12 punktów charakterystyki)	≈ 11 min	≈ 8 min	≈ 5 min	≈ 4 min
Określony w dziedzinie czasu	15 h, 33 min	14 h, 43 min	6 h, 34 min	5 h, 56 min



Rys. 3.2.14. Przebieg zbieżności zastosowanego algorytmu obliczeniowego.

Powyższe informacje nie oznaczają, że na wyniki modelowania z wykorzystaniem tego modelu nie mają wpływu inne czynniki. Oprócz potrzeby uwzględnienia wpływu temperatury, co zostanie zrealizowane w dalszej części pracy, konieczne jest podanie zakresu jego stosowalności. Ponieważ jednym z głównych przyjętych założeń jest proporcjonalność między amplitudą efektywnego napięcia rotacji a obliczaną wartością średnią momentu elektromagnetycznego, to pewną miarą niedokładności modelu jest różnica w wartościach momentu elektromagnetycznego obliczanych według wyrażeń (2.13) oraz (2.32) – (2.33). Największych różnic można spodziewać się w przypadku znacznego odbiegania przebiegu pasmowego napięcia rotacji od przebiegu trapezoidalnego. W silnikach z powierzchniowym montażem magnesów trwałych, przy założonym rozkładzie uzwojenia, największy wpływ na kształt tego przebiegu ma współczynnik wypełnienia podziałki biegunowej magnesem trwałym. Praktycznie stosowane wartości tego wskaźnika, które pozwalają uzyskać pożądany przebieg, mieszczą się w przedziale od 70 % do 80 % [65]. Na rys. 3.2.15 przedstawiono wyniki eksperymentu obliczeniowego, w którym dokonano wyznaczenia względnej różnicy między wartościami momentu elektromagnetycznego obliczanymi z zależności (2.13) oraz (2.32) – (2.33) w funkcji współczynnika wypełnienia podziałki biegunowej magnesem trwałym dla komutacji 120° . Uzyskane rezultaty pokazują, że zakres najwyższej dokładności modelu leży w przedziale, w którym przebieg napięcia rotacji najmniej odbiega od trapezoidalnego. Zmiana współczynnika wypełnienia podziałki biegunowej poniżej 65 % oraz powyżej 80 % jest konsekwencją wzrostu amplitudy piątej harmonicznej napięcia rotacji, która silnie wpływa na wartość momentu elektromagnetycznego w położeniu zilustrowanym na rys. 2.2.1a.



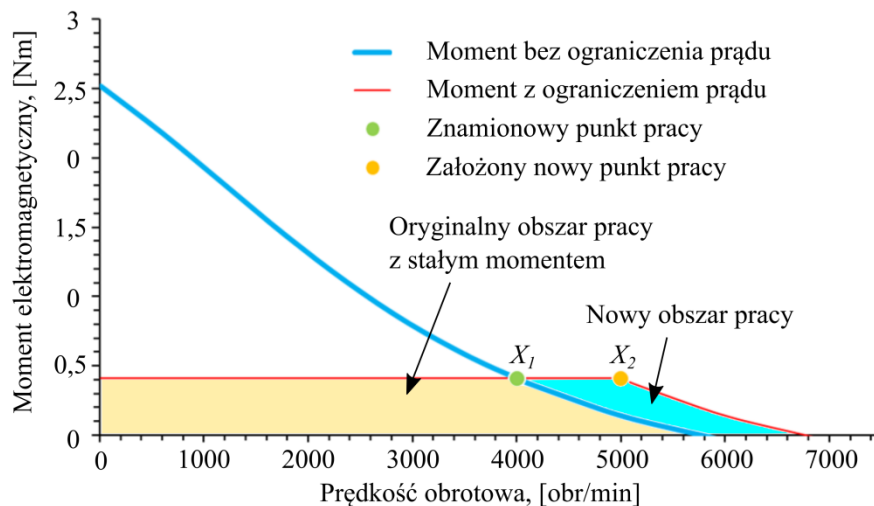
Rys. 3.2.15. Względna różnica między wartościami momentu elektromagnetycznego obliczonymi według zależności (2.13) i (2.32) – (2.33).

4. Zastosowanie zaproponowanego modelu do zaprojektowania silnika mocy ułamkowej

4.1 Zadanie projektowe

Wyniki obliczeń przedstawione w poprzednim podrozdziale pokazują, że opracowany model matematyczny cechuje dokładność wystarczająca do celów wstępnego projektowania. Zgodność zaprezentowanych dotychczas wyników obliczeń z pomiarami na modelu fizycznym były jednak efektem szczegółowej wiedzy autora na temat budowy wewnętrznej i możliwości pomiarowego określenia niektórych parametrów fizycznych silników (rezystancja uzwojenia, indukcyjność połączenia czołowego, parametry magnesów trwałych). Zadanie postawione w tym rozdziale polega na wykorzystaniu zaproponowanego modelu do zaprojektowania nowego silnika, a następnie budowie modelu fizycznego i weryfikacji uzyskanych charakterystyk. Zadanie to zostało sformułowane w opisany niżej sposób.

Zakłada się, że możliwe jest przeprojektowanie silnika szybkoobrotowego analizowanego w poprzednim rozdziale (rys. 3.1.1b) w taki sposób, aby możliwy obszar pracy ze stałym momentem elektromagnetycznym uległ w warunkach nominalnych przemieszczeniu z punktu pracy $X_1 = [4000 \text{ obr/min}, 0.43 \text{ Nm}, 180 \text{ W}]$ do punktu pracy $X_2 = [5000 \text{ obr/min}, 0.43 \text{ Nm}, 225 \text{ W}]$, co jest zilustrowane na rys. 4.1.1. Zakłada się, że w silniku będzie zastosowana komutacja 120° .



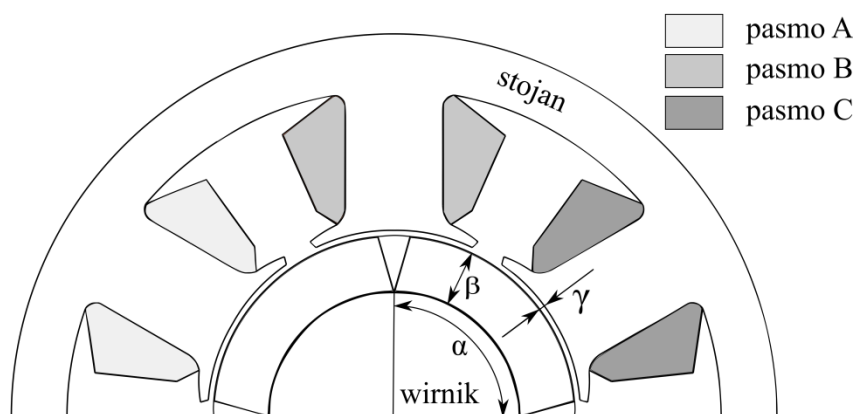
Rys. 4.1.1. Charakterystyka zewnętrzna silnika szybkoobrotowego z projektowanym nowym punktem pracy.

Punktem startowym w analizowanym projekcie jest zachowanie kształtu, wymiarów rdzenia obwodu magnetycznego stojana oraz zachowaniu rozkładu uzwojenia. Zakłada się, że pożądane wskaźniki eksploatacyjne mogą zostać osiągnięte na drodze projektowania obwodu magnetycznego wirnika, przy zachowaniu liczby par biegunów. Ze względu na żądanie wyższej mocy nominalnej konieczna jest także zmiana parametrów magnesów trwałych. W miejsce stosowanych dotychczas magnesów ceramicznych zostaną zastosowane magnesy trwałe NdFeB (Tab. 4.1.1) w kształcie wycinka pierścienia o magnetyzacji promieniowej.

Tab. 4.1.1 Parametry zastosowanych magnesów trwałych NdFeB N35M [145]

Parametr	Wartość
B_r	1.2 T
H_c	920 kA/m
BH_{max}	270 kJ/m ³
μ_r	1.04
magnesowanie	promieniowe

Ponieważ jednym z istotnych kryteriów oceny projektów silników BLDC jest pulsacja momentu elektromagnetycznego, w obliczeniach zostanie zastosowany zmodyfikowany algorytm, przedstawiony na rys. 2.2.6. W algorytmie tym uwzględniany jest także wpływ temperatury na rezystancję uzwojenia. Pominięto natomiast wpływ temperatury na charakterystyki magnesowania materiałów i na stratność jednostkową blach. W analizowanym zadaniu projektowym definiuje się cztery zmienne projektowe, tj. współczynnik wypełnienia podziałki biegunowej magnesem trwałym α/τ , grubość magnesu β , szerokość szczeliny powietrznej γ , oraz liczbę zwojów cewki n (rys. 4.1.2).



Rys. 4.1.2. Zastosowane zmienne projektowe.

Przyjęte zmienne projektowe podlegają ograniczeniom fizycznym, wynikającym z technologicznej możliwości realizacji silnika oraz istniejącej wiedzy wstępnej. Ograniczenia te zestawiono w tabeli 4.1.2. Jak zaznaczono w poprzednim podrozdziale, projektowany współczynnik α/τ powinien zawierać się w przedziale najwyższej dokładności zastosowanego modelu. Minimalna i maksymalna grubość magnesów trwałych wynika z wymaganej wartości momentu elektromagnetycznego T_p przy założeniu, że w punkcie pracy magnes trwały osiąga energię nie większą niż 50% iloczynu BH_{max}

$$\int_0^{2\pi} T_p d\alpha_r < 0,5 \int_{v_m} BH_{max} dv \quad (4.1)$$

gdzie v_m jest objętością magnesów natomiast grubość szerokość szczeliny powietrznej wynika z potrzeby ograniczenia momentu reluktancyjnego (zaczepowego). Postulowana liczba zwojów uzwojenia wynika z blisko dwukrotnego wzrostu indukcji magnetycznej w szczelinie powietrznej w stosunku do silnika analizowanego w poprzednim rozdziale.

Tab. 4.1.2. Przedziały zmienności dla zmiennych projektowych

Zmienna projektowa	Zakres wartości
α/τ	0.65 – 0.85
β	2 – 4 mm
γ	1 – 2 mm
N_z	10 – 15

W procesie projektowania pod uwagę brane będą następujące wskaźniki eksploatacyjne:

- wartość momentu elektromagnetycznego nie mniejsza niż 0.43 Nm,
- wartość skuteczna prądu pasmowego nie większa niż 9 A,
- niski poziom pulsacji momentu elektromagnetycznego,
- temperatura uzwojenia nie wyższa niż 75 °C.

Ocena projektu z punktu widzenia poszczególnych wskaźników czyni analizowane zadanie projektem wielokryterialnym, którego jednoznaczne rozwiązanie wymaga zastosowania odpowiedniej metody.

4.2 Rozwiązanie z wykorzystaniem procesu decyzyjnego

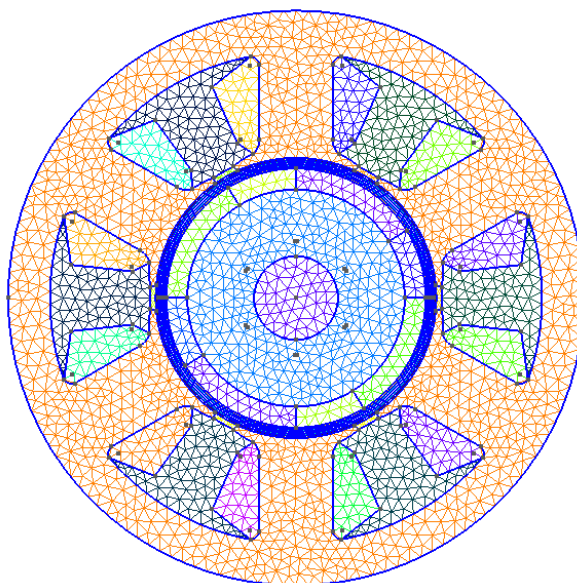
4.2.1 Projekt eksperymentu komputerowego

Zgodnie z przyjętymi założeniami, przestrzeń projektowa jest czterowymiarowa. Z punktu widzenia dostępnych współcześnie, najbardziej wydajnych metod globalnego przeszukiwania przestrzeni projektowej, zagadnienie takie należy do niewielkich, a jego rozwiązania można dokonać stosunkowo niedużym kosztem obliczeniowym [75]. Zagadnienie to jednak komplikuje się pod wpływem czterech zdefiniowanych wyżej kryteriów oceny. W wyniku rozwiązania takiego problemu zazwyczaj otrzymuje się zbiór rozwiązań kompromisowych [56], a nie pojedyncze rozwiązanie. Mankamentem podejść opartych na numerycznych metodach przeszukiwania przestrzeni projektowej jest ich dążenie do ekstremalizacji zdefiniowanego wskaźnika skutkujące brakiem obrazu rozwiązania wokół ekstremów oraz niewielki wpływ doświadczenia konstruktora na przebieg tego przeszukiwania. Z wymienionych wyżej powodów w niniejszej pracy zdecydowano się na inne rozwiązanie omawianego problemu. Proponuje się podzielenie procesu obliczeniowego na dwa etapy - pierwszego, w którym projektowany jest eksperyment komputerowy oraz drugiego, w którym satysfakcjonujące rozwiązanie jest wyłaniane na podstawie analizy rozwiązań otrzymanych w pierwszym etapie.

Pierwszy etap kończy się utworzeniem tzw. metamodelu, tj. osobnego modelu komputerowego będącego reprezentacją modelu polowego w zdanym przedziale argumentów (zmiennych projektowych). Powodem tworzenia metamodelu jest redukcja kosztów obliczeniowych związanych z potrzebą wielokrotnych odwołań do modelu polowego podczas przeszukiwania przestrzeni projektowej. Do utworzenia metamodelu w rozprawie zastosowano dwie powszechnie używane metody projektowania eksperymentu. Pierwsza - bardziej kosztowna obliczeniowo, wykorzystuje próbkowanie równomierne. W podejściu tym całkowita liczba próbek przy podziale każdego wymiaru przestrzeni N -wymiarowej na k_p punktów wynosi $N^{(k_p)}$

Drugi sposób wykorzystuje próbkowanie metodą łącińskiego hipersześcianu, tj. rozmieszczenie punktów w przestrzeni projektowej za pomocą zmiennej pseudolosowej o rozkładzie równomiernym bez powtórzeń. W podejściu tym, niezależnie od wymiaru przestrzeni, liczba próbek wynosi jedynie k .

Wygenerowanie rozwiązań dla zadanych punktów siatki jest przeprowadzane poprzez kolejne uruchomienia modelu komputerowego dla wszystkich punktów siatki. Wymaga to utworzenia sparametryzowanego opisu geometrii silnika. W tym celu w pracy wykorzystano system Gmsh [134], dla którego zostały utworzone odpowiednie pliki wsadowe napisane w wewnętrznym języku skryptowym. Przykładowa siatka elementów skończonych, otrzymana w wyniku działania opracowanych programów jest przedstawiona na rys. 4.2.1.



Rys. 4.2.1. Przykładowa siatka elementów skończonych utworzona przez system Gmsh na podstawie sparametryzowanego pliku wsadowego opisującego geometrię analizowanej maszyny.

Obliczenia przeprowadzono zakładając, że maszyna pracuje w punkcie pracy X_2 (rys. 4.1.1). W przypadku siatki równomiernej i łańciskowego hipersześcianu wygenerowano po trzy osobne metamodele (łącznie sześć). W pierwszym przypadku dla $N = 3, 4, 5$ otrzymano odpowiednio 81, 256 oraz 625 punktów, natomiast w drugim zastosowano siatkę składającą się z 50, 100 oraz 150 punktów. Podczas generowania modeli uwzględniono możliwości technologicznej realizacji projektu, dlatego poszczególne wymiary są wyrażane z dokładnością do 0.05 mm, podczas gdy liczba zwojów jest całkowita.

