



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



Politechnika Wroclawska

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOLECZNY



Metody Podejmowania Decyzji

Waldemar Rebizant

„Wzrost liczby absolwentów w Politechnice Wrocławskiej na kierunkach o kluczowym znaczeniu dla gospodarki opartej na wiedzy” nr UDA-POKL.04.01.02-00-065/09-01



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



Politechnika Wroclawska

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOLECZNY



Recenzent:
Prof. dr hab. inż. Jan Izykowski

OFICyna WYDAWNICZA POLITECHNIKI WROCLAWSKIEJ
Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50 – 370 Wrocław

ISBN 978-83-7493-688-0

**Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego**

Waldemar REBIZANT*

METODY PODEJMOWANIA DECYZJI

Praca zawiera opis podstawowych podejść do problemu podejmowania decyzji. Szczególną uwagę poświęcono podejmowaniu decyzji w systemie elektroenergetycznym. W rozdziale wstępnym przedstawione są informacje dotyczące podstaw podejmowania decyzji, opisu sytuacji decyzyjnej oraz faz procesu decyzyjnego, jak również ryzyka i jego oceny. Następnie opisano miejsce procesu decyzyjnego w szeroko rozumianej analizie systemowej. W kolejnym rozdziale przedstawiono zagadnienia związane z identyfikacją obiektu oraz sterowania jako swoistej decyzji podejmowanej wobec układu dla zapewnienia spełnienia wymagań procesu regulacji. W rozdziale 4 opisano podstawowe i najczęściej stosowane modele procesu decyzyjnego, tj. drzewa decyzyjne, programowanie liniowe, programowanie wielokryterialne, teorię gier oraz procedurę analitycznej hierarchizacji. Zagadnienia teoretyczne zilustrowano licznymi przykładami. W kolejnym rozdziale zawarto opis procedur podejmowania decyzji w systemie elektroenergetycznym, ze szczególnym uwzględnieniem układów automatyki zabezpieczeniowej, które powinny w sposób selektywny, odpowiednio szybko zareagować na przypadki sytuacji awaryjnych w systemie. Opisano podejścia klasyczne, możliwość zastosowania procedur statystycznych oraz wykorzystanie idei adaptacyjności w procesie podejmowania decyzji przez układy zabezpieczeniowe. Pracę zamyka rozdział poświęcony technikom sztucznej inteligencji w zastosowaniu do podejmowania decyzji. Przedstawiono w nim podstawy teoretyczne dotyczące sztucznych sieci neuronowych, układów rozmytych i systemów ekspertowych. Wskazano obszary zastosowań i przedstawiono przykłady wykorzystania tych technik do podejmowania decyzji i klasyfikacji zdarzeń w systemie elektroenergetycznym. Literaturę uzupełniającą zgromadzono na zakończenie poszczególnych rozdziałów pracy.

* Politechnika Wroclawska, Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław.

Spis treści

1. Wprowadzenie	5
1.1. Sytuacja decyzyjna, fazy procesu decyzyjnego	5
1.2. Ryzyko i jego ocena	6
Literatura do rozdziału 1	8
2. Elementy analizy systemowej	9
2.1. Optymalizacja	10
2.2. Harmonizacja	11
2.3. Synchronizacja	12
Literatura do rozdziału 2	13
3. Sterowanie jako realizacja decyzji	14
3.1. Obiekt i jego identyfikacja	14
3.2. Rodzaje sterowania i ich realizacja	22
Literatura do rozdziału 3	30
4. Modele procesu decyzyjnego	31
4.1. Drzewa decyzyjne	31
4.2. Programowanie liniowe	33
4.3. Programowanie wielokryterialne	36
4.4. Teoria gier	39
4.5. Procedura analitycznej hierarchizacji	44
Literatura do rozdziału 4	45
5. Podejmowanie decyzji w systemie elektroenergetycznym	46
5.1. Konieczność i zakres podejmowanych decyzji	46
5.2. Struktura i działanie zabezpieczeń cyfrowych	47
5.3. Klasyczne podejście do podejmowania decyzji	49
5.4. Statystyczne podejmowanie decyzji	53
5.5. Układy adaptacyjne	59
Literatura do rozdziału 5	61
6. Elementy sztucznej inteligencji w procesie decyzyjnym	62
6.1. Sztuczne sieci neuronowe	62
6.2. Układy rozmyte	67
6.2. Systemy ekspertowe	74
6.2. Porównanie technik SI	76
Literatura do rozdziału 6	78

1. Wprowadzenie

1.1. Sytuacja decyzyjna, fazy procesu decyzyjnego

Z koniecznością podejmowania decyzji spotykamy się praktycznie na każdym kroku, tak w życiu prywatnym, jak i w rozwiązywaniu problemów związanych z pracą zawodową, w szczególności z pracą o charakterze inżynierskim. Decyzje takie dotyczyć mogą na przykład akceptacji danego rozwiązania technicznego czy też wyboru najkorzystniejszego rozwiązania spośród dostępnych wariantów. W zależności od horyzontu czasowego oraz warunków zewnętrznych podjęcie poprawnej decyzji może napotykać na trudności, często również związane jest z ryzykiem popełnienia błędu. Decyzję podejmuje z reguły człowiek lub w sposób automatyczny zaprojektowane przez niego urządzenie, np. układ sterowania lub przekaźnik zabezpieczeniowy.

Podejmowanie decyzji jest pewnym procesem obejmującym grupę logicznie powiązanych ze sobą operacji myślowych i/lub obliczeniowych, prowadzących do rozwiązania problemu decyzyjnego poprzez wybranie jednego z możliwych wariantów działania (decyzji). Podstawy procesów decyzyjnych i różnorakie ich aspekty opisane są w niniejszym rozdziale.

Problematyką podejmowania decyzji zajmuje się dział nauki zwany teorią decyzji, który obejmujący analizę i wspomaganie procesu podejmowania decyzji. Teoria decyzji stanowi wspólny obszar zainteresowań wielu różnych dziedzin. Korzystają z niej i rozwijają ją m.in. kognitywistyka, matematyka, statystyka, psychologia, socjologia, ekonomia, zarządzanie, filozofia, informatyka oraz medycyna. Klasyczna inżynierska teoria decyzji szuka rozwiązań optymalnych/najlepszych w dziedzinie dobrze sformalizowanej i dotyczy tzw. *well defined problems*. Kognitywistyczne teorie decyzji, z kolei, szukają rozwiązań wystarczających/skutecznych dla tzw. *real world problems* oraz *ill defined problems*, sięgając po narzędzia psychologii, socjologii, filozofii umysłu, czy lingwistyki, pragnąc wyjaśnić procesy myślowe i strategie podejmowania decyzji.

Szczegółowa i dogłębna analiza decyzyjna nie zawsze jest niezbędna. Jest ona potrzebna, gdy:

- istnieje duża liczba możliwych wariantów decyzyjnych,
- sytuacja decyzyjna jest skomplikowana,
- z podejmowaną decyzją związana jest możliwość wysokich korzyści lub dużych strat,
- proces decyzyjny jest złożony i/lub wieloetapowy,
- waga problemu decyzyjnego jest znaczna.

W procesie podejmowania decyzji można wyróżnić następujące fazy:

- identyfikacja sytuacji decyzyjnej,
- sformułowanie problemu decyzyjnego (opis sytuacji decyzyjnej),

- zbudowanie modelu decyzyjnego (syntetyczne, analityczne odwzorowanie problemu decyzyjnego),
 - wyznaczenie zbioru decyzji dopuszczalnych i decyzji wystarczających lub decyzji optymalnych,
 - podjęcie ostatecznej decyzji.
- Sformułowanie problemu decyzyjnego obejmuje informacje dotyczące m.in.
- decydenta (człowiek, grupa osób, maszyna),
 - warunków ograniczających decyzję,
 - zbioru decyzji dopuszczalnych (wynikających z ograniczeń, czynników niezależnych od decydenta),
 - kryteriów oceny decyzji zdefiniowanych przez decydenta, takich jak: użyteczność (subiektywna wartość wyników działania), zysk, strata, itp.

Stosowane w procesie decyzyjnym kryteria mogą mieć charakter jakościowy i/lub ilościowy. W przypadku decyzji ekonomicznych oraz inżynierskich z reguły stosowane są ilościowe miary korzyści, kosztów i zysków danej decyzji. Stosowane kryteria decyzyjne mogą być wyrażone zależnościami funkcyjnymi, a wartości kryteriów są porównywane z progami lub charakterystykami decyzyjnymi, a także – dla poszczególnych wariantów decyzji – między sobą. Przykładowo, podejmując decyzję dot. kredytu konsumpcyjnego podstawowym kryterium decyzyjnym jest obliczona wg odpowiednich równań rata kredytu. Pośrednio zależy ona od wielu parametrów (liczba rat kredytu, oprocentowanie roczne, prowizja banku itd.), niemniej jej wysokość pozwala na ocenę oferty bankowej i podjęcie decyzji o przyjęciu kredytu w danym banku.

Podstawowe pozycje literaturowe dotyczące teorii decyzji i podejmowania decyzji w warunkach niepewności zebrano na zakończenie rozdziału (pozycje [1.1] do [1.5]).

1.2. Ryzyko i jego ocena

Warunki podejmowania decyzji i w konsekwencji łatwość jej podjęcia oraz jej skutki zależą w dużej mierze od rodzaju sytuacji decyzyjnej. Można tutaj wyróżnić:

- sytuację pewną (deterministyczną), w której działanie jednoznacznie determinuje wynik; decydent może stwierdzić, co osiągnie, jaki będzie efekt określonego wyboru;
- sytuację ryzykowną, w której konsekwencje decyzji mogą być zarówno pożądane jak i niepożądane, mogą przynieść zyski i straty; można jednak określić przynajmniej zbiór konsekwencji i prawdopodobieństwa ich wystąpienia;
- sytuację niepewną, w której nie można wyliczyć wszystkich konsekwencji ani określić z jakim prawdopodobieństwem wystąpią.

W pierwszym przypadku brak jest ryzyka i jakichkolwiek niespodzianek, a decyzję podejmuje się na podstawie jednoznacznych, jasno określonych kryteriów i wskaźni-

ków. Najczęściej jednak, w sytuacjach praktycznych podejmowanie decyzji wiąże się z pewnym ryzykiem.

Wielkość ryzyka (jej wartość oczekiwana) jest funkcją prawdopodobieństwa straty $p(s)$ i jej wielkości $w(s)$ wyrażonej pewnymi jednostkami, także finansowymi. Przy wielu (policzalnej liczbie) możliwych przypadków, jakie mogą się wydarzyć, wartość oczekiwana ryzyka może być obliczona jako

$$E(S) = \sum_{k=1}^N p(s_k) w(s_k) \quad (1.1)$$

gdzie: N – liczba rozważanych przypadków.

Podejmowanie ryzyka jest częścią procesu podejmowania decyzji w sytuacjach ryzykownych i niepewnych. Zgodnie z podaną wcześniej definicją, wartości oczekiwanej wielkości ryzyka nie można wyznaczyć dla sytuacji niepewnych, dla których nie są znane prawdopodobieństwa zajścia poszczególnych przypadków, a w sytuacji ekstremalnej również nieznane są wszystkie możliwe przypadki i ich liczba N .

Przykładem sytuacji ryzykownej może być problem podjęcia decyzji dotyczącej ubezpieczenia samochodu, patrz Tab. 1.1. Rozważając dwa możliwe zdarzenia niezależne od decydenta (s_1 – wystąpienie wypadku i związanej z nim szkody ubezpieczeniowej, s_2 – brak wypadku), którym przypisane są odpowiednie użyteczności u (konsekwencje finansowe przy danej decyzji i danym zdarzeniu), można obliczyć wartość oczekiwaną konsekwencji finansowych poszczególnych decyzji.

Jedną z dostępnych metod jest tzw. *strategia scalania prawdopodobieństwa i użyteczności* (SPU). W metodzie tej oblicza się wskaźnik *SPU* dla i -tej decyzji wg zależności

$$SPU(d_i) = \sum_{k=1}^N p(s_k) u_i(s_k) \quad (1.2)$$

gdzie $u_i(s_k)$ – użyteczność (skutek) i -tej decyzji przy wystąpieniu zdarzenia s_k .

Tab. 1.1. Ilustracja problemu podjęcia decyzji dot. ubezpieczenia samochodu

Zbiór możliwych działań (decyzji)	Możliwe zdarzenia i ich konsekwencje	
	s_1 – wypadek	s_2 – brak kolizji
d_1 – ubezpieczyć samochód	$u_1(s_1)=+100$ zwrot kosztów naprawy	$u_1(s_2)=-10$ cena ubezpieczenia
d_2 – nie ubezpieczać samochodu	$u_2(s_1)=-90$ naprawa samodzielna	$u_2(s_2)=+10$ zaoszczędzone (nie wydane) pieniądze

Dla przykładu dotyczącego decyzji o ubezpieczeniu samochodu (Tab. 1.1), przy założeniu, że na terenie zamieszkania decydenta prawdopodobieństwo kolizji drogowej (wypadku) wynosi $p(s_1)=0,1$, wskaźniki *SPU* dla decyzji o ubezpieczeniu samochodu i nieubezpieczaniu go wynoszą odpowiednio: $SPU(d_1)=1$ oraz $SPU(d_2)=0$. Zatem właściwe byłoby tutaj podjęcie decyzji o zakupie polisy ubezpieczeniowej.

Wypada w tym miejscu wspomnieć, iż subiektywna ocena ryzyka może być nieco inna niż ta wyrażona liczbowo np. przez współczynnik *SPU*. Subiektywność ta związana jest między innymi z faktem, iż każdy z decydentów inaczej postrzega ryzyko zdarzenia, które uznaje za konieczne (nieuniknione), a inaczej zdarzenia czy sytuacji, w której znalazł się dobrowolnie. W pierwszym przypadku ryzyko z reguły przecenia się, w drugim zaś jest ono niedoceniane.

Zasadniczo inna może być także ocena ryzyka podejmowanego przez siebie (przez decydenta), a inaczej ryzyka podejmowanego przez inne osoby. Jak widać, subiektywność oceny ryzyka może być pewnym problemem. Od decydenta zależeć będą współczynniki, jakie przyzna on poszczególnym zdarzeniom, a podejmowana decyzja będzie obciążona jego subiektywną oceną ryzyka.

Literatura do rozdziału 1

- [1.1] HEILPERN S., *Podjęcie decyzji w warunkach ryzyka i niepewności*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław, 2001.
- [1.2] KŁOSIŃSKI K.A., BIELA A., *Człowiek i jego decyzje*, Wydawnictwo KUL, Lublin, 2009.
- [1.3] ROS J., *Podjęcie trafnych decyzji*, Zys i S-ka, Poznań, 2007.
- [1.4] ROBBINS S.P., *Skuteczne podejmowanie decyzji*, PWE, Warszawa, 2005.
- [1.5] TURBAN E., *Decision Support and Expert Systems*, Prentice-Hall. London, 1995.

2. Elementy analizy systemowej

Problematyka podejmowania decyzji należy w szerszym kontekście do zagadnień tzw. analizy systemowej, tj. metod i sposobów opisu oraz analizy i syntezy układów technicznych o wysokim stopniu złożoności. Podstawowe pozycje literaturowe dotyczące analizy systemowej i inżynierii systemów zebrano na zakończenie rozdziału (pozycje [2.1] do [2.4]).

Systemem można nazwać wszelki skoordynowany wewnętrznie ze względu na określoną funkcję i wykazujący określoną strukturę zbiór elementów. Hierarchicznie, tzn. ze względu na kolejne stopnie powiązań, można wyróżnić:

- zbiór elementów + struktura = układ,
- zbiór układów + koordynacja wewnętrzna = maszyna,
- zbiór maszyn + funkcja = system.

W definicji systemu bardzo istotne jest podanie jego funkcji (sposób istnienia, Rys. 2.1). Sam zbiór elementów nie stanowi jeszcze systemu, dopiero nadanie mu funkcji system jako taki konstituuje. Przykładami takich hierarchicznie powiązanych układów, maszyn i systemów są:

- układ napędowy → prom → prom w rejsie do Szwecji,
- generator → elektrownia → system elektroenergetyczny.