Czas obliczeń dla pojedynczego punktu uległ znacznemu wydłużeniu na skutek uwzględnienia w nim wpływu temperatury na rezystancję cewki oraz siatki uwzględniającej pełny przekrój silnika, a nie dwie podziałki biegunowe. Na skutek tych warunków, liczba iteracji algorytmu z rys. 2.2.6 wzrosła z 5 do 7, natomiast czas obliczeń pojedynczego punktu do około 3 minut. Należy jednak brać przy tym pod uwagę, że w wyniku wzrostu kosztu obliczeniowego otrzymuje się model, który umożliwia określenie sprawności silnika (uwzględnione straty w żelazie) oraz pulsacji momentu elektromagnetycznego.

Po zakończeniu fazy eksperymentu komputerowego, otrzymane rezultaty zostały zapisane w plikach w postaci struktur danych zawierających wszystkie niezbędne informacje o wskaźnikach wymienionych w podrozdziale 4.1. Następnie, stosowana jest faza wyłaniania najbardziej satysfakcjonującego rozwiązania. Z uwagi na wielokryterialność zadania projektowego, w celu jego rozwiązania zrezygnowano z wykorzystania metod przeszukiwania przestrzeni zmiennych decyzyjnych, co wymagałoby wykonania interpolacji pomiędzy węzłami siatki. Zamiast tego zdecydowano się na zastosowanie procesu decyzyjnego, którego głównymi zaletami są: prostota, jednoznaczność rozwiązania oraz duży wpływ heurystyki wynikającej z wiedzy konstruktora.

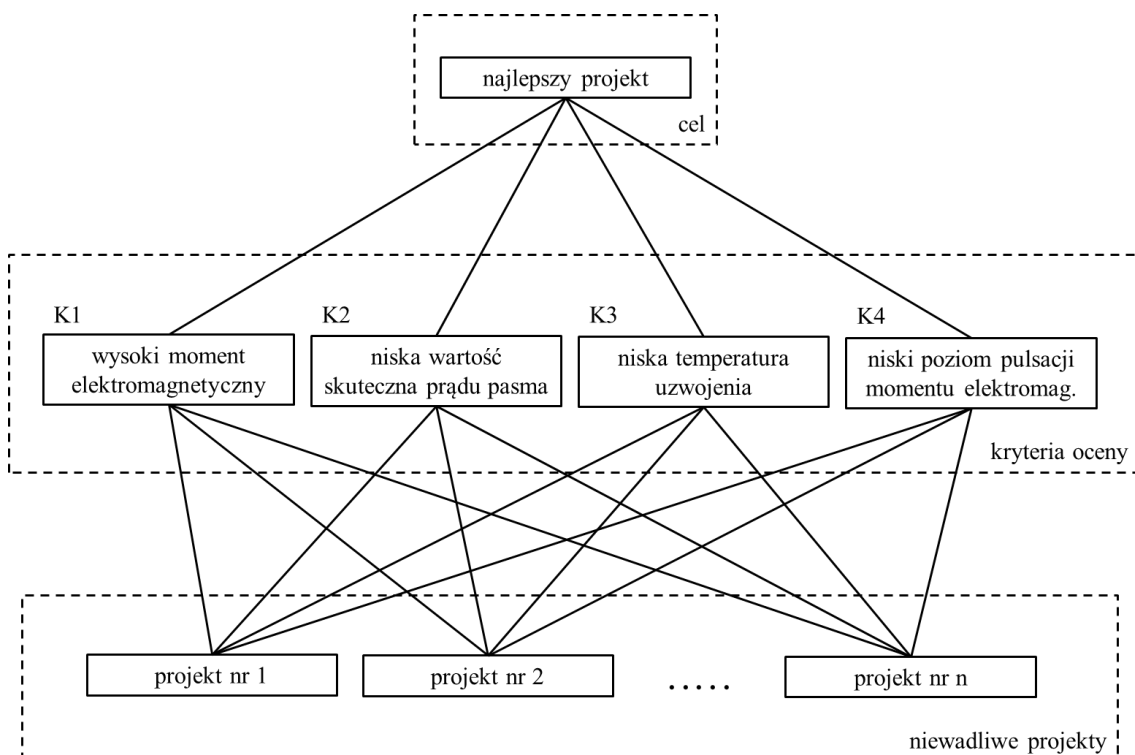
4.3 Proces decyzyjny

W pracy zdecydowano się na wykorzystanie metody analitycznego procesu hierarchii (*ang. Analytic hierarchy process - AHP*), która jest ogólną, wielokryterialną metodą analizy procesów decyzyjnych wprowadzoną przez T. L. Sattiego [104]. Jej zaletą jest przejrzystość, dzięki możliwości zdekomponowania procesu decyzyjnego na etapy oraz utworzenie rankingu końcowego, który jednoznacznie wskazuje faworyta.

Pierwszym etapem obliczeń, po przeprowadzeniu eksperymentu komputerowego, jest odrzucenie wadliwych rozwiązań istniejących w każdym metamodelu. Jako wadliwe rozumiane są wszystkie te rozwiązania, które nie spełniają następujących wymagań o charakterze nierównościowym:

1. moment elektromagnetyczny T_e nie niższy niż znamionowy (0.43 Nm),
2. skuteczny prąd pasma I_s nie większy niż 9 A,
3. temperatura uzwojenia T_{uzw} nie wyższa niż 75 °C,
4. poziom pulsacji momentu elektromagnetycznego nie wyższy niż 75 %.

Kolejne etapy są realizowane tylko dla pozostałej części metamodelu (węzłów siatki), tj. rozwiązań niewadliwych. Graficzny model hierarchii celów można zilustrować za pomocą drzewa przedstawionego na rys. 4.3.1.



Rys 4.3.1. Schemat struktury hierarchicznej rozpatrywanego zadania.

Drugim etapem jest ustalenie wag dla poszczególnych kryteriów oceny. Wagi te są przyjmowane jako liczby całkowite z zakresu od 1 do 7. Zgodnie z metodologią przyjętą w AHP, ustala się je dokonując konfrontacji wszystkich kryteriów parami. Uwzględniając wymienione wcześniej wymagania, można na ich podstawie utworzyć cztery kryteria oceny:

- K1: wysoki moment elektromagnetyczny,
- K2: niska wartość skuteczna prądu zasilającego,
- K3: niska temperatura uzwojenia,
- K4: niski poziom pulsacji momentu elektromagnetycznego.

Jak można zauważyć, powyższe wymagania mają charakter kryteriów rozmytych, w których w sposób subiektywny można uwzględnić także czynniki wynikające z wiedzy i doświadczenia konstruktora. Istotność poszczególnych kryteriów wyraża się za pomocą macierzy istotności, której skonstruowanie poprzedza się zbudowaniem tablicy według schematu przedstawionego w tab. 4.3.1.

Tab. 4.3.1 Sposoby wyrażania istotności kryteriów oceny w metodzie AHP [104]

Wartość oceny	Znaczenie	Objaśnienie
1	Jednakowa istotność	Obydwa czynniki są równoważne.
3	Niewielka przewaga	Jeden czynnik jest słabo preferowany.
5	Silna przewaga	Jeden czynnik jest silnie preferowany.
7	Bardzo silna przewaga	Jeden czynnik jest bardzo silnie preferowany.
9	Absolutna przewaga	Jeden czynnik jest ekstremalnie preferowany.
2,4,6,8	Wartości pośrednie	Stosuje się w razie potrzeby.

Na tej podstawie dokonano ocen kryteriów występujących w zadaniu według skali przedstawionej w tab. 4.3.2.

Tab. 4.3.2. Wagi przyporządkowane poszczególnym kryteriom oceny projektów.

Konfrontowane kryteria	Wagi konfrontacji
K1 względem K2	4 względem 7
K1 względem K3	4 względem 7
K1 względem K4	6 względem 5
K2 względem K3	6 względem 7
K2 względem K4	6 względem 6
K3 względem K4	6 względem 7

Na tej podstawie stworzono macierz istotności kryteriów, według zasady zilustrowanej w tab. 4.3.3, w której W oznacza macierz uformowaną z wartości umieszczonych w kolejnych wierszach prawej kolumny tab. 4.3.2.

Tab. 4.3.3. Macierz istotności kryteriów.

Kryterium	1	2	3	4
1	1	$W(1,1)/W(1,2)$	$W(2,1)/W(2,2)$	$W(3,1)/W(3,2)$
2	$W(1,2)/W(1,1)$	1	$W(4,1)/W(4,2)$	$W(5,1)/W(5,2)$
3	$W(2,2)/W(2,1)$	$W(4,2)/W(4,1)$	1	$W(6,1)/W(6,2)$
4	$W(3,2)/W(3,1)$	$W(5,2)/W(5,1)$	$W(6,2)/W(6,1)$	1

Otrzymane wartości są zestawione w tab. 4.3.4

Tab. 4.3.4. Wartości elementów macierzy istotności kryteriów w analizowanym zadaniu.

Kryterium	T_e	I_s	T_{uzw}	k_T
T_e	1.0000	0.5714	0.5714	1.2000
I_s	1.7500	1.0000	0.8571	1.0000
T_{uzw}	1,7500	1.1667	1.0000	0.8571
k_T	0.8333	1.0000	1.1667	1.0000

Następnie, wyznaczając wektor prawidłowych wartości własnych macierzy istotności (tab. 4.3.4), wyraża się wektor priorytetów P dla poszczególnych kryteriów.

$$P = \begin{bmatrix} 0.19 \\ 0.27 \\ 0.28 \\ 0.24 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Otrzymane wartości pokazują, że najsilniejszym kryterium oceny jest niska temperatura uzwojenia. Rezultat ten wynika z faktu, że wszystkie analizowane przypadki (projekty) spełniają wymagania odnośnie mocy mechanicznej i wartości skutecznej prądu, wobec czego konstruktor bardziej skupił się na aspekcie wytrzymałości cieplnej silnika.

Kolejnym etapem jest ocena wszystkich projektów z punktu widzenia poszczególnych kryteriów, a następnie powiązanie tych ocen z priorytetami. Oceny te prowadzone są na zasadzie podobnej do wyrażania macierzy istotności kryterium. Przed przystąpieniem do oceny, należy jednak zauważyć, że część kryteriów ma charakter faworyzowania wskaźnika (np. wzrost momentu elektromagnetycznego), a część jego deprecjonowanie (np. spadek temperatury). W celu standaryzacji oceny wskaźników wprowadzono następujące funkcje [63]:

$$v_f(q) = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } q \leq q_{min} \\ \text{liniowo rosnąca} & \text{jeśli } q_{min} < q < q_{max} \\ 7 & \text{jeśli } q \geq q_{max} \end{cases} \quad (4.2)$$

faworyzującą wskaźnik q , oraz

$$v_d(q) = \begin{cases} 7 & \text{jeśli } q \leq q_{min} \\ \text{liniowo malejąca} & \text{jeśli } q_{min} < q < q_{max} \\ 1 & \text{jeśli } q \geq q_{max} \end{cases} \quad (4.3)$$

deprecjonującą wskaźnik q .

Dzięki temu, każdy projekt może zostać oceniony w taki sam sposób z punktu widzenia każdego kryterium. Dla wszystkich poprawnych projektów, dla każdego kryterium konstruowana jest macierz istotności S_k według zasady zilustrowanej w tab. 4.3.3. Wymiar tej macierzy jest równy liczbie projektów branych pod uwagę, natomiast kolejne wyrazy zawierają ilorazy $v(i+1)/v(i)$, gdzie v oznacza funkcję określoną wzorem (4.2) lub (4.3), natomiast i jest kolejnym numerem porządkowym modelu. Dla każdej kolejnej macierzy S_k ($k=1, 2, 3, 4$) reprezentującej każde kryterium, wyznacza się wektor prawidłowych wartości własnych Q_k , a na jego podstawie, uwzględniając wektor priorytetów P , tworzy się ranking projektów według wzoru:

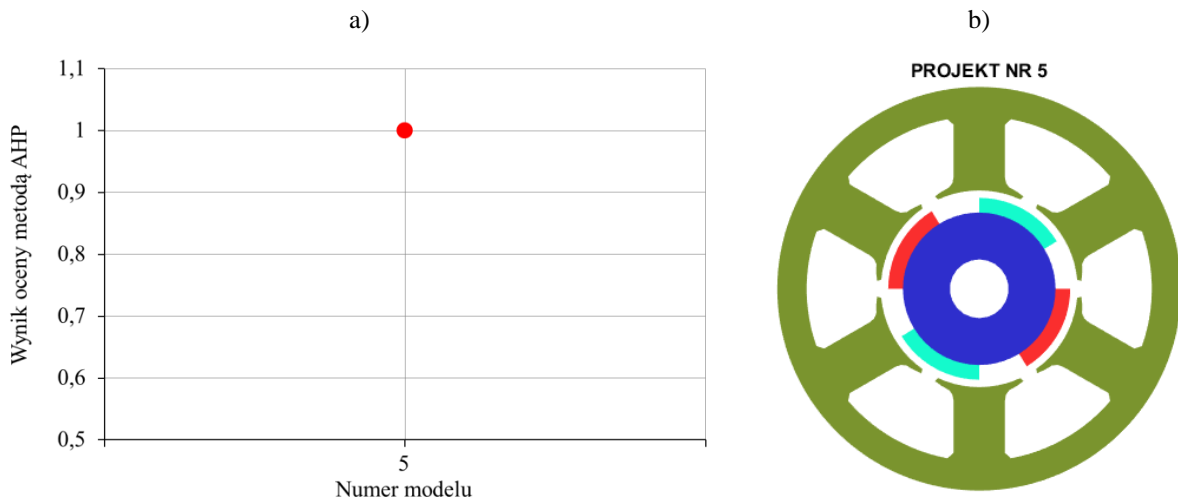
$$r = \sum_{j=1}^4 P Q_k \quad (4.4)$$

Uzyskane rankingi projektów odpowiadające powyższym założeniom przedstawiono poniżej. Na ich szczycie znajdują się najbardziej faworyzowane rozwiązania, których obwody magnetyczne zostały przedstawione na kolejnych ilustracjach.

4.4 Wyniki obliczeń

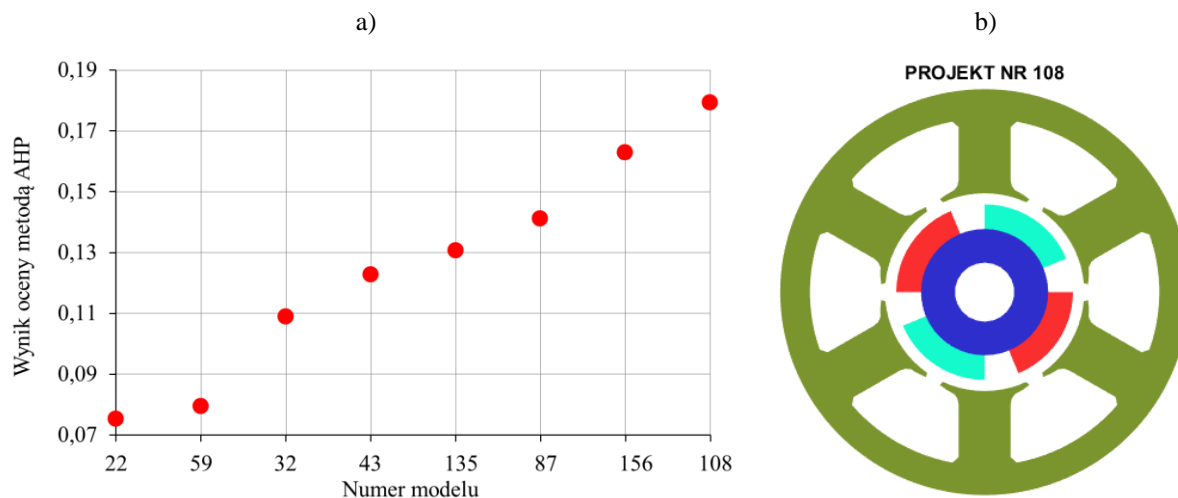
4.4.1 Próbkiowanie równomierne

Wykorzystując program komputerowy opracowany według opisanej wyżej metody, uruchomiono proces decyzyjny na przygotowanych uprzednio zestawach eksperymentów komputerowych zawierających $k_p = 81, 256$ i 625 próbek (projektów) wybranych z przestrzeni konstrukcyjnej. W pierwszym przypadku wstępną fazę procesu decyzyjnego (dotyczącą kwalifikacji projektów niewadliwych) pozytywnie przeszedł tylko jeden projekt (rys. 4.4.1), który uzyskał wskaźnik rankingowy 1 (brak innych konkurentów). Analizowany projekt nr 5, będący najkorzystniejszym (aczkolwiek jedynym) wynikiem dla $\alpha/\tau = 0,65$, $\beta = 2$ [mm], $N_z = 13$, $\gamma = 1$ mm, osiąga następujące wskaźniki eksploatacyjne $T_e = 0,56$ Nm, $I_s = 8,9$ A, $T_{uzw} = 61$ °C, $k_T = 56\%$.