Układ wyższego rzędu

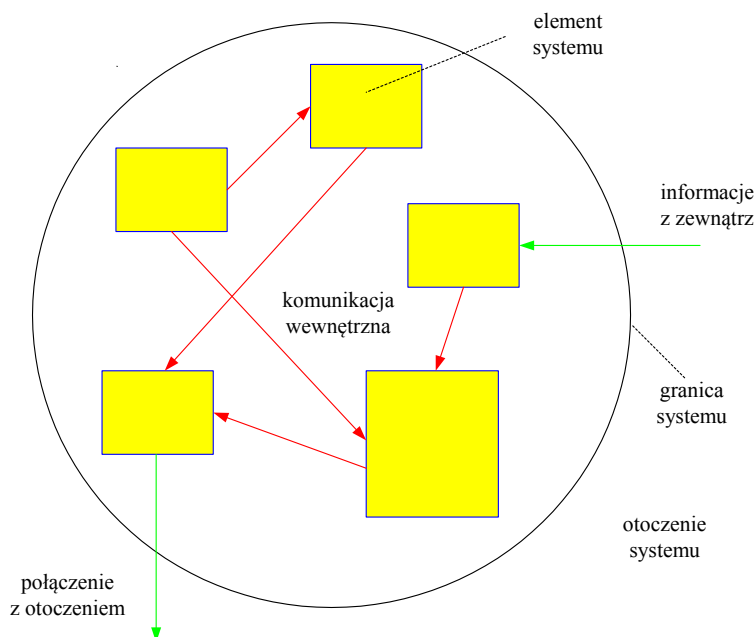
Rys. 2.1. Relacja między systemem, a jego elementami składowymi i funkcjonalnymi

Elementy systemu są wewnętrznie powiązane, ich relacje i funkcje są dokładnie określone. System jako zintegrowana całość ma również określone granice, ponadto istnieje możliwość przesyłania informacji z i do systemu, co symbolicznie przedstawiono na Rys. 2.2.

Inżynieria systemowa jest nauką o wykorzystaniu metod i narzędzi, umiejętności doboru, projektowania i realizacji różnych rodzajów badań adekwatnych do danej sytuacji dla osiągnięcia celu (pożądanego działania technicznego, efektu ekonomicznego, itp.).

Etapy analizy systemowej / decyzyjnej obejmują:

- zbadanie sposobów osiągnięcia celu,
- ocenę negatywnych i pozytywnych skutków rozważanych wariantów,
- porównanie wariantów i przedstawienie wyników.



Rys. 2.2. Ilustracja systemu, jego struktury i powiązania z otoczeniem

W analizie systemowej wyróżnia się trzy podstawowe rodzaje działań:

- optymalizacja (obiekt) – poszukiwanie optymalnego członu konstytutywnego,
- harmonizacja (relacja) – poszukiwanie optymalnego członu dystrybutywnego,
- synchronizacja (sposób istnienia) – poszukiwanie optymalnego członu temporalnego.

2.1. Optymalizacja

Optymalizacja jest jednym z działań analizy systemowej nakierowanej na obiekt jako taki, przy czym zadaniem jej jest uzyskanie optymalnej pod pewnym (ustalonym) względem struktury i parametrów rozważanego obiektu.

Ze względu na liczbę zmiennych i parametrów (zakres optymalizacji) można wyróżnić:

- analizę jednoaspektową (jednoparametrową),
- badanie wieloaspektowe (kilka parametrów procesu),
- analizę multiaspektową (duża liczba zmiennych),
- analizę wielopodmiotową (aspekt konfliktu).

Odpowiednio do powyższych można wymienić następujące techniki optymalizacji:

- minimalizacja funkcji,

- metoda wagowo-korelacyjna,
- algorytmy genetyczne i ewolucyjne,
- teoria gier.

Czytelnik może znaleźć w literaturze wiele pozycji opisujących wyczerpująco różne metody optymalizacji. W charakterze przykładu poniżej opisano wybrane zadanie optymalizacji poprzez minimalizację funkcji.

Przykład 2.1

Dobrać wymiary (a , h) prostopadłościennego pojemnika (kwadratowe dno, bez pokrywy górnej) o zadanej objętości V i minimalnej powierzchni S .

Rozwiązanie

Minimalizowana powierzchnia pojemnika jest następującą funkcją wymiarów a , h :

$$S = S(a, h) = a^2 + 4ah = \min \quad (2.1)$$

Biorąc pod uwagę zależność na objętość pojemnika

$$V = a^2 h \rightarrow h = \frac{V}{a^2} \quad (2.2)$$

można sprowadzić równanie (2.1) do funkcji jednej zmiennej:

$$S = S(a) = a^2 + 4\frac{V}{a} \quad (2.3)$$

której minimalizacja (poprzez wyznaczenie ekstremum) daje:

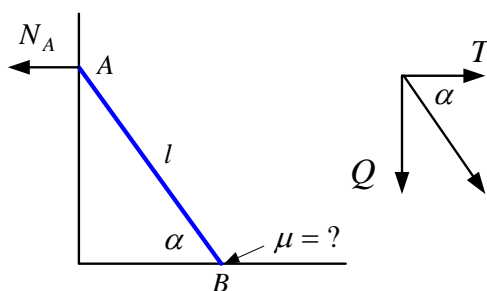
$$\frac{dS}{da} = 2a - 4\frac{V}{a^2} = 0 \rightarrow a = \sqrt[3]{2V}, \quad h = \sqrt[3]{0,25V} \quad (2.4)$$

2.2. Harmonizacja

Harmonizacja jest operacją, której celem jest określenie wzajemnej relacji między elementami systemu.

Przykład 2.2

Określić, dla jakiej wartości współczynnika tarcia μ belki o podłogę reakcja ściany N_A będzie największa.



Rys. 2.3. Ilustracja do przykładu 2.2

Rozwiązanie

Z równowagi sił (patrz rysunek 2.3) wynikają następujące zależności:

$$N_A = T = Q \operatorname{ctg}(\alpha) \quad (2.5)$$

$$T = Q \mu \quad (2.6)$$

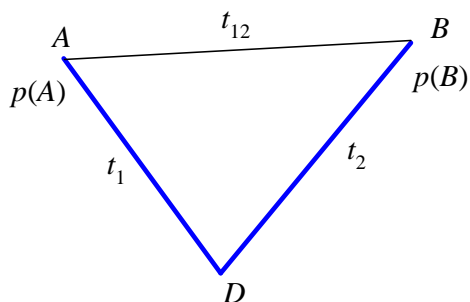
$$\mu = \operatorname{ctg}(\alpha) \quad (2.7)$$

2.3. Synchronizacja

Synchronizacja obejmuje zagadnienia dot. wyznaczania kolejności bądź rozkładu działań w ramach danego systemu.

Przykład 2.3

Dla układu z Rys. 2.4 rozwiązać problem komiwojażera, który wyruszając z punktu D powinien zakupić po 1 elemencie w sklepach znajdujących się w punktach A i B. W jakiej kolejności należy dokonywać zakupów, aby stracić jak najmniej czasu?



Rys. 2.4. Ilustracja do przykładu 2.3

$p(A)$ oraz $p(B)$ oznaczają prawdopodobieństwa udanego zakupu odpowiednio w sklepach A i B.

Rozwiązanie

Biorąc pod uwagę fakt, że kontynuowanie podróży do kolejnego sklepu ma sens jedynie wtedy, gdy zakup elementu w danym sklepie zakończył się sukcesem (w przeciwnym razie komiwojażer powinien wrócić do bazy), warunek określający rozpoczęcie podróży od odwiedzenia sklepu A jest następujący:

$$2t_1[1 - p(A)] + (t_1 + t_{12} + t_2)p(A) < 2t_2[1 - p(B)] + (t_2 + t_{12} + t_1)p(B)$$

Literatura do rozdziału 2

- [2.1] ŁUNARSKI J., Inżynieria systemów i analiza systemowa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów, 2010.
- [2.2] POGORZELSKI W., Teoria systemów i metody optymalizacji, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1999.
- [2.3] ROBERTSON J., Robertson S., Pełna analiza systemowa, WNT, Warszawa, 1999.
- [2.4] ROSZKOWSKI J., Analiza i projektowanie strukturalne, Helion, Gliwice, 2004.

3. Sterowanie jako realizacja decyzji

Funkcjonowanie wielu układów technicznych możliwe jest przez zastosowanie odpowiednich układów sterowania. Niezależnie od technologii (analogowa, cyfrowa) układ sterowania monitoruje stan obiektu i realizuje pewną strategię sterowania zgodnie z wymaganiami narzuconymi przez projektanta. Można powiedzieć, że na podstawie przeprowadzonych pomiarów podejmowana jest decyzja wobec obiektu, której skutkiem jest podanie na jego wejście odpowiedniego sygnału tak, aby na wyjściu obiektu uzyskać założoną wartość regulowanej wielkości.