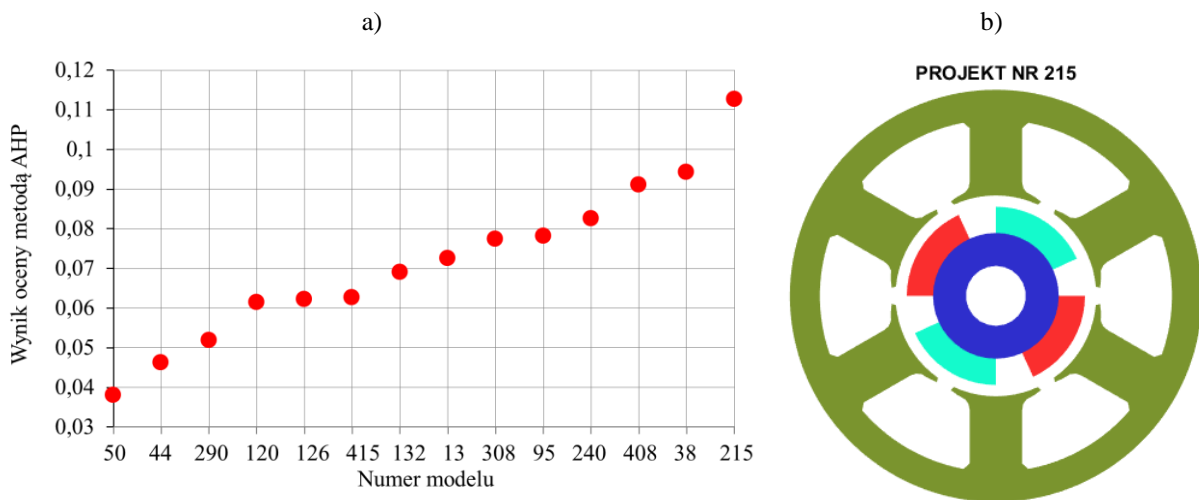
Rys 4.4.1. Wyniki obliczeń dla $k_p = 81$: a) ranking projektów, b) obwód magnetyczny odpowiadający projektowi o najwyższym wskaźniku rankingowym.

Dla $k_p = 256$, najwyższy wskaźnik rankingowy osiągnął projekt nr 108 odpowiadający $\alpha/\tau = 0.75$, $\beta = 3.3$ mm, $N_z = 13$, $\gamma = 1.5$ mm. Osiąga on następujące wskaźniki eksploatacyjne $T_e = 0.45$ Nm, $I_s = 7.6$ A, $T_{uzw} = 54$ °C, $k_T = 38\%$.



Rys. 4.4.2 Wyniki obliczeń dla $k_p = 256$: a) ranking projektów, b) obwód magnetyczny odpowiadający projektowi o najwyższym wskaźniku rankingowym.

W ostatnim z przypadków, tj. dla $k_p = 625$ najwyższy wskaźnik rankingowy uzyskał projekt nr 215 dla $\alpha/\tau = 0.725$, $\beta = 3.5$ mm, $N_z = 13$, $\gamma = 1.5$ mm. Osiąga on następujące wskaźniki eksploatacyjne: $T_e = 0.51$ Nm, $I_s = 8.6$ A, $T_{uzw} = 59$ °C, $k_T = 35\%$.

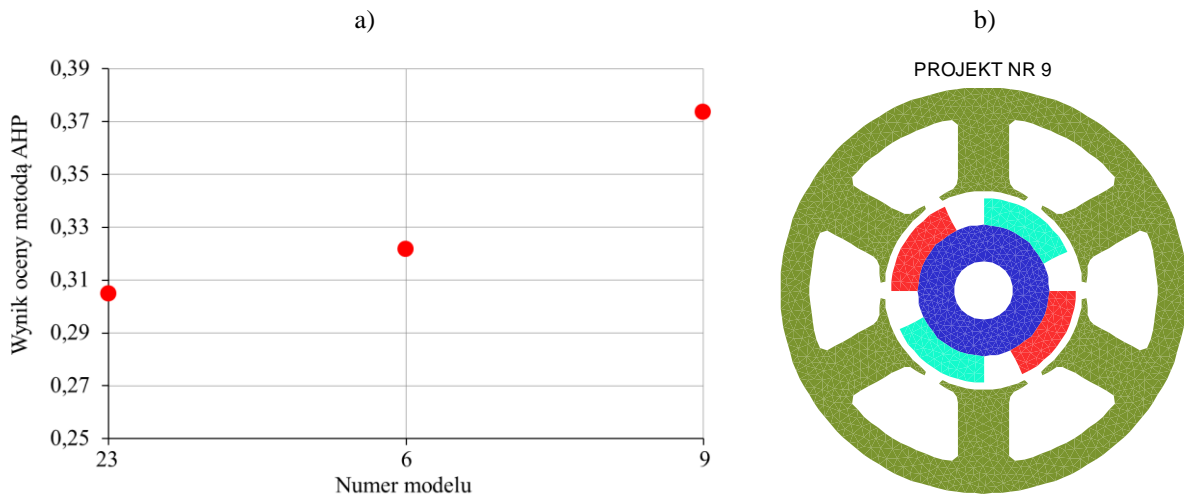


Rys. 4.4.3. Wyniki obliczeń dla $k_p=625$: a) ranking projektów, b) obwód magnetyczny odpowiadający projektowi o najwyższym wskaźniku rankingowym.

Jak można zauważyć na podstawie zaprezentowanych wyników, w przypadku próbkowania równomiernego gęstość siatki bardzo silnie wpływa na wybór najbardziej korzystnego projektu (projekt nr 215). Wynik ten był możliwy do przewidzenia, gdyż wzrost rozdzielczości metamodelu zwiększa prawdopodobieństwo lokalizacji projektu w pobliżu ekstremum. Proces decyzyjny, który działa na dyskretnych próbkach nie ma wpływu na wartości wskaźników eksploatacyjnych. Ponieważ w zastosowanej metodzie koszt obliczeniowy rośnie wykładniczo wraz ze zwiększaniem gęstości siatki, to pomimo uzyskania satysfakcjonujących wskaźników eksploatacyjnych, proponowane podejście należy uznać za mało efektywne pod względem obliczeniowym.

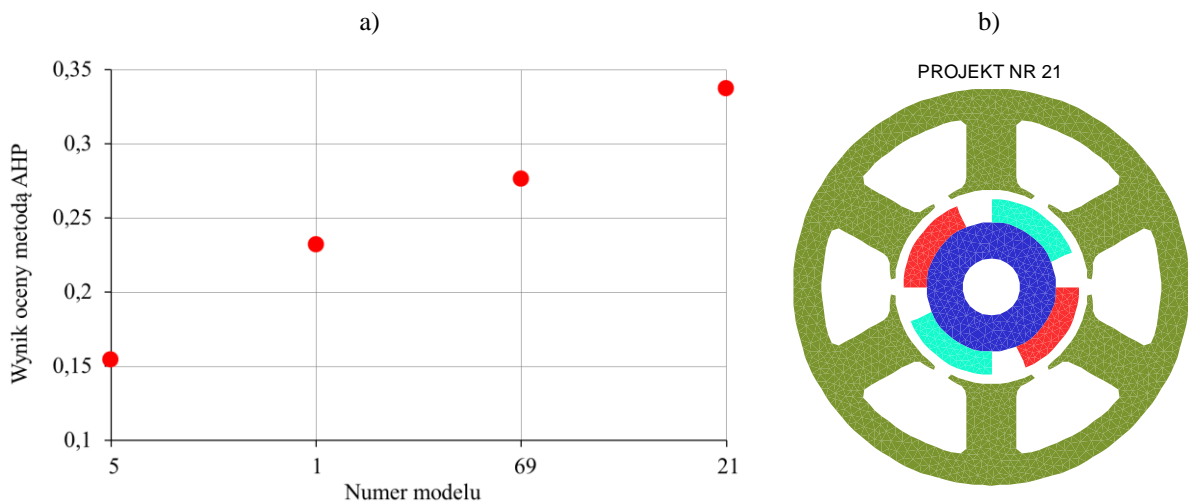
4.4.2 Próbkowanie metodą łacińskiego hipersześcianu

W kolejnym etapie badań proces decyzyjny został uruchomiony dla eksperymentu komputerowego przeprowadzonego metodą łacińskiego hipersześcianu dla $k_p = 50, 100, 150$ i 200 . Uzyskane wyniki obliczeń są przedstawione na kolejnych rysunkach.



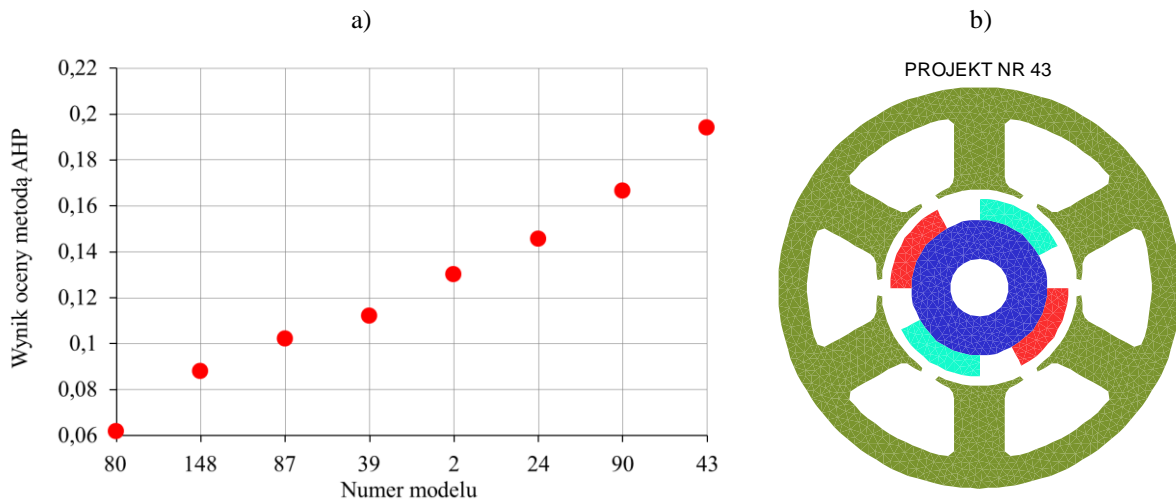
Rys. 4.4.4 Wyniki obliczeń dla $k_p=50$: a) ranking projektów, b) obwód magnetyczny odpowiadający projektowi o najwyższym wskaźniku rankingowym.

Dla $k_p=50$, najwyższy wskaźnik rankingowy uzyskał projekt nr 9, przy $\alpha/\tau = 0.73$, $\beta = 3.6$ mm, $N_z = 11$, $\gamma = 0.9$ mm. Osiąga on następujące wskaźniki eksploatacyjne $T_e = 0.48$ Nm, $I_s = 8.3$ A, $T_{uzw} = 54$ °C, $k_T = 44\%$. Warty podkreślenia jest natomiast, że w porównaniu do próbkowania równomiernego, liczba otrzymanych projektów niewadliwych (tworzących ranking) wynosi 3 przy liczbie próbek mniejszej o 38 %.



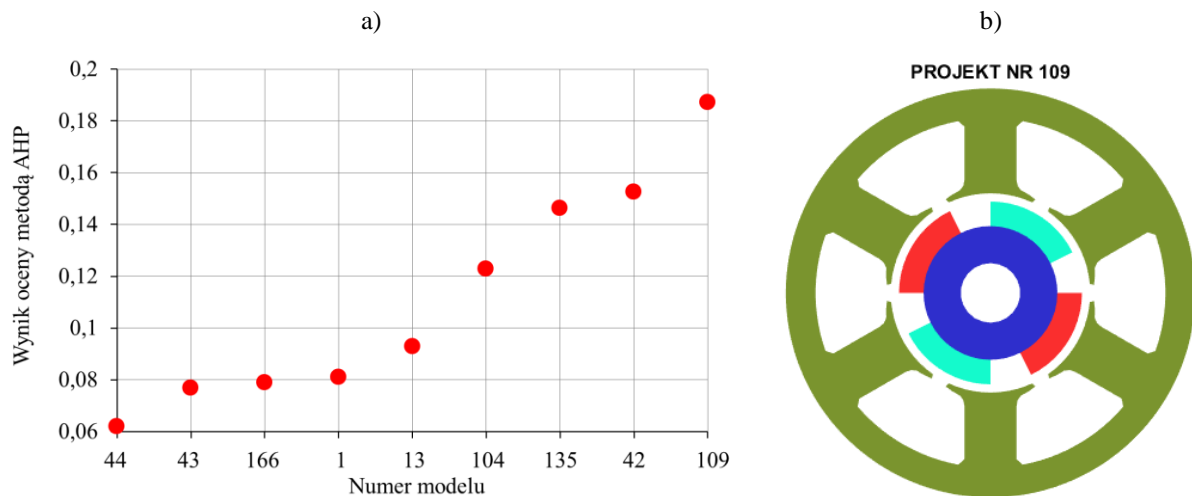
Rys. 4.4.5 Wyniki obliczeń dla $k_p=100$: a) ranking projektów, b) obwód magnetyczny odpowiadający projektowi o najwyższym wskaźniku rankingowym.

Dla dwukrotnie większej liczby próbek, najwyższy wskaźnik rankingowy uzyskał projekt nr 21 dla $\alpha/\tau = 0.74$, $\beta = 3.2$ mm, $N_z = 12$, $\gamma = 1.2$ mm. Osiąga on następujące wskaźniki eksploatacyjne $T_e = 0.46$ Nm, $I_s = 7.9$ A, $T_{uzw} = 53$ °C, $k_T = 42\%$.



Rys. 4.4.6. Wyniki obliczeń dla $k_p=150$: a) ranking projektów, b) obwód magnetyczny odpowiadający projektowi o najwyższym wskaźniku rankingowym.

Dla trzykrotnie większej liczby próbek faworyzowany projekt nr 43 ($\alpha/\tau = 0.686$, $\beta = 2.9$ [mm], $N_z = 13$, $\gamma = 1.2$ mm) cechują następujące wskaźniki eksploatacyjne $T_e = 0.46$ Nm, $I_s = 6.9$ A, $T_{uzw} = 50$ °C, $k_T = 50\%$.



Rys. 4.4.7. Wyniki obliczeń dla $k_p=200$: a) ranking projektów, b) obwód magnetyczny odpowiadający projektowi o najwyższym wskaźniku rankingowym.

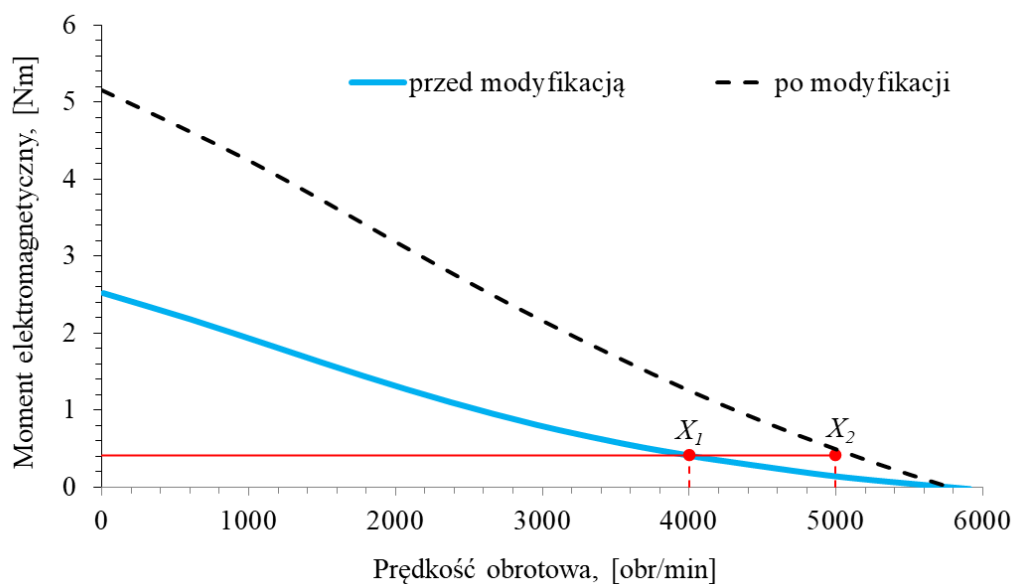
W ostatnim analizowanym przypadku, po czterokrotnym zwiększeniu liczby próbek, najwyższy ranking uzyskał projekt nr 109 ($\alpha/\tau = 0.707$, $\beta = 3.3$ [mm], $N_z = 12$, $\gamma = 1.1$ mm), który osiąga następujące wskaźniki eksploatacyjne $T_e = 0.49$ Nm, $I_s = 7.9$ A, $T_{uzw} = 54$ °C, $k_T = 39\%$.

W tabeli 4.3.5 dokonano zestawienia wskaźników eksploatacyjnych projektów o najwyższych wskaźnikach rankingowych. Na podstawie przeprowadzonych obliczeń podjęto decyzję o wykonaniu praktycznym prototypu silnika według projektu nr 109 ze względu na wysoką wartość momentu, niską wartość prądu oraz niski poziom pulsacji (wyniki zaznaczone kolorem czerwonym). W analizowanym zestawieniu jest to projekt o najwyższej sprawności.

Tab. 4.3.5. Parametry eksploatacyjne projektów o najwyższych wskaźnikach rankingowych.

Parametr	Próbkowanie równomierne			Próbkowanie metodą łańciskiego hipersześcianu			
	$k_p = 81$	$k_p = 256$	$k_p = 625$	$k_p = 50$	$k_p = 100$	$k_p = 150$	$k_p = 200$
T_e [Nm]	0.56	0.45	0.51	0.48	0.46	0.46	0.49
I_s [A]	8.9	7.6	8.6	8.3	7.9	6.9	7.9
T_{uzw} [°C]	61	54	59	54	53	50	54
k_T [%]	56	38	35	44	42	50	39

Na rysunku 4.4.15 dokonano porównania obliczonych charakterystyk zewnętrznych silników przed modyfikacją oraz po modyfikacji.

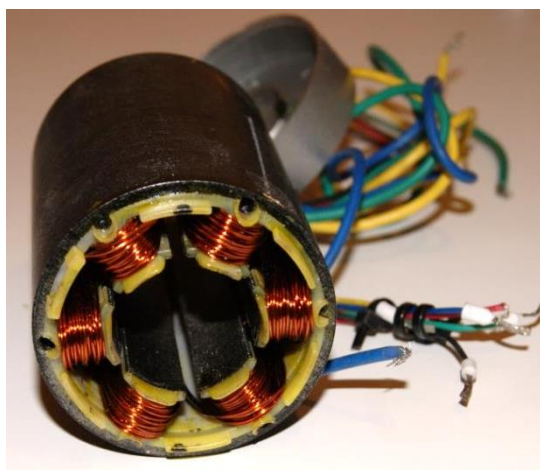


Rys. 4.4.15. Porównanie charakterystyk zewnętrznych obliczonych dla analizowanego silnika przed modyfikacją i po modyfikacji (komutacja 120°).

4.5 Budowa modelu fizycznego i badania eksperymentalne zaprojektowanego silnika

Po dokonaniu wyboru projektu w poprzednim podrozdziale, wykonano prototyp silnika według wymiarów otrzymanych za pomocą obliczeń komputerowych. Stojan silnika został przezwojony zachowując rozkład uzwojenia, natomiast zmniejszając liczbę zwojów do 12. Uzwojenie zostało nawinięte wiązką trzech równoległe połączonych drutów nawojowym o średnicy 0.85 mm, a następnie zaimpregnowane lakierem elektroizolacyjnym. Wykonano także nowy wirnik, a następnie na jego powierzchni naklejono wcześniej zamówione magnesy trwałe według specyfikacji przedstawionej w tab. 4.1.1. Wykonane elementy silnika przedstawiono na rys. 4.5.1.

a)

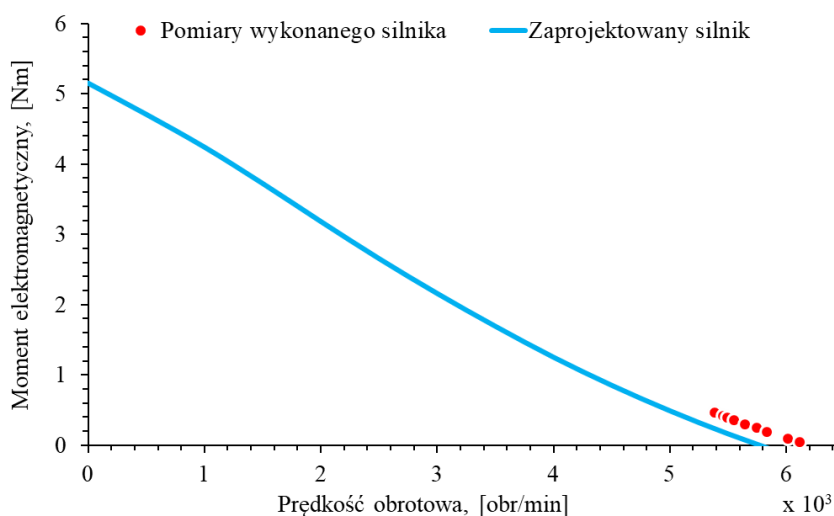


b)

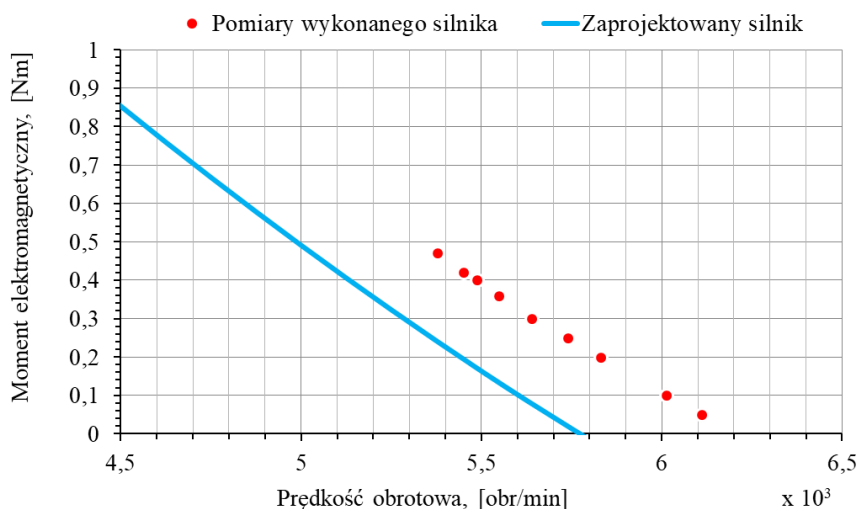


Rys. 4.5.1. Elementy wykonanego prototypu silnika: a) stojan z nawiniętym nowym uzwojeniem, b) wirnik z naklejonymi magnesami trwałymi.

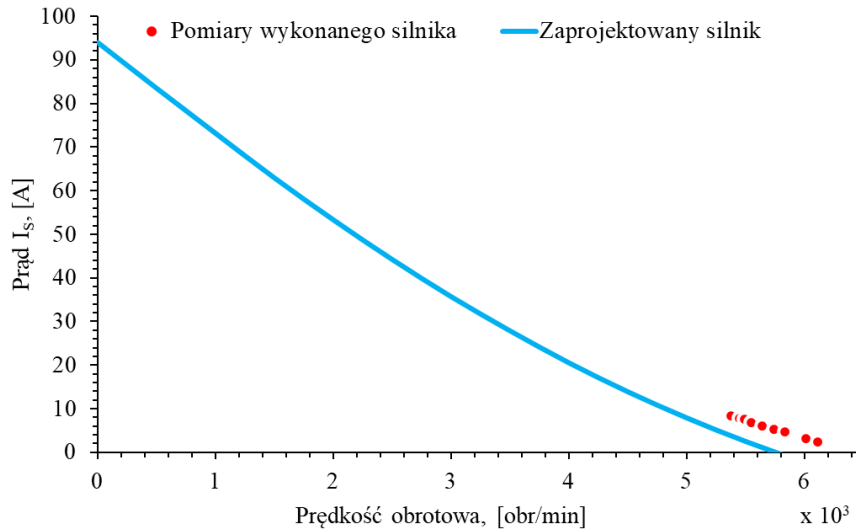
Wykonany prototyp silnika poddano badaniom na stanowisku laboratoryjnym opisanym w rozdziale nr 3. Uzyskane rezultaty porównano z wynikami obliczeń na rys. 4.5.2. – 4.5.5. Jak wynika z porównania, **projektowanie zakończyło się niepowodzeniem**. W wyniku wzrostu temperatury uzwojenia w czasie pomiarów powyżej 90 °C, nie udało się zrealizować pomiaru w projektowanym punkcie pracy (maszyna posiada wyłącznie chłodzenie naturalne). Silnik osiągał znacznie wyższą, od wynikającej z obliczeń prędkość biegu jałowego, natomiast podczas próby obciążenia nominalny prąd skuteczny był osiągnięty przy prędkości 5300 obr/min zamiast projektowanej 5000 obr/min.



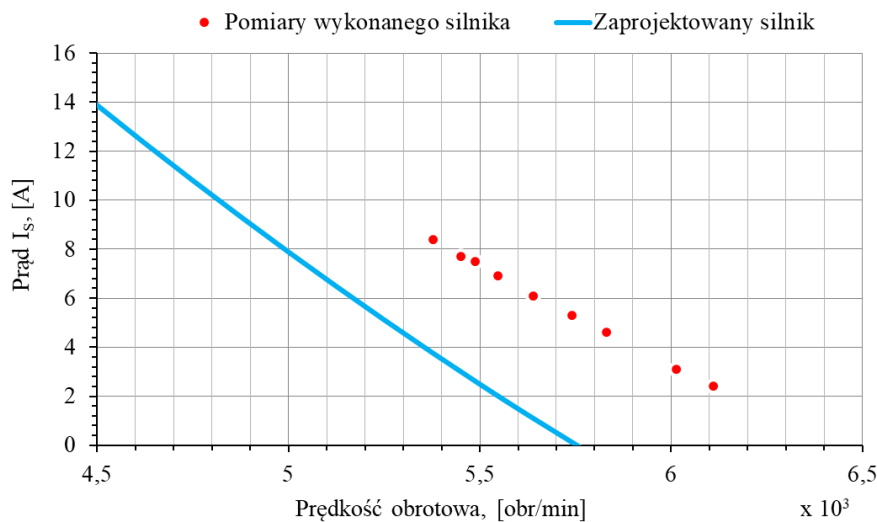
Rys. 4.5.2. Charakterystyka zewnętrzna zaprojektowanego silnika obliczona oraz zmierzona na modelu fizycznym.



Rys. 4.5.3. Charakterystyka zewnętrzna zaprojektowanego silnika obliczona oraz zmierzona na modelu fizycznym - powiększenie w okolicy wartości znamionowej.

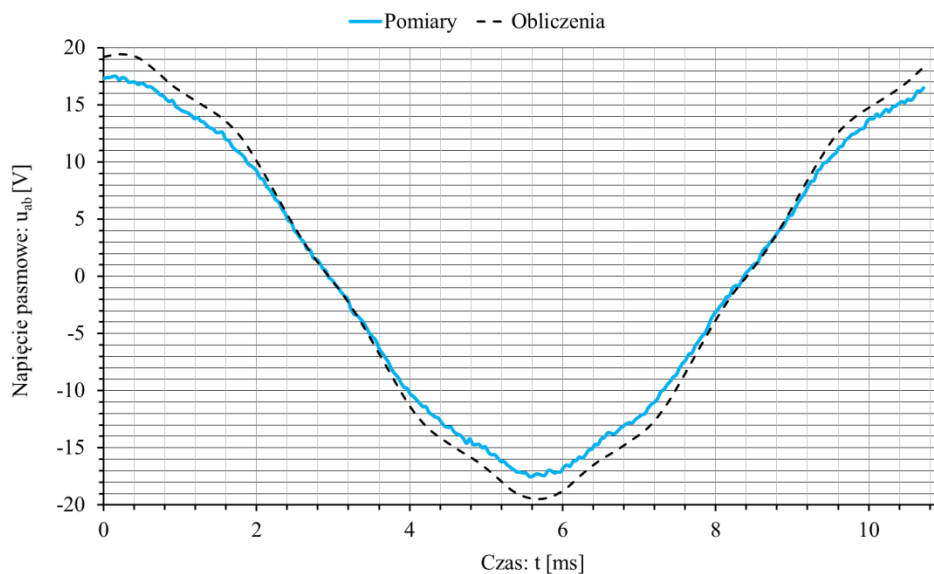


Rys. 4.5.4. Charakterystyka wartości skutecznej prądu stojana obliczona oraz zmierzona na modelu fizycznym.



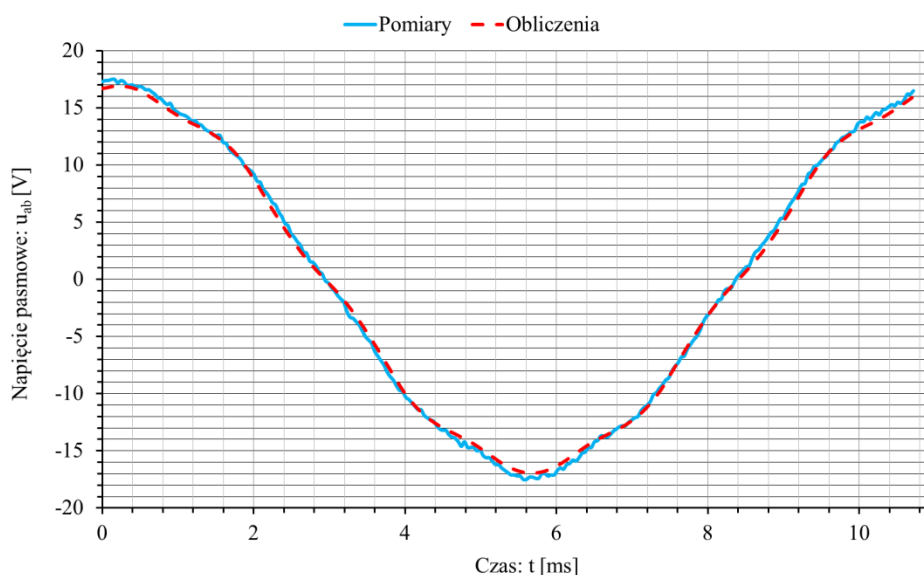
Rys. 4.5.5. Charakterystyka wartości skutecznej prądu stojana obliczona oraz zmierzona na modelu fizycznym - powiększenie w okolicy wartości znamionowych.