Poprawne zaprojektowanie układu sterowania wymaga znajomości obiektu sterowania. W niniejszym rozdziale przedstawione zostaną najpierw wybrane metody identyfikacji parametrów obiektu. W dalszej części opisane zostaną podstawowe rodzaje sterowania i sposoby ich technicznej realizacji.

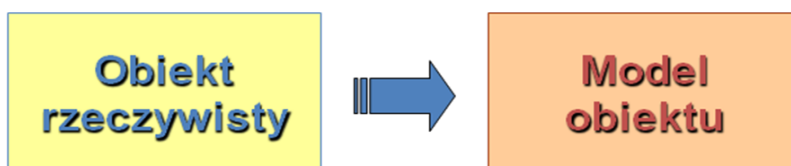
3.1. Obiekt i jego identyfikacja

Analiza pracy układu, a także synteza układów sterowania odbywa się najczęściej na drodze analitycznej bądź symulacyjnej dla obiektów, których model matematyczny jest znany lub może być zidentyfikowany na drodze monitorowania sygnałów na wejściu i wyjściu obiektu.

Obiekt w układzie sterowania może być opisany poprzez model matematyczny wyrażony przez [3.1]:

- równanie algebraiczne (układy statyczne),
- równanie różniczkowe (układy dynamiczne),
- równanie różnicowe (układy dyskretne),
- opis w przestrzeni stanu (układy ciągłe i dyskretne),
- transmitancja operatorowa (funkcja przejścia),
- transmitancja widmowa.

Zakłada się, że czytelnik zna podstawowe informacje dot. tych modeli, nie będą one tutaj szczegółowo przedstawiane. Podane zostaną natomiast wybrane informacje na temat identyfikacji parametrów obiektu.

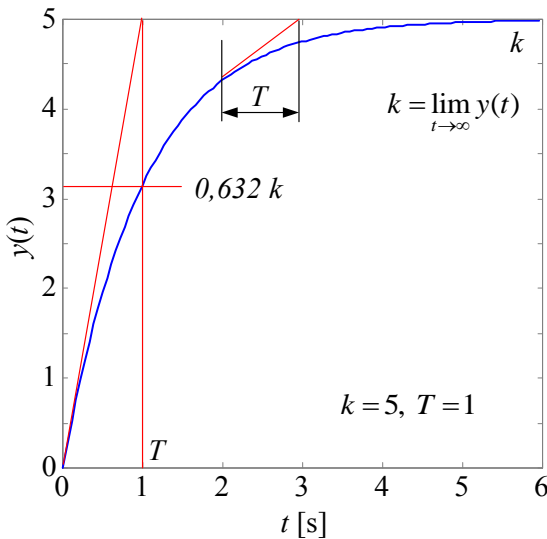


Rys. 3.1. Obiekt i jego model

Identyfikacja modelu obiektu (Rys. 3.1) polega na wykonaniu szeregu czynności pomiarowych i analitycznych mających na celu określenie typu/rzędu modelu i wyznaczenie jego parametrów. Identyfikację parametrów obiektu można prowadzić w dziedzinie czasu i częstotliwości, a do najczęściej stosowanych metod identyfikacji należą:

- analiza odpowiedzi skokowej,
- analiza odpowiedzi impulsowej,
- analiza charakterystyk widmowych,
- metoda modelu,
- metoda najmniejszych kwadratów,
- obserwacja stanu,
- filtracja,
- metody statystyczne.

Identyfikacja obiektu w dziedzinie czasu polega na podaniu na jego wejście odpowiedniego sygnału i obserwacji oraz analizie postaci i parametrów sygnału na wyjściu obiektu. W pierwszym etapie na podstawie postaci sygnału wyjściowego należy wstępnie zidentyfikować typ obiektu (rodzaj funkcji przejścia i jej rząd), a następnie poprzez analizę przebiegu sygnału wyjściowego wyznaczyć poszukiwane parametry obiektu, [3.2].



$$G(s) = \frac{k}{1 + Ts}$$

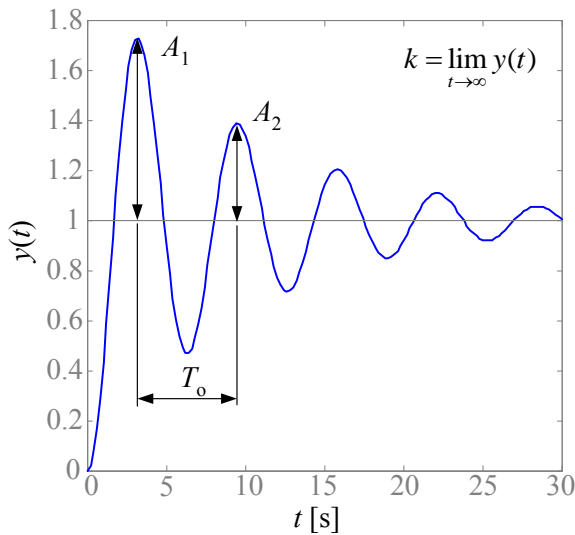
$$U(s) = L\{u(t)\} = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = U(s)G(s)$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} \frac{k}{1 + Ts} = \frac{k}{s(1 + Ts)}$$

$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\} = k(1 - e^{-t/T})1(t)$$

Rys. 3.2. Identyfikacja parametrów obiektu rzędu I metodą odpowiedzi skokowej



$$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2nTs + 1}$$

$$Y(s) = \frac{k}{s(T^2 s^2 + 2nTs + 1)}$$

$$n = \frac{\ln(A_1 / A_2)}{\sqrt{4\pi^2 + \ln^2(A_1 / A_2)}}$$

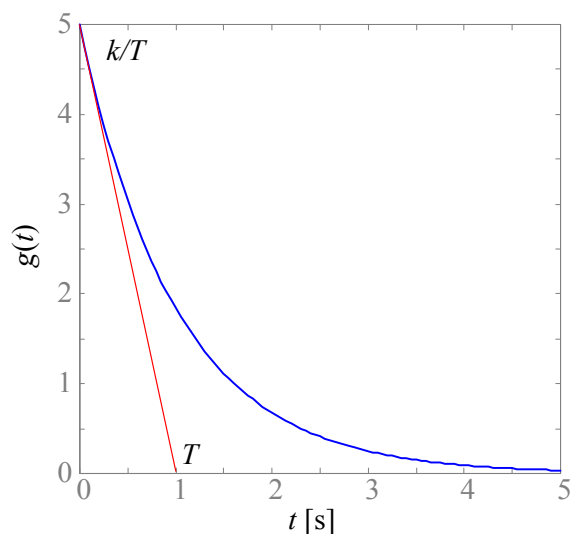
$$T = \frac{T_0 \sqrt{1 - n^2}}{\pi}$$

$$y(t) = k \left[1 - \frac{\exp\left(-\frac{n}{T}t\right)}{\sqrt{1 - n^2}} \sin\left(\frac{\sqrt{1 - n^2}}{T}t + \varphi\right) \right] 1(t)$$

Rys. 3.3. Identyfikacja parametrów obiektu rzędu II metodą odpowiedzi skokowej

Podając na wejście obiektu sygnał $u(t)=1(t)$ uzyskuje się *odpowiedź skokową*, której postać pokazano na Rys. 3.2 oraz 3.3, odpowiednio dla obiektów pierwszego i drugiego rzędu. Obok rysunków podano również transmitancje tych obiektów oraz funkcje czasu i transformaty sygnałów wejściowego i wyjściowego. Sposób odczytu parametrów modeli pokazano na rysunkach. W przypadku układu rzędu I-go identyfikacja polega na wyznaczeniu parametrów wzmocnienia k i stałej czasowej T , zaś w przypadku układu II-go rzędu są to: wzmocnienie k , zastępcza stała czasowa T oraz współczynnik tłumienia n .

Jeśli zamiast sygnału $1(t)$ na wejście obiektu zostanie podany impuls Diraca $\delta(t)$, to identyfikacja polega na wykonaniu podobnych czynności jak poprzednio, tym razem wobec *odpowiedzi impulsowej* obiektu, patrz Rys. 3.4 i 3.5, odpowiednio dla układu I-go i II-go rzędu.



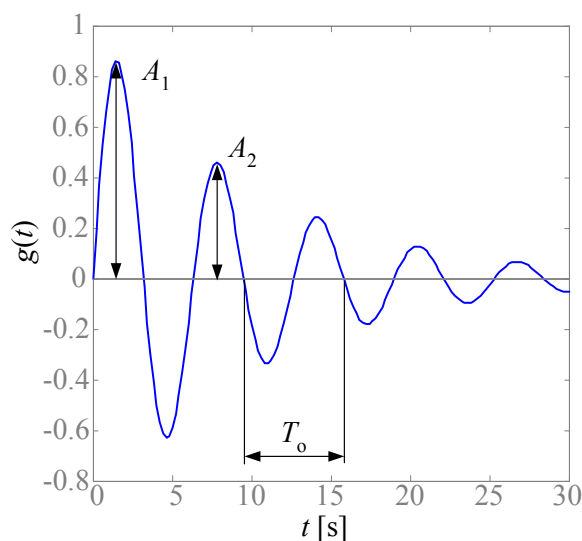
$$G(s) = \frac{k}{1 + Ts}$$

$$U(s) = L\{\delta(t)\} = 1$$

$$y(t) = g(t)$$

$$g(t) = L^{-1}\{G(s)\} = \frac{k}{T} e^{-t/T} 1(t)$$

Rys. 3.4. Identyfikacja parametrów obiektu rzędu I metodą odpowiedzi impulsowej



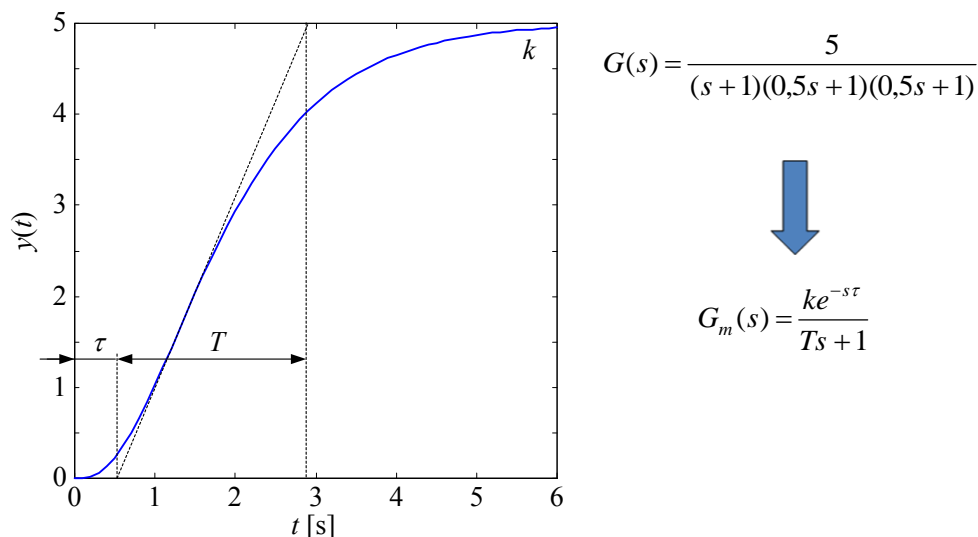
$$G(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2nTs + 1}$$

$$n = \frac{\ln(A_1 / A_2)}{\sqrt{4\pi^2 + \ln^2(A_1 / A_2)}}$$

$$T = \frac{T_o \sqrt{1 - n^2}}{\pi}$$

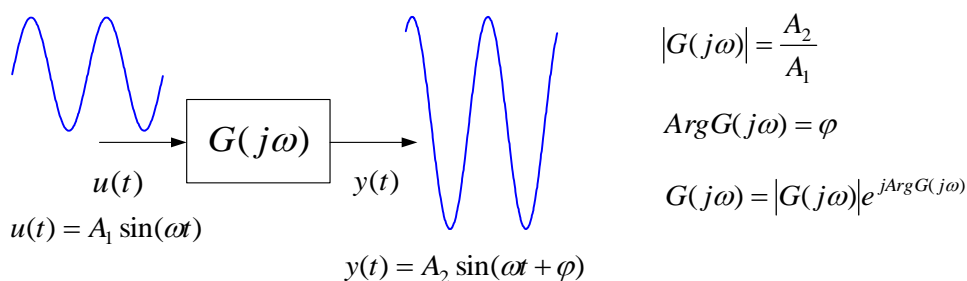
Rys. 3.5. Identyfikacja parametrów obiektu rzędu II metodą odpowiedzi impulsowej

W przypadku gdy typ modelu obiektu nie jest znany bądź nie można przyporządkować do danej odpowiedzi skokowej/impulsowej żadnej z typowych transmitancji, praktycznym podejściem jest *przeprowadzenie aproksymacji do wybranej, najbliższej transmitancji aproksymującej*. Przykład aproksymacji obiektu trzeciego rzędu modelem pierwszego rzędu z opóźnieniem pokazano na Rys. 3.6.



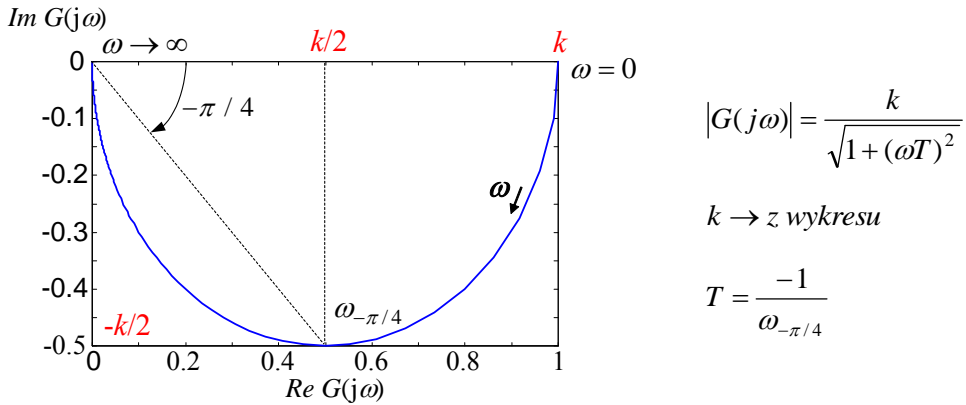
Rys. 3.6. Ilustracja metody modelu aproksymującego

Identyfikację obiektu można również przeprowadzić w dziedzinie częstotliwości poprzez *analizę wyznaczonych pomiarowo charakterystyk widmowych*, [3.2]. Eksperyment polega w tym wypadku na pobudzeniu obiektu sygnałem sinusoidalnym, a poszczególne punkty charakterystyki zaznacza się na podstawie wartości modułu i argumentu określonych wg zależności podanych na Rys. 3.7.

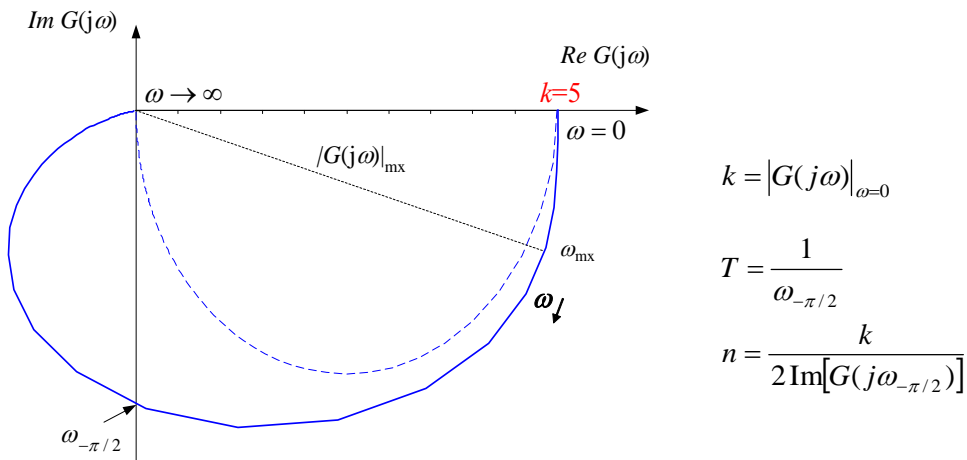


Rys. 3.7. Wyznaczenie charakterystyki widmowej obiektu

Przykładowe charakterystyki widmowe dla obiektu rzędu I i II pokazano odpowiednio na Rys. 3.8 i 3.9. Rysunki te opatrzone opisami i wzorami niezbędnymi do dokonania identyfikacji parametrów obiektu.