Zaistniałe rozbieżności skłoniły autora do poszukiwania ich źródeł. Za najbardziej prawdopodobną przyczynę ich powstania uznano odbieganie parametrów rzeczywistych magnesów trwałych od postulowanych. Aby zweryfikować tę hipotezę dokonano pomiarów napięcia rotacji badanego silnika w stanie jałowym napędzając wirnik za pomocą zewnętrznej maszyny. Porównanie uzyskanych przebiegów z wynikami obliczeń za pomocą zastosowanego modelu przedstawiono na rys. 4.5.6.



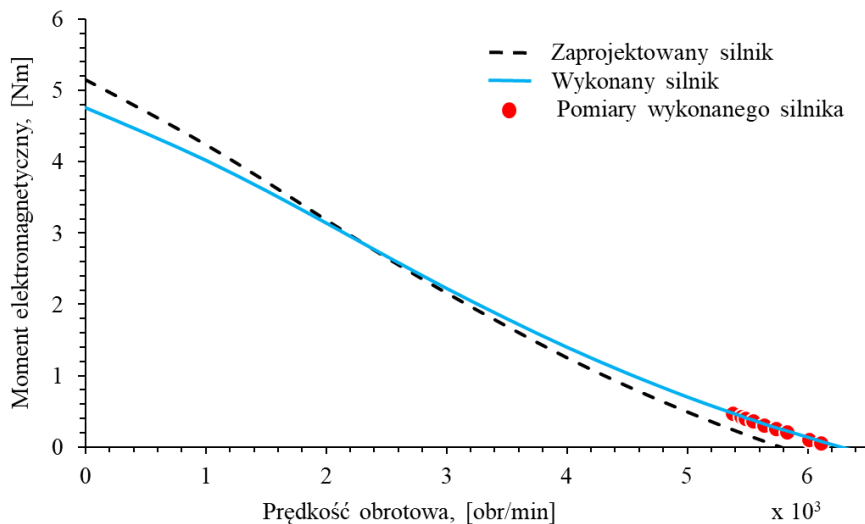
Rys. 4.5.6. Zmierzony i obliczony przebieg napięcia rotacji w silniku po modyfikacji obwodu magnetycznego.

Po przeanalizowaniu uzyskanych wyników można stwierdzić, że rzeczywiste napięcie rotacji jest niższe od napięcia obliczonego o około 10%, co sugeruje że indukcja remanentu zastosowanych magnesów trwałych jest mniejsza od hipotetycznej o taką samą wartość. Dokonując zmniejszenia wartości indukcji remanentu w modelu numerycznym o 10 %, dokonano ponownego porównania wyników obliczeń w pomiarach (rys. 4.5.7), uzyskując bardzo wysoką zbieżność.

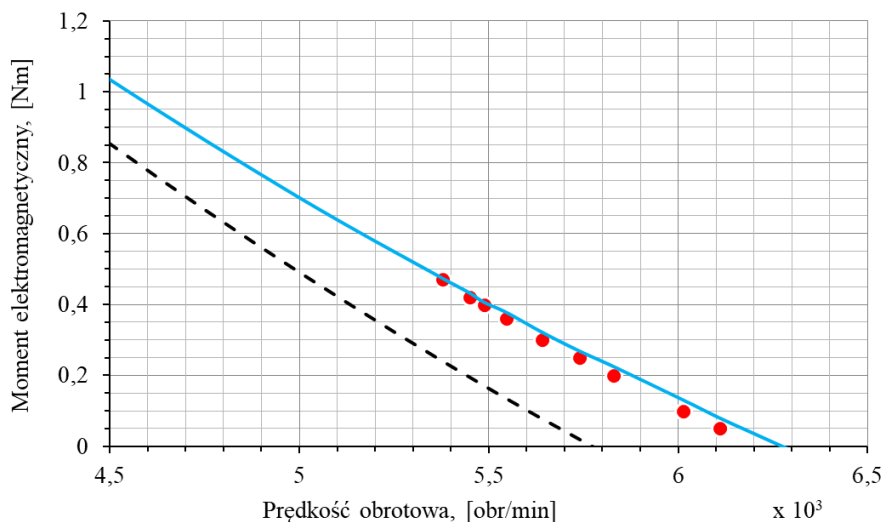


Rys. 4.5.7. Zmierzony i obliczony przebieg napięcia rotacji w silniku po modyfikacji obwodu magnetycznego, po zmniejszeniu indukcji remanentu w modelu numerycznym o 10 % w stosunku do wartości hipotetycznej.

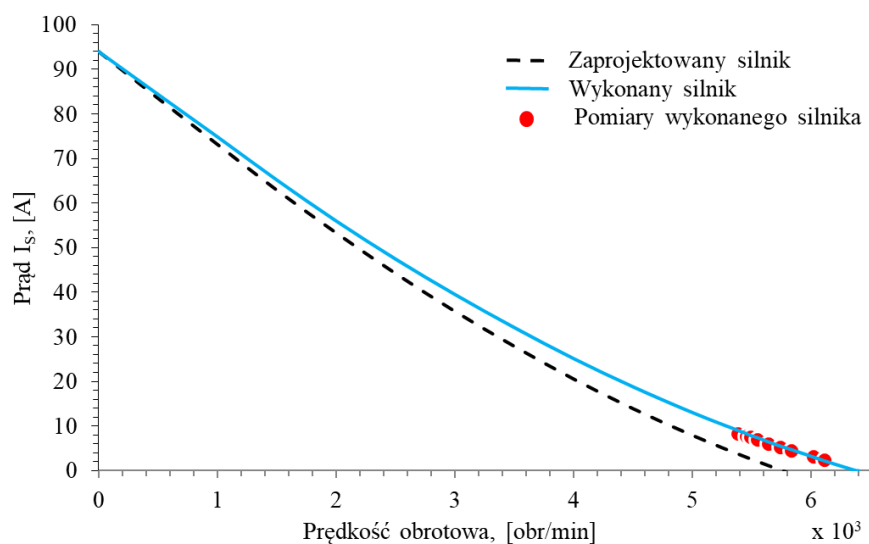
Wniosek, który nasuwa się po przeprowadzeniu wyżej opisanego eksperymentu jest taki, że dostarczone przez producenta magnesy trwale posiadają indukcję remanentu o około 10 % niższą od założonej w obliczeniach. Uwzględniając powyższe dokonano ponownych obliczeń charakterystyk silnika w tych samych warunkach. Wyniki są przedstawione na kolejnych rysunkach.



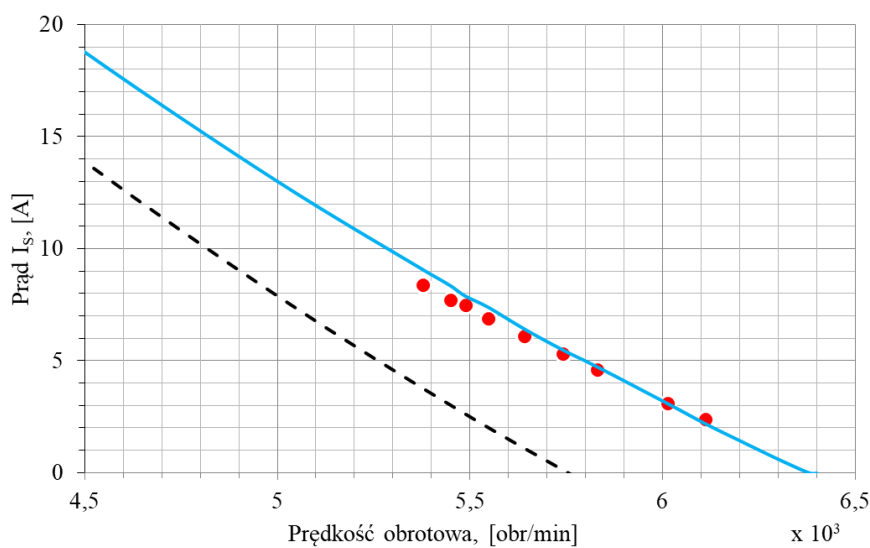
Rys. 4.5.8. Charakterystyka zewnętrzna zaprojektowanego silnika obliczona z uwzględnieniem indukcji remanentu magnesów trwałych niższej o 10 % oraz zmierzona na modelu fizycznym.



Rys. 4.5.9. Charakterystyka zewnętrzna zaprojektowanego silnika obliczona z uwzględnieniem indukcji remanentu magnesów trwałych niższej o 10 % oraz zmierzona na modelu fizycznym - powiększenie w okolicy wartości znamionowych.

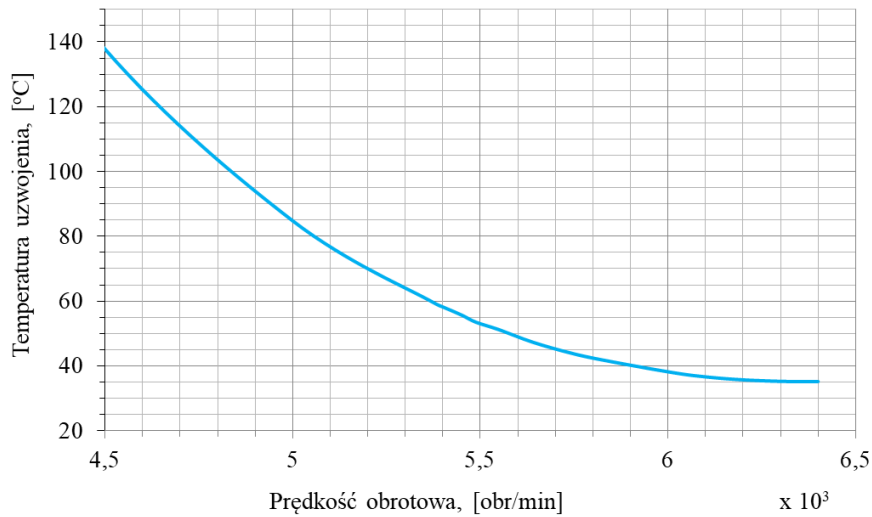


Rys. 4.5.10. Charakterystyka wartości skutecznej prądu stojana obliczona z uwzględnieniem indukcji remanentu magnesów trwałych niższej o 10 % oraz zmierzona na modelu fizycznym.



Rys. 4.5.11. Charakterystyka wartości skutecznej prądu stojana obliczona z uwzględnieniem indukcji remanentu magnesów trwałych niższej o 10 % oraz zmierzona na modelu fizycznym - powiększenie w okolicy wartości znamionowych.

W opracowanym programie komputerowym istnieje także możliwość uzyskania charakterystyki temperatury uzwojenia w ustalonym stanie pracy. Na rys. 4.5.12 przedstawiono fragment pełnej charakterystyki otrzymanej w okolicy wartości znamionowych.



Rys. 4.5.12. Charakterystyka temperatury uzwojenia obliczona z uwzględnieniem indukcji remanentu magnesów trwałych niższej o 10 % w stosunku do wartości zakładanej.

Uzyskana na drodze obliczeń temperatura uzwojenia przy prędkości 5000 obr/min jest bliska temperaturze obudowy silnika równej 90 °C, jaką zaobserwowano w trakcie pomiarów. Wyniki obliczeń uzyskane po korekcie indukcji remanentu magnesów trwałych są zbieżne z wynikami pomiarów, co potwierdza, że zaproponowany model jest modelem adekwatnym i cechuje go zadowalająca dokładność.

5. Podsumowanie i wnioski

Bezszcotkowe silniki prądu stałego, w stosunku do innych silników przekształtnikowych, cechują się jednym z najwyższym stosunków gęstości jednostkowej momentu elektromagnetycznego oraz sprawnością, jak również niezawodnością. Są przez to szeroko wykorzystywane w napędach mocy ułamkowej i niskiej, a szczególnie w urządzeniach zasilanych z baterii. Uznając za ważny dalszy rozwój metod projektowania tych maszyn, na podstawie przeprowadzonego przeglądu literatury, stwierdzono brak modelu matematycznego, który umożliwiłby szybkie wyznaczenie rozwiązania w ustalonym stanie pracy. Badania, podjęte przez Autora w kierunku opracowania takiego modelu stawiały sobie za cel wspomaganie procesu projektowania analizowanego rodzaju silników.

Na podstawie opracowanych algorytmów dokonano implementacji komputerowej modelu, w której opracowano programy komputerowe: w języku Matlab, jak również pliki wsadowe w języku skryptowym dla generatora siatki elementów skończonych Gmsh. Do wykazania przydatności zaproponowanego modelu dążono poprzez jego weryfikację doświadczalną oraz porównanie wybranych wyników obliczeń z modelem odniesienia, którym był pełny polowo-obwodowy model maszyny określony w dziedzinie czasu. Poprzez porównanie wyników obliczeń charakterystyk funkcjonalnych z wynikami pomiarów na modelach fizycznych dwóch maszyn mocy ułamkowej, stwierdzono, że w punkcie pracy rozbieżność wyników w nominalnym punkcie punkcie pracy nie przekroczyła 12 %. Z uwagi na zjawiska cieplne w modelach fizycznych, wyniki obliczeń dla prędkości obrotowej niższej od nominalnej poza punktem pracy, porównywano jedynie z modelem odniesienia. Porównanie to pokazało, że pomimo wielu istotnych założeń opisanych w rozdziale drugim pracy, wyniki uzyskane za pomocą opracowanego modelu w całym zakresie prędkości obrotowej nie odbiegają od otrzymanych za pomocą modelu odniesienia o więcej niż 18 %, przy czym powyższe dotyczy przypadku, w którym stosowana jest komutacja 180°, przy której występują znacznie wyższe wartości prądu.

Pozytywny przebieg weryfikacji opracowanego modelu, skłonił Autora do podjęcia próby zaprojektowania za jego pomocą nowego silnika. Jako zadanie projektowe przyjęto zwiększenie mocy mechanicznej jednego z badanych wcześniej silników poprzez zmianę obwodu magnetycznego wirnika oraz uzwojenia.

Z uwagi na wielokryterialność procesu projektowania zdecydowano się na jego przeprowadzenie za pomocą procesu decyzyjnego (metoda analitycznego procesu hierarchii). Proces decyzyjny posłużył do wyłonienia najbardziej pożądanego, spośród zbioru projektów utworzonych z wykorzystaniem zaproponowanego modelu. W wyniku przeprowadzenia obliczeń dla czterech zmiennych decyzyjnych, dokonano wyłonienia projektu, który zrealizowano praktycznie oraz poddano weryfikacji doświadczalnej. Weryfikacja ta, początkowo wykazała brak zgodności wyników obliczeń z pomiarami, jednakże ostatecznie pozwoliła odnaleźć jej przyczynę

w różnicy pomiędzy zakładanymi oraz rzeczywistymi parametrami zastosowanych magnesów trwałych.

Po skorygowaniu wartości indukcji remanentu, uzyskano pełną zgodność rezultatów obliczeń i pomiarów, co pozwala uznać stawiane w pracy cele za osiągnięte, a postulowaną w rozdziale pierwszym tezę rozprawy za spełnioną.

Zdaniem Autora, zaproponowane podejście cechują liczne zalety, pośród których główną jest czas obliczeń charakterystyk zewnętrznych za pomocą algorytmu z rys. 2.2.4 - około stukrotnie krótszy od czasu obliczeń modelu określonego w dziedzinie czasu (tab. 3.2). W przypadku wykorzystania algorytmu uwzględniającego straty mocy (rys. 2.2.6), wynik ten ulega znacznemu pogorszeniu, jednak wciąż jest to czas około 20 krotnie krótszy.

Wyniki zaprezentowane w rozprawie nie wyczerpują w pełni problematyki związanej z wykorzystaniem modelu. Badania te będą kontynuowane w przyszłości, ze szczególnym zwróceniem uwagi na:

- a) możliwość zredukowania błędu powstającego w wyniku pominięcia ruchu obrotowego wirnika przy niskiej prędkości obrotowej poprzez zastosowania efektywnych charakterystyk magnesowania blach, a nie charakterystyk dla wartości chwilowych pola magnetycznego.
- b) opracowanie bardziej efektywnej metody obliczania strat w żelazie, która nie wymagałaby modelowania ruchu obrotowego wirnika.

Literatura

- [1] **Ashtiani C., Lowther D.:** *Simulation of the Steady-State Reactances of a Large Water-Wheel Generator by Finite Elements*, IEEE Power Engineering Review, 1984, Vol. PER-4, No. 7, pp. 52 – 52.
- [2] **Ashtiani C., Lowther D.:** *Simulation of the Transient and Subtransient Reactances of a Large Hydrogenerator by Finite Elements*, IEEE Power Engineering Review, 1984, Vol. PER-4, No. 7, pp. 52 – 53.
- [3] **Ashtiani C., Lowther D.:** *The use of finite elements in the simulation of the steady state operation of a synchronous generator with a known terminal loading condition*, IEEE Transactions on Magnetics, 1983, Vol. 19, No. 6, pp. 2381 – 2384.
- [4] **Azar Z., Zhu Z. Q., Ombach G.:** *Influence of electric loading and magnetic saturation on cogging torque, back-EMF and torque ripple of PM machines*, IEEE Transactions on Magnetics, October 2012, Vol. 48, No. 10, pp. 2650 – 2658.
- [5] **Barański M., Demenko A., Lyskawiński W., Szeląg W.:** *Finite element analysis of transient electromagnetic – thermal phenomena in a squirrel cage motor*, COMPEL, 2011, Vol. 30, No. 3, pp. 832 - 840.
- [6] **Besnerais J. L.:** *Fast prediction of variable-speed acoustic noise due to magnetic forces in electrical machines*, 2016 XXII International Conference on Electrical Machines, 2016, pp. 2259 – 2265.
- [7] **Białas A., Rossa R.:** *Konstrukcja modelowa silnika synchronicznego z magnesami trwałymi o cewkach skupionych*, Maszyny Elektryczne: zeszyty problemowe – nr 2/2014 (102), Instytut Napędów i Maszyn Elektrycznych KOMEL, Katowice, pp.105–109.
- [8] **Błażewicz J., Domschke W., Pesch E.:** *The job shop scheduling problem: Conventional and new solution techniques*, European Journal of Operational Research, Vol. 93, 1996, pp. 1-33.
- [9] **Bolkowski S.:** *Elektrotechnika*, WSiP, Warszawa 2005.
- [10] **Bolkowski S.:** *Komputerowe metody analizy pola elektromagnetycznego*, 1993, WNT, Warszawa.
- [11] **Bolkowski S.:** *Teoria obwodów elektrycznych*, Stron: 584. WNT, 2007.
- [12] **Boughrara K., Lubin T., Ibtouen R.:** *General Subdomain Model for Predicting Magnetic Field in Internal and External Rotor Multiphase Flux-Switching Machines Topologies*, IEEE Transactions on Magnetics, 2013, Vol. 18, pp. 5310 – 5325.
- [13] **Boules N.:** *Prediction of No-Load Flux Density Distribution in Permanent Magnet Machines*, IEEE Transactions on Industry Applications, May/June 1985, Vol. IA-21, No. 4, pp. 633 – 643.
- [14] **Boules N.:** *Two-dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation*, IEEE Transactions on Industry Applications, September 1984, Vol. IA-20, No. 5, pp. 1267 – 1277.

- [15] **Cao G., Du H., Wang P., Du Q., Ding J.:** *A Piecewise Cubic Polynomial Interpolation Algorithm for Approximating Elementary Function*, 14th International Conference on Computer-Aided Design and Computer Graphics (CAD/Graphics), 2015, pp. 57 – 64.
- [16] **Chan, T.F., Wang, W., Lai, L.L.:** *Performance of an axial-flux permanent magnet synchronous generator from 3-D finite-element analysis*, IEEE Transactions on Energy Conversion, 2010, Vol. 25, No. 3, pp. 669 – 676.
- [17] **Chang L., Dawson G. E., Eastham A. R.:** *Permanent magnet synchronous motor design: Finite element and analytical methods*, ICEM Conf. Proceedings, Cambridge, August 1990, Vol. 3, pp. 1082 – 1089.
- [18] **Chari M. V. K., Silvester P.:** *Analysis of Turboalternator Magnetic Fields by Finite Elements*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, March 1971, Vol. PAS-90, No. 2, pp. 454 – 464.
- [19] **Chu W.Q., Zhu Z.Q.:** *Average torque separation in permanent magnet synchronous machines*, IEEE Transactions on Magnetics, March 2013, Vol. 49, No. 3, pp. 1202 – 1210.
- [20] **Dąbrowski M., Rudeński A.:** *Interaktywne oprogramowanie do projektowania silników magnetoelektrycznych o komutacji elektronicznej*, Branżowy Ośrodek Badawczo – Rozwojowy Maszyn Elektrycznych KOMEL, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 82/2009, Katowice 2009, pp. 221 – 225.
- [21] **Dąbrowski M.:** *Projektowanie maszyn elektrycznych prądu przemiennego*, WNT, Warszawa 1994.
- [22] **De Gersem H., Weiland T.:** *Harmonic weighting functions at the sliding interface of a finite-element machine model incorporating angular displacement*, IEEE Transactions on Magnetics, March 2004, Vol. 40, No. 2, pp. 545 – 548.
- [23] **Decner A., Glinka T., Jakubiec M., Polak A.:** *Bezszerokowy silnik prądu stałego – sposoby sterowania komutatorem elektronicznym*, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 65/2003, BOBRME Komel Katowice 2003.
- [24] **Demenko A., Nowak L., Pietrowski W., Stachowiak D.:** *3D edge element analysis of saturation effects in a permanent magnet machine*, COMPEL – The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, 2002, Vol. 21, No. 1, pp. 126 – 137.
- [25] **Demenko A.:** *Obwodowe modele układów z polem elektromagnetycznym*, 2004, ISBN: 83-7143-248-8, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej
- [26] **Demenko A.:** *Symulacja dynamicznych stanów pracy maszyn elektrycznych w ujęciu polowym*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 1997.
- [27] **Devillers E., Besnerais J., Lubin T., Hecquet M., Lacoite J-P.:** *A review of subdomain modeling techniques in electrical machines: Performances and applications*, Electrical Machines (ICEM), 2016 XXII International Conference on, 4-7 Sept.

- [28] **Domoracki A, Krykowski K.:** *Silniki BLDC – klasyczne metody sterowania*, Zeszyty Problemowe–Maszyny Elektryczne nr 72/2005, Politechnika Śląska, Gliwice, pp.155–159.
- [29] **Dote Y., Kinoshita S.:** *Brushless servomotors - Fundamental and Applications*, Clarendon Press, Oxford 1990.
- [30] **Dubas F., Espanet C.:** *Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet motors taking into account slotting effect: No-load vector potential and flux density calculation*, IEEE Transactions on Magnetics, May 2009, Vol. 45, No. 5, pp. 2097 – 2109.
- [31] **Dudzikowski I., Ciurys M.:** *Komutatorowe i bezszczotkowe maszyny elektryczne wzbudzone magnesami trwałymi*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2011.
- [32] **Dudzikowski I., Gierak D.:** *Pulsacje momentu elektromagnetycznego i ich ograniczanie w silnikach magnetoelektrycznych prądu stałego*, SME' 2004, Hajnówka, pp. 406 – 414.
- [33] **Dudzikowski I., Gierak D.:** *Sposoby ograniczania pulsacji momentu elektromagnetycznego w silnikach prądu stałego wzbudzanych magnesami trwałymi*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, 2004, Vol. 56, No. 24, pp. 17 – 30.
- [34] **Dudzikowski I., Janiszewski S., Gierak D.:** *Polowo-obwodowa analiza momentu elektromagnetycznego w komutatorowym silniku magnetoelektrycznym*, Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej, 2003, Vol. 54, No. 23, pp. 406 – 413.
- [35] **Eduardo R. De Arantes E Oliveira:** *Theoretical foundations of the finite element method*, *International Journal of Solids and Structures*, October 1968, Vol. 4, No. 10, pp. 929 – 952.
- [36] **Faiz J., Mahdi Ebrahimi B., Akin B., Toliyat H. A.:** *Finite - element analysis of induction motors under mixed eccentricity fault*, IEEE Transactions on Magnetics, 2008, Vol. 44, No. 1, pp. 66 – 74.
- [37] **Filipowicz B., Kwiecień J.:** *Algorytmy stadne w optymalizacji problemów przydziału przy kwadratowym wskaźniku jakości (QAP)*, *Automatyka*, 2011, Vol 15, No. 2, pp. 159 – 166.
- [38] **Gaing Z. – L., Lin C. – H., Tsai M. – H., Hsieh M – F., Tsai M. – C.:** *Rigorous Design and Optimization of Brushless PM Motor Using Response Surface Methodology with Quantum-Behaved PSO Operator*, IEEE Transactions on Magnetics, 2014, Vol. 50, No. 1.
- [39] **Gajewski M., Hańczewski P.:** *Minimalizacja pulsacji momentu w silnikach bezszczotkowych prądu stałego. Kryteria oceny konstrukcji*, SME, 2004, Hajnówka, pp. 423 – 428.
- [40] **Garbiec T.:** *Analiza efektów krańcowych w wirniku masywnym silnika indukcyjnego wysokoobrotowego*, Praca Doktorska, Politechnika Opolska, Opole 2013.
- [41] **Geuzaine C., Remacle J.:** „Gmsh Reference Manual version 2.8”, <http://gmsh.info/>, accessed 02.2014.
- [42] **Gieras J.:** *Permanent Magnet Motors Technology: Design and Applications*, Marcel Dekker, New York, 1996.

- [43] **Glinka T., Jakubiec M.:** *Silniki elektryczne z magnesami trwałymi umieszczonymi na wirniku*, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 71/2005, BOBRME Komel Katowice, pp. 103 - 112.
- [44] **Glinka T.:** *Maszyny elektryczne wzbudzane magnesami trwałymi*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002.
- [45] **Gonzales A., Hernandez C., Arjona-Lopez M.:** *A 2-D FE magnetostatic model of PMSG for predicting its steady-state under different loading conditions*, IET Electric Power Applications, March 2013, Vol. 7, No. 3, pp. 207 – 213.
- [46] **Gu Q., Gao H.:** *Effect of slotting in PM electric machines*, Electric Machines & Power Systems, 1985, Vol. 10, pp. 273–284.
- [47] **Gu Q., Gao H.:** *The fringing effect in PM electric machines*, Electric Machines & Power Systems, 1986, Vol. 11, pp. 159 – 169.
- [48] **Gyselinc J., Dular P., Geuzaine C., Legros W.:** *Harmonic-balance finite-element modeling of electromagnetic devices: a novel approach*, IEEE Transactions on Magnetics, 2002, Vol. 38, No. 2, pp. 521 – 524.
- [49] **Gyselinc J., Vandeveld L., Dular P., Geuzaine C., Legros W.:** *A general method for the frequency domain FE modeling of rotating electromagnetic devices*, IEEE Transactions on Magnetics, 2003, Vol. 39, No. 3, pp. 1147 – 1150.
- [50] **Hannon B., Sergeant P., Dupré L.:** *2-D Analytical Subdomain Model of a Slotted PMSM With Shielding Cylinder*, IEEE Transactions on Magnetics, July 2014, Vol. 50, No. 7, # 8101410.
- [51] **Hanselman D.:** *Brushless permanent magnet motor design*, McGraw-Hill, 1994.
- [52] **Hendershot J. R., Miller T.:** *Design of brushless permanent-magnet motors*, Magna Physics Publishing, Clarendon Press Oxford, 1994.
- [53] **Herbst A.:** *Norma sprawności IE4 i IE5 – silniki synchroniczne z magnesami trwałymi*, Zeszyty problemowe – Maszyny Elektryczne Nr 100/2013 cz. I, pp. 39 – 43.
- [54] **Hering M.:** *Termokinytyka dla elektryków*, WNT, 1980.
- [55] **Ho C.-W., Ruehli A., Brennan P.:** *The modified nodal approach to network analysis*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Jun 1975, Vol. 22, No. 6, pp. 504 – 509.
- [56] **Ho S.L., Yang S., Ni G., Wong H.C.:** *A Tabu Method to Find the Pareto Solutions of Multiobjective Optimal Design Problems in Electromagnetics*, IEEE Transactions on Magnetics, 2002, Vol. 38, No. 2, pp. 1013 – 1016.
- [57] **Honsinger V. B.:** *The fields and parameters of interior type AC permanent magnet machines*, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1982, Vol. PAS-101, No. 4, pp. 867 – 876.
- [58] **Hwang K. – Y., Lin H., Rhyu S. – H., Kwon B. – I.:** *A Study on the Novel Coefficient Modeling for a Skewed Permanent Magnet and Overhang Structure for Optimal Design of Brushless DC Motor*, IEEE Transactions on Magnetics, 2012, Vol. 48, No. 5, pp. 1918 – 1923.