Rys. 3.8. Identyfikacja obiektu rzędu I metodą analizy charakterystyki widmowej



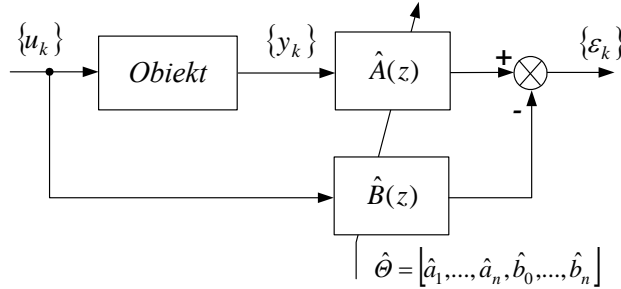
Rys. 3.9. Identyfikacja obiektu rzędu II metodą analizy charakterystyki widmowej

Spośród wymienionych wcześniej metod identyfikacji omówimy tu jeszcze, jako bardzo interesującą i praktyczną w wykorzystaniu, metodę najmniejszych kwadratów, [3.3]. Opis pozostałych metod można znaleźć w literaturze.

Metoda najmniejszych kwadratów (MNK) pozwala na wyznaczenie optymalnego wektora parametrów obiektu poprzez minimalizację średniokwadratowego błędu

$$J = \sum_{k=1}^N \varepsilon_k^2 \rightarrow \min \quad (3.1)$$

gdzie $\varepsilon_k = y_k - c_k^T \hat{\Theta}$ jest błędem aproksymacji obiektu poprzez model szeregowo-równoległy przedstawiony na Rys. 3.10 o parametrach zawartych w wektorze $\hat{\Theta}$, y_k jest wyjściem obiektu, a $c_k^T \hat{\Theta}$ wyjściem modelu, którego parametrów poszukujemy.



Rys. 3.10. Model szeregowo-równoległy i jego strojenie metodą MNK

Uchyb modelowania jest określony zależnością

$$\varepsilon_k = y_k + \hat{a}_1 y_{k-1} + \dots + \hat{a}_n y_{k-n} - \hat{b}_0 u_k - \dots - \hat{b}_n u_{k-n} \quad (3.2)$$

w której występuje po $n+1$ próbek sygnału wejściowego i wyjściowego (bieżące i opóźnione względem chwili k). Do wyznaczenia wartości nieznanymi parametrów modelu $\hat{\Theta} = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_n, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_n]$ potrzeba rejestracji przynajmniej $N=2n+1$ próbek sygnałów i rozwiązania układu równań w postaci

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{n+1} \\ \varepsilon_{n+2} \\ \dots \\ \varepsilon_k \\ \dots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{n+1} \\ y_{n+2} \\ \dots \\ y_k \\ \dots \\ y_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_n & y_{n-1} & \dots & y_1 & -u_{n+1} & \dots & -u_1 \\ y_{n+1} & y_n & \dots & y_2 & -u_{n+2} & \dots & -u_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{k-1} & y_{k-2} & \dots & y_{k-n} & -u_k & \dots & -u_{k-n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{N-1} & y_{N-2} & \dots & y_{N-n} & -u_N & \dots & -u_{N-n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \\ \dots \\ \hat{a}_n \\ \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \\ \dots \\ \hat{b}_n \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

lub w zapisie macierzowym

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\Theta} \quad (3.4)$$

Macierz \mathbf{C} w równaniu (3.4) jest jednoznacznie określona przez próbki sygnałów wejściowego i wyjściowego obiektu zarejestrowane w kolejnych chwilach czasowych.

Minimalizacja błędu średniokwadratowego będącego funkcją parametrów modelu obiektu

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\Theta}} \quad (3.5)$$

prowadzi do rozwiązania optymalnego w postaci

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{opt} = (\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{y} \quad (3.6)$$

Jak widać z (3.6), warunkiem identyfikowalności jest nieosobliwość macierzy $\mathbf{C}^T \mathbf{C}$, ponadto sygnał wejściowy powinien być odpowiednio „pobudzający”.

Warto w tym miejscu wspomnieć, że opisaną tu procedurę można powtarzać w miarę napływania kolejnych próbek sygnałów, dzięki czemu uzyskuje się dokładniejsze wyniki. Poza tym, w przypadku obiektów niestacjonarnych możliwe jest w ten sposób śledzenie zmian ich parametrów.

Formuła rekurencyjna metody MNK opisana jest równaniem

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{\Theta}}_k + \mathbf{P}_{k+1} \mathbf{C}_{k+1} (\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{C}_{k+1}^T \hat{\boldsymbol{\Theta}}_k) \quad (3.7)$$

gdzie

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{P}_k - \mathbf{P}_k \mathbf{C}_{k+1} (\mathbf{C}_{k+1}^T \mathbf{P}_k \mathbf{C}_{k+1} + 1)^{-1} \mathbf{C}_{k+1}^T \mathbf{P}_k, \quad \mathbf{P}_k = (\mathbf{C}_k^T \mathbf{C}_k)^{-1} \quad (3.8)$$

Zaletą procedury rekurencyjnej jest brak konieczności odwracania macierzy w każdym kroku obliczeń ($\mathbf{C}_{k+1}^T \mathbf{P}_k \mathbf{C}_{k+1} + 1$ jest skalarą) oraz fakt, iż określenie nowej wartości wektora parametrów przy dostępności kolejnych pomiarów stanowi korektę wyniku identyfikacji proporcjonalną do błędów równania (3.2) w chwili $k+1$.

Warunki początkowe procedury są zwyczajowo określone jako

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}_0 = \mathbf{0}, \quad \mathbf{P}_0 \rightarrow \infty \quad (3.9)$$

a rozpoczęcie rekurencji jest możliwe począwszy od chwili $n+1$ po uprzednim wyznaczeniu $\hat{\boldsymbol{\Theta}}_n$ z zależności (3.6), a także wartości kowariancji \mathbf{P}_n z równania

$$\mathbf{P}_n = (\mathbf{C}_n^T \mathbf{C}_n)^{-1} \quad (3.10)$$

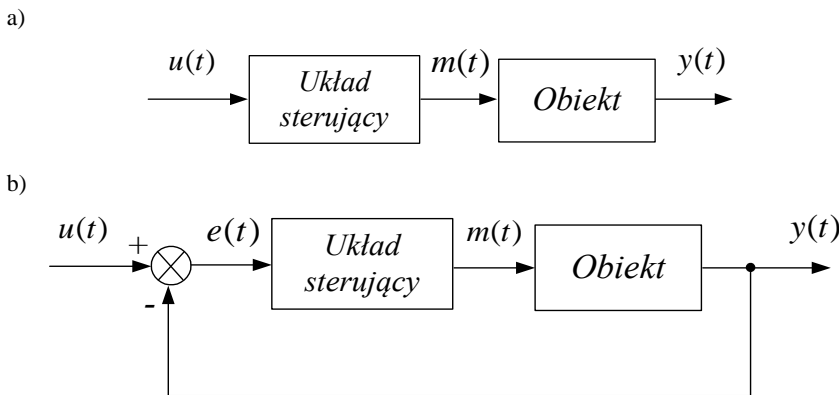
3.2. Rodzaje sterowania i ich realizacja

Podjęcie decyzji wobec obiektu w układzie sterowania polega na doborze odpowiedniego układu sterującego, który będzie na bieżąco wybierał i ustawiał sygnał sterujący, aby zapewnić stabilność oraz uzyskać odpowiednie zachowanie statyczne i dynamiczne układu.

Struktura układu sterowania może być otwarta lub zamknięta, Rys. 3.11. Jeśli celem sterowania/regulacji jest nadążanie sygnału wyjściowego za sygnałem wejściowym (sygnałem odniesienia), to w pierwszym przypadku transmitancja układu sterującego powinna być równa odwrotności transmitancji obiektu, tj.

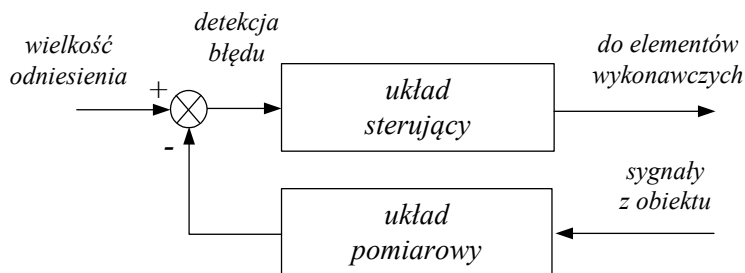
$$u(t) = y(t) \rightarrow G(s) = G_{US}(s)G_o(s) = 1 \rightarrow G_{US}(s) = G_o(s)^{-1} \quad (3.11)$$

co nie zawsze jest realizowalne. W przypadku struktury zamkniętej otrzymanie idealnego sterowania ($u(t)=y(t)$) nie jest w ogóle możliwe. Można jedynie starać się tak dobrać układ sterujący, aby uzyskać możliwie małe błędy statyczne i dynamiczne procesu regulacji. Jakość sterowania może być wyrażona bądź przez szczegółowe parametry odpowiedzi układu na standardowe wymuszenie $1(t)$, tj. przeregulowanie, czas do pierwszego maksimum, czas ustalenia i uchyb w stanie ustalonym, bądź przez różnego rodzaju wskaźniki całkowite, [3.1, 3.2]. Szczegóły na ten temat nie będą tutaj omawiane.



Rys. 3.11. Schemat blokowy układu sterowania: a) otwartego, b) zamkniętego

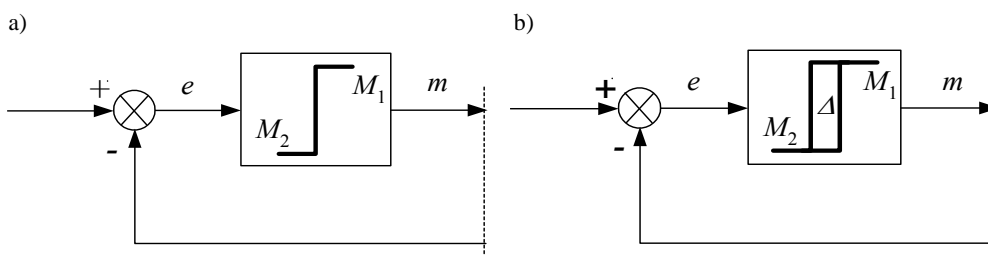
Trzeba powiedzieć, że w praktyce inżynierskiej wyraźnie częściej stosowana jest struktura regulacji z pętlą sprzężenia zwrotnego (Rys. 3.11b), ze względu na szereg zalet, np. możliwość kompensacji wpływu zakłóceń na przebieg sygnału wyjściowego. Jest oczywiste, że fizyczna realizacja sterowania w układzie zamkniętym jest możliwa, jeśli na bieżąco prowadzony będzie pomiar sygnału wyjściowego, Rys. 3.12.



Rys. 3.12. Realizacja sterowania w układzie zamkniętym

Ze względu na typ akcji sterowania można wyróżnić, [3.2]:

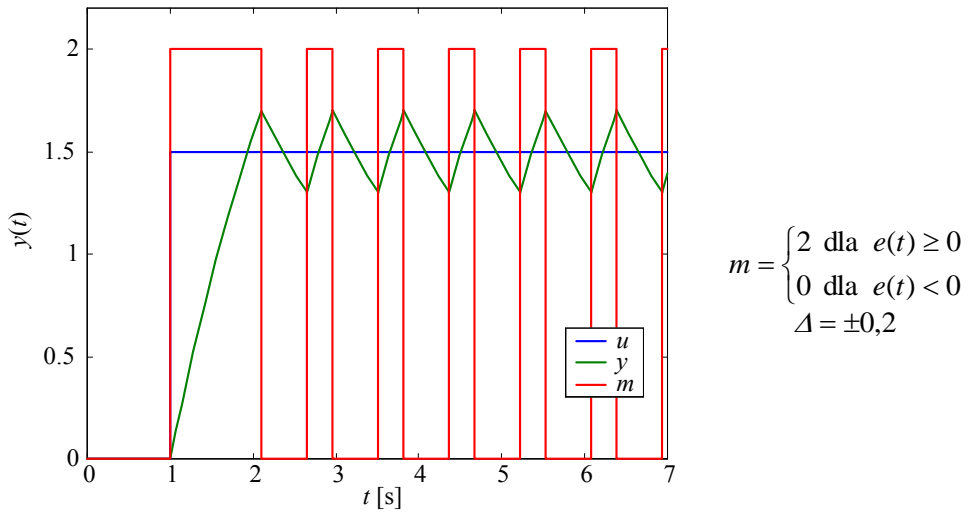
- działanie dwupołożeniowe (on-off), Rys. 3.13,
- działanie proporcjonalne P,
- działanie całkujące I,
- działanie różniczkujące D,
- działanie PID, Rys. 3.15.



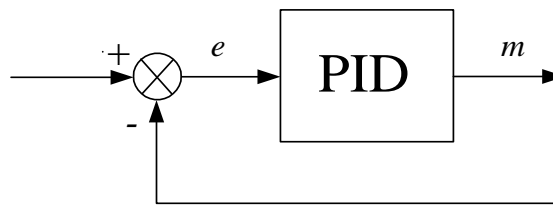
Rys. 3.13. Regulacja dwupołożeniowa: a) bez histerezy, b) z histerezą

Układ sterowania z regulacją dwupołożeniową należy do najprostszych, jest jednak często stosowany w praktyce, także w urządzeniach powszechnego użytku. Element dwupołożeniowy „wystawia” na wyjściu sygnał sterujący o dwóch wartościach (dolnej/górnej), przy czym przełączenie pomiędzy tymi wartościami następuje po przekroczeniu w górę / w dół wartości progowej (nastawy). Można powiedzieć, że w pewnym sensie układ ten realizuje podejmowanie decyzji względem kryterium uchybu z podejściem klasycznym opisanym w rozdziale 5.3, zal. (5.1). W układzie z histerezą przełączenie w górę i w dół nie następuje w tym samym punkcie, Rys. 5.13b.

Na Rys. 3.14 pokazano przebiegi sygnału wejściowego (załączenie napięcia), wyjściowego (regulowanej temperatury w piecu) oraz sygnału sterującego w układzie sterowania z elementem dwupołożeniowym z histerezą (bimetalu). W efekcie przełączeń bimetalu załączane bądź wyłączane jest zasilanie pieca, w skutek czego przebieg temperatury oscyluje wokół wartości zadanej.



Rys. 3.14. Regulacja dwupołożeniowa – przebiegi dla układu regulacji temperatury



Rys. 3.15. Idea regulacji szeregowej z regulatorem PID

Wykorzystanie regulatora PID powoduje połączenie akcji proporcjonalnej, różniczkowania i całkowania, przez co sygnał sterujący jest różniczkowo-całkową kombinacją sygnału uchybu, wg zależności

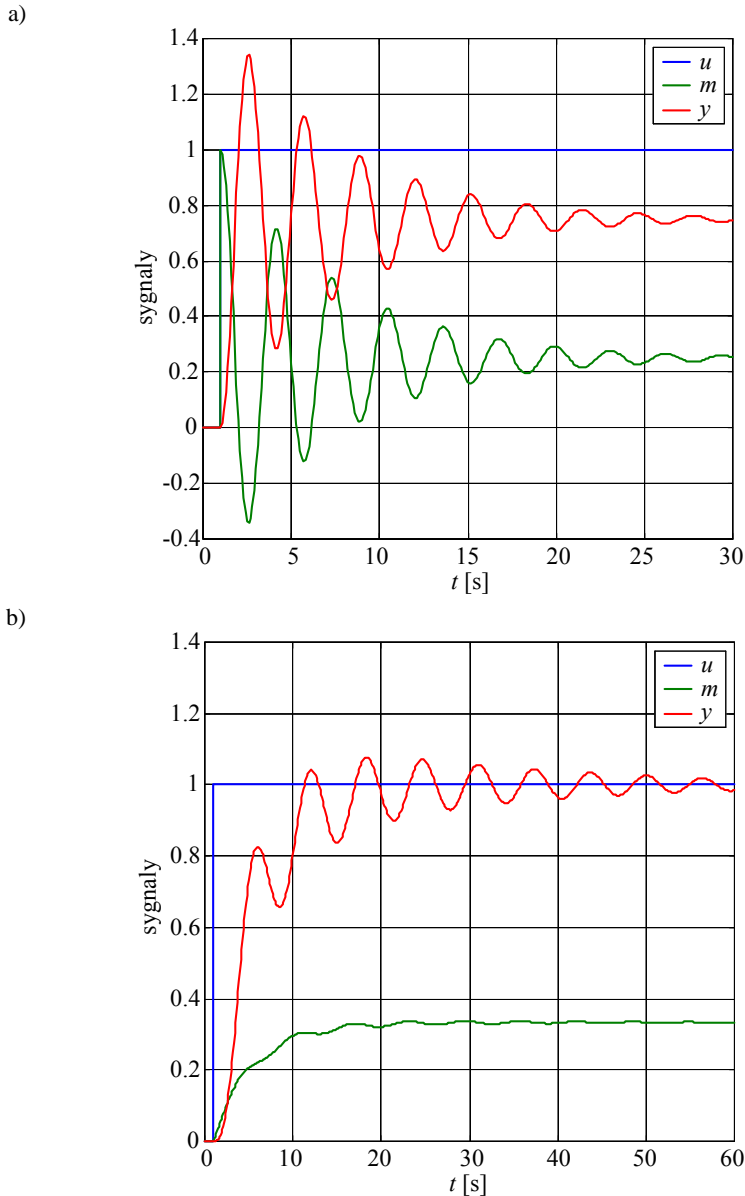
$$m(t) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (3.12)$$