- [59] **Hwang K. – Y., Rhee S. – B.; Yang B. – Y.; Kwon B. – I.:** *Rotor Pole Design in Spoke-Type Brushless DC Motor by Response Surface Method*, IEEE Transactions on Magnetics, 2007, Vol. 43, No. 4, pp. 1833 – 1836.
- [60] **Idoughi, L.; Mininger, X.; Bouillault, F.; Bernard, L.; Hoang, E.:** *Thermal Model With Winding Homogenization and FIT Discretization for Stator Slot*, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 47, no. 12, pp. 4822-4826.
- [61] **Ionel D. M., Popescu, M.:** *Ultra-fast finite element analysis of brushless PM machines based on space-time transformations*, IEEE International Electric Machines and Drives Conference, May 2009, pp. 521 – 528.
- [62] **Ionel D. M.:** *High-Efficiency Variable-Speed Electric Motor Drive Technologies for Energy Savings in the US Residential Sector*, 12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, OPTIM 2010 IEEE. pp. 1403–1414.
- [63] **Jagiela M., Garbiec T., Kowol M.:** *Design of High-Speed Hybrid Hysteresis Motor Rotor Using Finite Element Model and Decision Process*, IEEE Transactions on Magnetics, Feb. 2014, Vol. 50, No. 2, pp. 861 – 864.
- [64] **Jagiela M., Mendrela E. A.:** *Surrogacy-assisted back-emf optimization in PM-BLDC in-wheel motor for operation with delta connection*, Przegląd Elektrotechniczny, ISSN 0033-2097, R. 89 nr 9/2013, pp 257-262.
- [65] **Jagiela M., Mendrela E., Gottipati P.:** *Characterization of two-axis equivalent circuit model of PM-BLDC motor by FEA*, IET 8th International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM 2011), 2011, # 10.1049/cp.2011.0033.
- [66] **Jagiela M.:** *Analiza stanów pracy specjalnych maszyn indukcyjnych w ujęciu polowym*, 2007, Studia i Monografie, z. 205, Politechnika Opolska.
- [67] **Janiszewski S., Dudzikowski I.:** Modelowanie silnika o magnesach trwałych z uwzględnieniem skosu żłobków wirnika, 39th International Symposium on Electrical Machines, SME'2003, 9-11 June 2003, Gdańsk – Jurata, Poland, dokument elektroniczny.
- [68] **Jeon M. – H., Kim D. – K., Kim C. – E.:** *Optimum Design of BLDC Motor for Cogging Torque Minimization Using Genetic Algorithm and Response Surface Method*, Journal of Electrical Engineering & Technology, 2006, Vol. 1, No. 4, pp. 466 – 471.
- [69] **Jian-Ming J.:** *The finite element in electromagnetics*, 2014, 3rd edition, John Wiley&Sons, Hoboken, USA.
- [70] **Kim J. – B., You Y. – M., Kang S – I., Kwon B.:** *Optimal Design of a Two-phase BLDC Motor Considering Efficiency and Torque Ripple*, JEET, 2013, Vol. 8, No. 5, pp. 1131-1137.
- [71] **Knypiński Ł.:** *Optymalizacja silników o magnesach trwałych na podstawie polowo-obwodowego modelu zjawisk elektromagnetycznych*, Rozprawa Doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań 2016.
- [72] **Kołodziej J.:** *Analiza dynamicznych i ustalonych stanów pracy silnika reluktancyjnego ze strumieniem poprzecznym*, Rozprawa Doktorska, Politechnika Opolska, Opole 2010.

- [73] **Kurihara K., Wakui G., Kubota T.:** *Steady-state performance analysis of permanent magnet synchronous motor including space harmonics*, IEEE Transactions on Magnetics, 1994, Vol.30, No. 3, pp. 1306 – 1315.
- [74] **Lee J.J., Kim Y.K., Nam H.:** *Loss Distribution of Three-Phase Induction Motor Fed by Pulsewidth-Modulated Inverter*, IEEE Transactions on Magnetics, 2004 , Vol. 40, No. 2, pp. 762 – 765.
- [75] **Lei G., Zhu J., Guo Y.:** *Multidisciplinary Design Optimization Methods for Electrical Machines and Drive Systems*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2016.
- [76] **Li S., Hofmann H.:** *Numerically efficient steady-state finite-element analysis of magnetically saturated electromechanical devices*, IEEE Transactions on Magnetics, December 2003, Vol. 39, No. 6, pp. 3481 – 3485.
- [77] **Lindth P. M., Jussila H. K., Niemelä M., Parviainen A., Pyrhönen J.;** *Comparison of concentrated windings permanent magnet motors with embedded and surface mounted rotor magnets*, IEEE Transactions on Magnetics, 2009, Vol. 45, No. 5, pp. 2085 – 2089.
- [78] **Lipiński W., Pęksiński J.:** *Prezentacja zjawiska Gibbisa w teorii sygnałów*, Poznan University of Technology Academic Journals Electrical Engineering 77, 2014, pp. 101 – 106.
- [79] **Liu X., Li M., Ma C., Xu M.:** *Kriging assisted on-line torque calculation for brushless DC motors used in electric vehicles*, IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2012, pp. 1496 – 1501.
- [80] **Liu Z. J., Li J. T., Jiang Q.:** *An improved analytical solution for predicting magnetic forces in permanent magnet motors*, Journal of Applied Physics, April 2008, Vol. 103, No. 7, pp. 07F135 – 07F135.
- [81] **Liu Z. J., Li J. T.:** *Analytical solution of air-gap field in permanent magnet motors taking into account the effect of pole transition over slots*, IEEE Transactions on Magnetics, October 2007, Vol. 43, No. 10, pp. 3872–3883.
- [82] **Liu Z. J.:** *Accurate Prediction of Magnetic Field and Magnetic Forces in Permanent Magnet Motors Using an Analytical Solution*, IEEE Transactions on Energy Conversion, September 2008, Vol. 23, No. 2, pp. 717 – 725.
- [83] **Majchrowicz M.:** *Optymalizacja silnika reluktancyjnego przelączalnego (SRM) z przeznaczeniem do napędu samochodu elektrycznego*, Rozprawa Doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków 2010.
- [84] **Markovic M., Jufer M., Howe D.:** *Reducing the cogging torque in brushless DC motors by using conformal mappings*, IEEE Transactions on Magnetics, March 2004, Vol. 40, No. 2, pp. 451 – 455.
- [85] **Michna M.:** *Silnik bezszczotkowy z magnesami trwałymi. Projekt silnika bezszczotkowego z magnesami trwałymi*, Politechnika Gdańska, Marzec 2010.

- [86] **Młot A.:** *Konstrukcyjne metody ograniczania pulsacji momentu elektromagnetycznego w bezszczotkowym silniku prądu stałego z magnesami trwałymi*, Praca Doktorska, Politechnika Opolska, 2007.
- [87] **Mo O., D'Arco S., Suul J. A.:** *Evaluation of Virtual Synchronous Machines with Dynamic or Quasi-stationary Machine Models*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, Vol. PP, Iss. 99.
- [88] **Mrozek A.:** *Wpływ pseudoskosu biegunów wirnika i skosu żłobków stojana na pulsacje momentu i SEM w bezszczotkowych silnikach z magnesami trwałymi*, Politechnika Śląska, Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne, 2004, Vol. 69, pp. 29 – 34.
- [89] **Mrozek B. i Z.:** *Matlab i Simulink Poradnik użytkownika*, Helion 2004.
- [90] **Mynarek P.:** *Analiza stanów cieplnych w silnikach małej mocy*, Praca Doktorska, Politechnika Opolska, Opole 2014.
- [91] **Nakata T., Takahashi N., Fujiwara K., Ahagon A.:** *3-D non-linear eddy current analysis using the time-periodic finite element method*, IEEE Transactions on Magnetics, 1989, Vol. 25, No. 5, pp. 4150 – 4152.
- [92] **Nakata T., Takahashi N., Fujiwara K., Muramatsu K., Ohashi H., Hui Ling Zhu:** *Practical analysis of 3-D dynamic nonlinear magnetic field using time-periodic finite element method*, IEEE Transactions on Magnetics, 1995, Vol. 31, No. 3, pp. 1416 – 1419.
- [93] **Ostović V.:** *Dynamics of saturated electric machines*, Springer Verlag GmbH, 1989.
- [94] **Paluszak J.:** *Optymalizacja wykorzystania zasobów w systemach rozproszonych o architekturze typu grid*, Praca Doktorska, Politechnika Gdańska, Gdańsk 2015.
- [95] **Pillay P., Krishnan R.:** *Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives, part II: the brushless DC motor drive*, IEEE Transaction on Industry Applications, March/April 1989, Vol. 25, No. 2, pp. 274 – 279.
- [96] **Qiang H., Samoylenko N., Jatskevich J.:** *Average-value modeling of brushless DC motors with 120° voltage source inverter*, IEEE Transactions on Energy Conversion, August 2008, Vol. 23, No. 2, pp. 423 – 432.
- [97] **Radzik M.:** *Algorytm bezpośredniego określania stanów ustalonych w maszynach synchronicznych z uwzględnieniem równania mechanicznego*, Praca Doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 2011.
- [98] **Rahman M. A., Osheiba A. M.:** *Performance of large line-start permanent magnet synchronous motors*, IEEE Transactions on Energy Conversion, 1990, Vol. 5, No. 1, pp. 211 – 217.
- [99] **Rahman M. A., Zhou P.:** *Analysis of brushless permanent magnet synchronous motors*, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 1996, Vol. 43, No. 2, pp. 256 – 267.
- [100] **Rossa R., Pistelok P.:** *Algorytm do obliczeń elektromagnetycznych silników synchronicznych z magnesami trwałymi o cewkach skupionych*, Maszyny Elektryczne: zeszyty problemowe – nr 4/2013, cz. 2, BOBRME Komel, pp. 161–168.

- [101] **Rossa R., Wolnik T.:** *Porównanie dwóch konstrukcji silników synchronicznych z magnesami trwałymi do pojazdu terenowego typu quad z napędem elektrycznym*, *Maszyny Elektryczne: zeszyty problemowe* – nr 4/2013 (100), cz. 2, BOBRME „Komet”, pp.105–110.
- [102] **Ruifang L., Yihuang Z., Minqiang H., Dengjun Y.:** *Field circuit coupled time stepping finite element analysis on permanent magnet brushless DC motors*, *International Conference on Electrical Machines and Systems*, 2005, Vol. 3, pp. 2105 – 2108.
- [103] **Salminen P.:** *Fractional slot permanent magnet synchronous motors for low speed applications*, PhD thesis, Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta 2004.
- [104] **Satty T.L.:** *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*, McGraw-Hill, New York, USA, 1980.
- [105] **Sha D. Y., Lin H. H.:** *A multi-objective PSO for job-shop scheduling problems*, *Expert Systems with Applications*, 2010, Vol. 37(2), pp. 1065–1070.
- [106] **Shah M. R., Polinder H., Lee S. B.:** *Rapid analytical optimization of eddy-current shield thickness for associated loss minimization in electrical machines*, *IEEE Transaction on Industry Applications*, June 2006, Vol. 42, No. 3, pp. 642–649.
- [107] **Shin P. S., Woo S. H., Koh C. S.:** *An Optimal Design of Large Scale Permanent Magnet Pole Shape Using Adaptive Response Surface Method With Latin Hypercube Sampling Strategy*, *IEEE Transactions on Magnetics*, 2009, Vol. 45, No. 3, pp. 1214 – 1217.
- [108] **Shin P. S., Woo S. H., Zhang Y., Koh C. S.:** *An Application of Latin Hypercube Sampling Strategy for Cogging Torque Reduction of Large-Scale Permanent Magnet Motor*, *IEEE Transactions on Magnetics*, 2008, Vol. 44, No. 11, pp. 4421 – 4424.
- [109] **Sobczyk T. J., Radzik M.:** *Algorytm bezpośredniego określania stanów ustalonych w maszynach synchronicznych z uwzględnieniem równania ruchu metodą bilansu harmonicznych*, *Zeszyty Problemowe – Maszyny Elektryczne* Nr 83/2009, pp. 83 – 88.
- [110] **Sobczyk T.:** *Algorytm bezpośredniego określania stanów ustalonych w maszynach prądu przemiennego z uwzględnieniem równania ruchu*, *Prace Naukowe Instytutu Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych Politechniki Wrocławskiej* Nr 62, Seria Studia i Materiały Nr 28, 2008, pp. 66 – 74.
- [111] **Spargo C. M., Mecrow B. C., Widmer J. D., Morton C.:** *Application of Fractional-Slot Concentrated Windings to Synchronous Reluctance Motors*, *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2015, Vol. 51, No. 2, pp. 1446-1455.
- [112] **Stachowiak D.:** *Edge element analysis of brushless motors with in homogeneously magnetized permanent magnets*, *COMPEL – The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 2004, Vol. 23, No. 4, pp. 1119 – 1128.
- [113] **Strauss F.:** *Synchronous Machines with Rotating Permanent-Magnet Fields; Part II. Magnetic and Electrical Design Considerations [includes discussion]*, *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, 1952, Vol. 71, No. 1, pp. 887 – 893.

- [114] **Szeląg W.:** *Analiza stanów pracy i synteza silników synchronicznych magnetoelektrycznych: ujęcie polowe*, Rozprawy nr 331, Politechnika Poznańska 1998.
- [115] **Takahashi Y., Kaimori H., Kameari A., Tokumasu T., Fujita M., Wakao S., Iwashita T., Fujiwara K., Ishihara Y.:** *Convergence Acceleration in Steady State Analysis of Synchronous Machines Using Time-Periodic Explicit Error Correction Method*, IEEE Transactions on Magnetics, 2011, Vol. 47, No 5, pp. 1422 – 1425.
- [116] **Trapanese M.:** *Identification of parameters of the Jiles-Atherton model by neural networks*, Journal of Applied Physics, 2011, Vol. 109, No. 7, pp. 07D355.
- [117] **Trutt F. C., Erdelyi E. A., Jackson R. F.:** *The Non-Linear Potential Equation and Its Numerical Solution for Highly Saturated Electrical Machines*, IEEE Transactions on Aerospace, Aug. 1963, Vol. 1, No. 2, pp. 430 – 440.
- [118] **Udomsakdigoola A., Khachitvichyanukul V.:** *Ant colony algorithm for multi - criteria job shop scheduling to minimize makespan, mean flow time and mean tardiness*, International Journal of Management Science and Engineering Management, 2011, Vol. 6(2), pp. 117 – 123.
- [119] **Umadevi N., Balaji M., Kamaraj V.:** *Design optimization of brushless DC motor using Particle Swarm Optimization*, IEEE 2nd International Conference on Electrical Energy Systems, 2014, pp. 122 – 125.
- [120] **Wang D., Wang X., Kim M.-K., Jung S.-Y.:** *Integrated Optimization of Two Design Techniques for Cogging Torque Reduction Combined With Analytical Method by a Simple Gradient Descent Method*, IEEE Transactions on Magnetics, 2012, Vol. 48, No. 8, pp. 2265 – 2276.
- [121] **Weh H., Boules N.:** *Field analysis for a high-power, high-speed permanent magnet synchronous machine of the disc construction type*, Electric Machines & Power Systems, Jan. 1980, Vol. 5, No. 1, pp. 25 – 37.
- [122] **Wojciechowski R., Jedryczka C., Demenko A., Sykulski J.K.:** *Strategies for two dimensional and three-dimensional field computation in design of permanent magnet motors*, IET Science, Measurement & Technology, March 2015, Vol. 9, No. 2, pp. 224 – 233.
- [123] **Wu L. J., Zhu Z. Q., Staton D., Popescu M., Hawkins D.:** *An Improved Subdomain Model for Predicting Magnetic Field of Surface Mounted Permanent Magnet Machines Accounting for Tooth-Tips*, IEEE Transactions on Magnetics, June 2011, Vol. 47, No. 6, pp. 1693 – 1704.
- [124] **Wu L. J., Zhu Z. Q., Staton D., Popescu M., Hawkins D.:** *Analytical Prediction of Electromagnetic Performance of Surface-Mounted Permanent Magnet Machines Based on Subdomain Model Accounting for Tooth-Tips*, IET Electric Power Applications, 2011, Vol. 5, No. 7, pp. 597 – 609.
- [125] **Wu L. J., Zhu Z. Q., Staton D., Popescu M., Hawkins D.:** *Subdomain Model for Armature Reaction Field of Surface-Mounted Permanent Magnet Machines Accounting for Tooth-Tips*, IEEE Transactions on Magnetics, April 2011, Vol. 47, No. 4, pp. 812 – 822.

- [126] **Zadeh M. H., Kiyoumars A.:** *Startup and steady-state performance of interior-permanent magnet induction motors*, ICEMS 2005, Proceedings of the Eighth International Conference on Electrical Machines and Systems, Vol. 1, pp. 200 – 202.
- [127] **Zarko D., Ban D., Lipo T. A.:** *Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance*, IEEE Transactions on Magnetics, Jul. 2006, Vol. 42, No. 7, pp. 1828 – 1837.
- [128] **Zhu Z. Q., Howe D., Bolte E., Ackermann B.:** *Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent-magnet dc motors, Part I - Open-Circuit Field*, IEEE Transactions on Magnetics, January 1993, Vol. 29, No. 1, pp. 124 – 135.
- [129] **Zhu Z. Q., Howe D., Chan C. C.:** *Improved Analytical Model for Predicting the Magnetic Field Distribution in Brushless Permanent-Magnet Machines*, IEEE Transactions on Magnetics, January 2002, Vol. 38, No. 1, pp. 229 – 238.
- [130] **Zhu Z. Q., Howe D.:** *Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent-magnet dc motors, Part II - Armature reaction field*, IEEE Transactions on Magnetics, January 1993, Vol. 29, No. 1, pp. 136 – 142.
- [131] **Zhu Z. Q., Howe D.:** *Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent-magnet dc motors, Part III - Effect of stator slotting*, IEEE Transactions on Magnetics, January 1993, Vol. 29, No. 1, pp. 143 – 151.
- [132] **Zhu Z. Q., Wu L. J., Xia Z. P.:** *An accurate subdomain model for magnetic field computation in slotted surface-mounted permanent magnet machines*, IEEE Transactions on Magnetics, April 2010, Vol. 46, No. 4, pp. 1100 – 1115.
- [133] <http://eomys.com/produits/manatee/article/logiciel-manatee> (styczeń 2018)
- [134] <http://gmsh.info> (styczeń 2018)
- [135] <http://ieeexplore.ieee.org/document/1495534/> (styczeń 2018)
- [136] <http://ieeexplore.ieee.org/document/4796880/> (styczeń 2018)
- [137] <http://ieeexplore.ieee.org/document/5467351/> (styczeń 2018)
- [138] <http://ieeexplore.ieee.org/document/6310407/> (styczeń 2018)
- [139] <http://operafea.com/product/application-environments/machines-environment>. (styczeń 2018)
- [140] <http://www.ansys.com/> (styczeń 2018)
- [141] <http://www.emersonindustrial.com/en-US/controltechniques/products/servomotors/Pages/servomotors.aspx> (styczeń 2018).
- [142] <http://www.emetor.com> (styczeń 2018)
- [143] <http://www.infolytica.com/en/products/motorsolve> (styczeń 2018)
- [144] <http://www.lenze.com/pl-pl/produkty/silniki/serwo-silniki/> (styczeń 2018).
- [145] <http://www.magnesy24.pl/magnesy-neodymowe-ndfeb> (styczeń 2018)
- [146] <http://www.maxonmotor.com/maxon/view/content/products> (styczeń 2018).
- [147] <http://www.motor-design.com/motorcad.php>. (styczeń 2018)

- [148] http://www.motorsummit.ch/data/files/MS_2012/presentation/ms12_doppelbauer_update.pdf (styczeń 2018)
- [149] <http://www.speed-emachine-design.com/> (styczeń 2018)
- [150] https://cogent-power.com/cms-data/downloads/m270-35a_1.pdf (styczeń 2018)
- [151] <https://jmag-international.com/express/index.html>. (styczeń 2018)
- [152] https://library.e.abb.com/public/1018a82e36b29462c1257d41002b3470/TM025%20EN%2008-2014%20IEC60034-30-1_lowres.pdf (styczeń 2018)

Publikacje własne Autora

- [A1] **Jagiela M., Garbiec T., Gwóźdź J., Kołodziej J.:** *Fast steady-state field-circuit model for SMPM-BLDC motors driven from 120° and 180° quasi-square wave inverters*, IEEE Transactions on Magnetics, 2016, Vol. 52, No. 3, # 8101104.
- [A2] **Jagiela M., Gwoźdź J.:** *Steady-state time-periodic finite element analysis of a brushless DC motor drive considering motion*, Archives of Electrical Engineering, 2015, Vol. 64, No. 3, pp. 471 – 486.
- [A3] **Jagiela M., Gwóźdź J., Garbiec T.:** *Time-periodic finite element model of inverter-driven motor*, to be presented at International Conf. Nonlinear Phenomena in Electromagnetic Circuits (EPNC'2014) Plsen, Ceska Republika, July 2014.
- [A4] **Gwóźdź J., Jagiela M.:** *Obliczenia składników momentu elektromagnetycznego w silniku BLDC pod obciążeniem*, Poznań University of Technology Academic Journals, Electrical Engineering 83, 2015, pp. 39 – 46.
- [A5] **Gwóźdź J.:** *Design of a small BLDC motor via field model considering the 120o inverter drive*, Elektryka z. 74 nr 362, Opole University of Technology Press, Opole, 2016.
- [A6] **Gwóźdź J.:** *Wykorzystanie metody analitycznego procesu hierarchicznego w projektowaniu silnika BLDC*, Elektryka z. 74, Nr 362, Oficyna Wyd. Politechniki Opolskiej, Opole, 2016.

Załącznik

Parametry schematu cieplnego silnika BLDC w ustalonym stanie pracy

Oporności cieplne występujące w schemacie przedstawionym w rozdziale 2 pracy na rysunku 2.2.5 są opisane za pomocą przedstawionych niżej wyrażeń. Pierwsza z oporności, dotyczy oddawania ciepła z obudowy do otoczenia [90, 135, 136, 138]

$$R_{o-k} = \frac{1}{S_k \alpha_k} \quad (Z.1)$$

gdzie S_k jest powierzchnią zewnętrzną kadłuba silnika, natomiast α_k współczynnikiem oddawania ciepła do otoczenia przez konwekcję. W rozważanym przypadku, tj. dla silnika szybkobieżnego analizowanego w rozdziale czwartym, w którym występuje wyłącznie naturalne oddawanie ciepła (brak wentylatora), a powierzchnia oddawania jest gładka, współczynnik ten przyjęto równy $2,5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Analizowany silnik nie posiada kadłuba, w związku z czym oporność cieplna

$$R_{k-j} = \frac{\ln \frac{r_k}{r_j}}{2\pi\kappa_k \ell_z} \quad (Z.2)$$

w której r_k i r_j są odpowiednio promieniem zewnętrznym i wewnętrznym kadłuba, a κ_k współczynnikiem przewodności cieplnej materiału kadłuba, ma wartość zerową ($r_k = r_j$). W obliczeniach oporności cieplnej na drodze jarzmo-strefa żłobkowa stojana

$$R_{j-s} = \frac{\ln \frac{r_j}{r_s}}{2\pi\kappa_{Fe} \ell_z} \quad (Z.3)$$

gdzie r_s jest promieniem liczonym do podstawy zęba stojana, współczynnik przewodności cieplnej blachy elektrotechnicznej κ_{Fe} przyjęto równy $21 \text{ W}/(\text{mK})$. Oporność związana z oddawaniem ciepła z uzwojenia wyraża następująca zależność

$$R_{s-u} = \frac{S_z - S_{Cu}}{\bar{\kappa}_{Cu} l_b^2 \ell_z} \quad (Z.4)$$

w której S_z i S_{Cu} oznaczają pola przekroju poprzecznego żłobka oraz uzwojenia, l_b jest obwodem wewnętrznym żłobka równym $0,039 \text{ m}$, natomiast $\bar{\kappa}_{Cu}$ jest zastępczą przewodnością cieplną konglomeratu utworzonego przez przewody, izolację międzyzwojową oraz okładzinę żłobka oraz powietrze. W niniejszej pracy, za [60, 111] przyjęto oszacowanie równoważnej przewodności cieplnej konglomeratu według zależności

$$\bar{\kappa}_{Cu} = \kappa_p \frac{(1+f)\kappa_{Cu} + (1-f)\kappa_p}{(1-f)\kappa_{Cu} + (1+f)\kappa_p} \quad (Z.5)$$

gdzie κ_p jest przewodnością cieplną powietrza, f współczynnikiem wypełnienia żłobka uzwojeniem, natomiast κ_{Cu} przewodnością cieplną miedzi. Przyjmując $\kappa_p = 0,03 \text{ W}/(\text{mK})$, $\kappa_{Cu} = 390 \text{ W}/(\text{mK})$ oraz $f = 0,25$, otrzymując $\bar{\kappa}_{Cu} = 0,05 \text{ W}/(\text{mK})$.

Z uwagi na znaczną prędkość obrotową wirnika analizowanej maszyny, koniecznym jest uwzględnienie wpływu prędkości powietrza na równoważną oporność szczeliny powietrznej. Oporność tę wyraża się zależnością [90, 135, 136, 137, 138]

$$R_{s-m} = \frac{g}{\pi Nu \kappa_p \ell_z r_g} \quad (Z.5)$$

gdzie g jest szerokością szczeliny powietrznej, Nu liczbą kryterialną Nusselta zależną od liczby kryterialnej Taylora Ta oraz liczby kryterialnej Prandtla Pr

$$Nu = 0,212Ta^{0,63}Pr^{0,27} \quad \text{jeśli } Ta < 100 \quad (Z.6)$$

$$Nu = 0,386Ta^{0,5}Pr^{0,27} \quad \text{jeśli } Ta > 100 \quad (Z.7)$$

Liczbę Taylora wyznacza się z zależności [54]

$$Ta = \frac{4\omega_r^2 r_g g^3}{\nu_p^2} \quad (Z.8)$$

gdzie ν_p jest lepkością kinetyczną powietrza ($\nu_p = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$). Z kolei liczbę Prandtla określa zależność

$$Pr = \frac{C_p \rho_p \nu_p}{k_p} \quad (Z.9)$$

w której $C_p = 1005 \text{ J}/(\text{kgK})$ i $\rho_p = 1,2 \text{ kg}/\text{m}^3$, są odpowiednio, ciepłem właściwym oraz gęstością powietrza. Zastępczą oporność cieplną magnesu trwałego naklejonego na powierzchni wirnika obliczano z zależności

$$R_{z-w} = \frac{\ln \frac{r_{mz}}{r_{mw}}}{2\pi \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \kappa_m \ell_z} + \frac{\delta}{2\pi \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \kappa_\delta \ell_z} \quad (Z.9)$$

gdzie r_{mz} i r_{mw} oznaczają promień zewnętrzny i wewnętrzny magnesu trwałego, κ_m przewodność cieplną magnesu trwałego równą $7,7 \text{ W}/(\text{mK})$, δ grubość warstwy kleju równą $0,5 \text{ mm}$ oraz κ_δ przewodność cieplną kleju równą $0,3 \text{ W}/(\text{mK})$. Oporność cieplną rdzenia wirnika określa wzór

$$R_{z-w} = \frac{\ln \frac{r_z}{r_w}}{2\pi \kappa_z \ell_z} \quad (Z.9)$$

w którym r_z i r_w są odpowiednio promieniem zewnętrznym i wewnętrznym rdzenia, natomiast κ_z przewodnością cieplną rdzenia równą $29 \text{ W}/(\text{mK})$. Ostatnim elementem schematu jest oporność cieplna na drodze wał - otoczenie, która składa się z oporności cylindrycznego wału, oporności łożyska oraz oporności bocznych kołpaków z gniazdami łożyskowymi

$$R_{w-o} = \frac{4l_w}{\pi \kappa_w d_w^2} + \frac{\ln \frac{r_l z}{r_l w}}{2\pi \kappa_l d_l} + \frac{1}{S_b \alpha_b} \quad (Z.10)$$

gdzie: l_w jest długością wału mierzoną od powierzchni bocznej wirnika do środka gniazda łożyskowego, κ_w i d_w odpowiednio, przewodnością (29 W/(mK)) i średnicą wału (8 mm), r_{lz} , r_{lw} , d_l , κ_l odpowiednio, promieniem zewnętrznym (18 mm), wewnętrznym (8 mm), długością (4 mm), i przewodnością łożyska (29 W/(mK)), S_b jest powierzchnią boczną pokrywy bocznej silnika (0,036 m²), wykonanej z aluminium, natomiast α_b odpowiadającym współczynnikiem oddawania ciepła przez konwekcję naturalną z pokrywy do otoczenia (2,5 W/(m²K)).

Streszczenie pracy

Projektowanie silników elektrycznych, w tym silników BLDC, oraz ich układów zasilających w chwili obecnej jest oparte na szerokim wykorzystaniu symulacji komputerowej. Na podstawie przeglądu stanu zagadnienia, stwierdzono, że służące temu celowi modele matematyczne są wciąż niedoskonałe.

W pracy proponuje się w tym celu nowy, szybki, połowo – zorientowany model matematyczny pozwalający na analizę wyłącznie ustalonych stanów pracy silnika BLDC, przy uwzględnieniu wpływu układu zasilanego. Opiera się on na sprzężeniu modelu obwodowego przekształtnika z modelem magnetostatycznym silnika. Zastosowano słabe sprzężenie pomiędzy obydwoma składowymi modelami poprzez parametry skupione wyznaczone w dowolnym punkcie pracy i efektywny prąd zasilający pasma silnika przy nieruchomym wirniku. W obliczeniach uwzględniono wpływ temperatury za pomocą zastępczej sieci oporności cieplnych. Uwzględniono straty mocy czynnej oraz współczynnik pulsacji momentu elektromagnetycznego. Zaproponowany model zweryfikowano za pomocą pełnego połowo – obwodowego modelu określonego w dziedzinie czasu. Weryfikacji dokonano porównując wyniki obliczonych za pomocą obu modeli oraz zmierzonych, charakterystyk funkcjonalnych, dwóch różnych silników BLDC o mocy ułamkowej, uzyskując maksymalną niedokładność w całym zakresie charakterystyk mechanicznych rzędu kilkunastu procentów. Uzyskano przy tym znacząco krótszy czas obliczeń charakterystyk zewnętrznych za pomocą zaproponowanego modelu w porównaniu do modelu określonego w dziedzinie czasu.

Wykorzystując zaproponowany model podjęto próbę przeprojektowania jednego z badanych silników. Zdefiniowano czterowymiarową przestrzeń projektową uwzględniając możliwość technologicznej realizacji projektów. Przeszukiwania przestrzeni projektowej dokonano za pomocą procesu decyzyjnego metodą analitycznego procesu hierarchii realizując uprzednio eksperyment komputerowy na dwa różne sposoby. Najkorzystniejszy projekt silnika BLDC zrealizowano praktycznie, a następnie poddano go weryfikacji doświadczalnej. Nie uzyskano zgodności wyników obliczeń z pomiarami, czego przyczyną była różnica pomiędzy założonymi a rzeczywistymi parametrami zamontowanych magnesów trwałych. Po znalezieniu przyczyny niepowodzenia projektu, którą była niższa od założonej indukcja remanentu zastosowanych magnesów trwałych, dokonano korekty parametrów fizycznych, i ponownie wyznaczono charakterystyki eksploatacyjne analizowanego silnika uzyskując zgodność wyników obliczeń z wynikami pomiarów.

Opracowanie i zastosowanie modelu matematycznego silnika bezszczotkowego prądu stałego dla ustalonych stanów pracy

Elaboration and application of mathematic model for steady-state analysis of brushless DC motors driven from quasi-square wave inverters

Abstract

The work involves elaboration and application of a new field-circuit model for steady-state analysis of permanent-magnet surface-mounted brushless DC motors driven from quasi-square wave inverters. A consistent and computationally efficient model that combines the magnetostatic finite-element and the steady-state time-periodic circuit models with time averaging is proposed. A weak field-circuit coupling between the models is established through the effective constant current and lumped parameters determined at various loading conditions. The model takes account for nonlinearity, stack-skew and armature reaction flux, although it neglects the magnetic flux harmonic effects involving.

The performance characteristics, determined via the proposed model for two different motors, are comparable with those obtained from the comprehensive time-stepping finite-element model, with the execution time being approximately a hundred times shorter for the former. The model is also validated against measurements carried out for the two motors showing inaccuracy of predictions within 12 per cent in the whole range of rotational speed. The applicability of the model in designing process is demonstrated by the test carried out which involves re-designing one of the tested motors toward rise of mechanical power.