a transmitancja regulatora PID jest postaci

$$G_r(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (3.13)$$

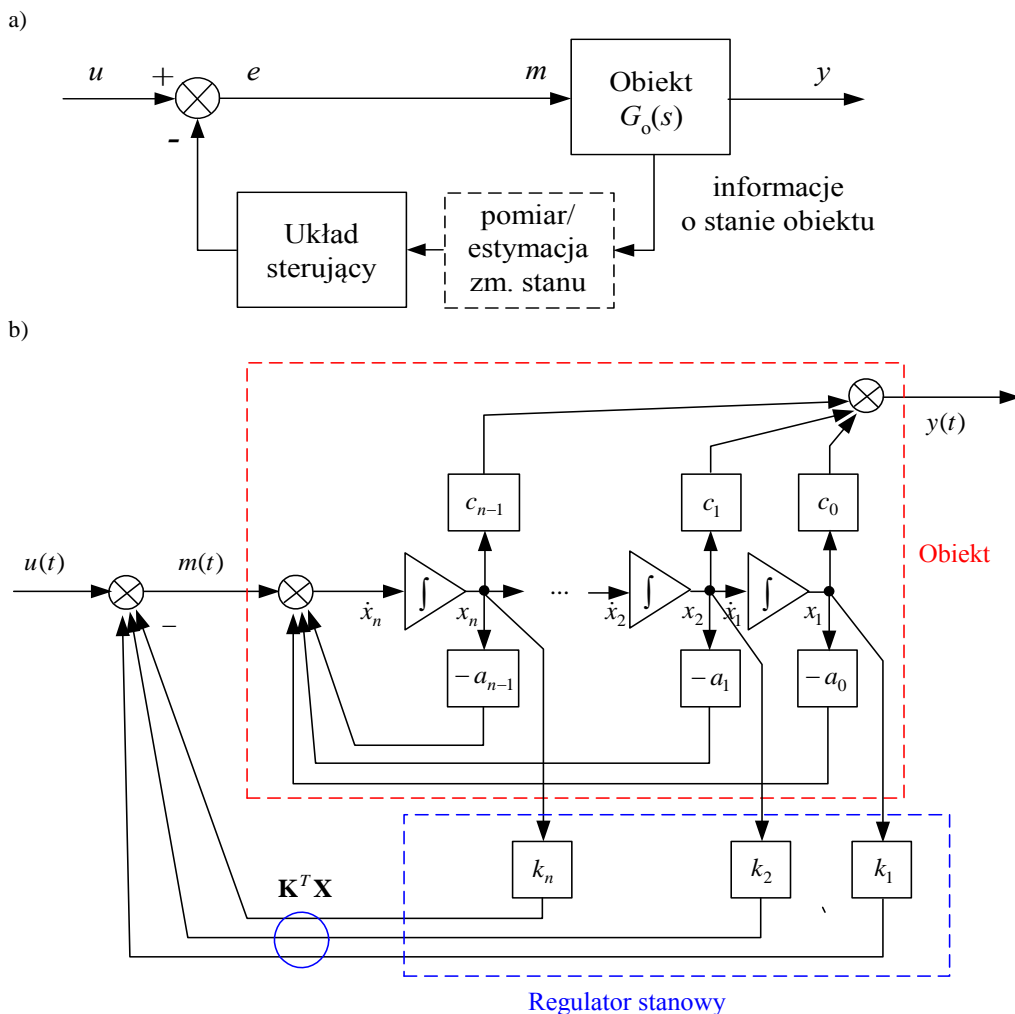
Zastosowanie regulatora PID pozwala na poprawę zachowania układu sterowania tak w stanie przejściowym (cechy dynamiczne) jak i w stanie ustalonym (uchyby sta-

tyczne). Część D regulatora wpływa na poprawę dynamiki, natomiast części P oraz I – na cechy statyczne układu. Przykładowe przebiegi uzyskane dzięki zastosowaniu regulatora PID pokazano na Rys. 3.16b, które można porównać z sygnałami w układzie bez regulatora, Rys. 3.16a.



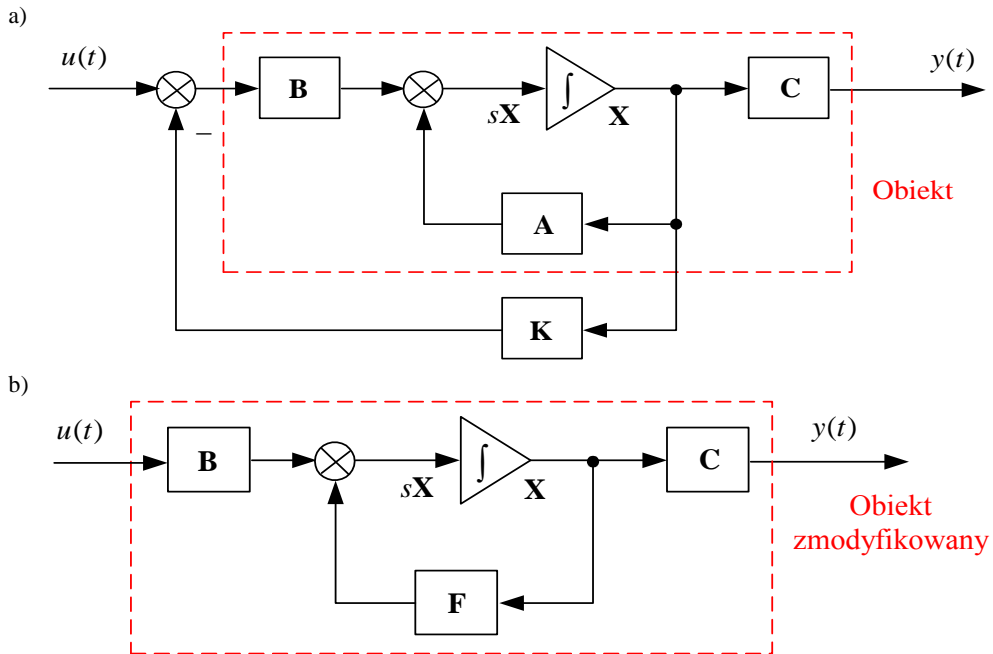
Rys. 3.16. Regulacja PID: a) bez regulatora, b) z regulatorem PID

Połączenie/dowolną kombinację w/w akcji sterujących można także uzyskać stosując układ sterowania w przestrzeni stanu. Schemat blokowy takiego układu pokazano na Rys. 3.17a, wraz z dokładniejszym rozrysowaniem na Rys. 3.17b. Idea takiego sterowania polega na wykorzystaniu sprzężenia zwrotnego od zmiennych stanu obiektu, które są mierzone bądź estymowane, a następnie wytworzeniu sygnału proporcjonalnego do tych zmiennych stanu, który odejmowany jest od sygnału wejściowego (odniesienia).



Rys. 3.17. Idea regulacji od zmiennych stanu:

a) schemat blokowy, b) jw., ze stanowym modelem obiektu i regulatorem



Rys. 3.18. Reprezentacja stanowa obiektu z regulatorem: a) schemat ideowy, b) schemat zastępczy

Schemat zastępczy układu z regulatorem stanowym (Rys. 3.18a) można przekształcić do schematu zastępczego ze „zmodyfikowanym” obiektem, w którym pojawia się nowa macierz stanu \mathbf{F}

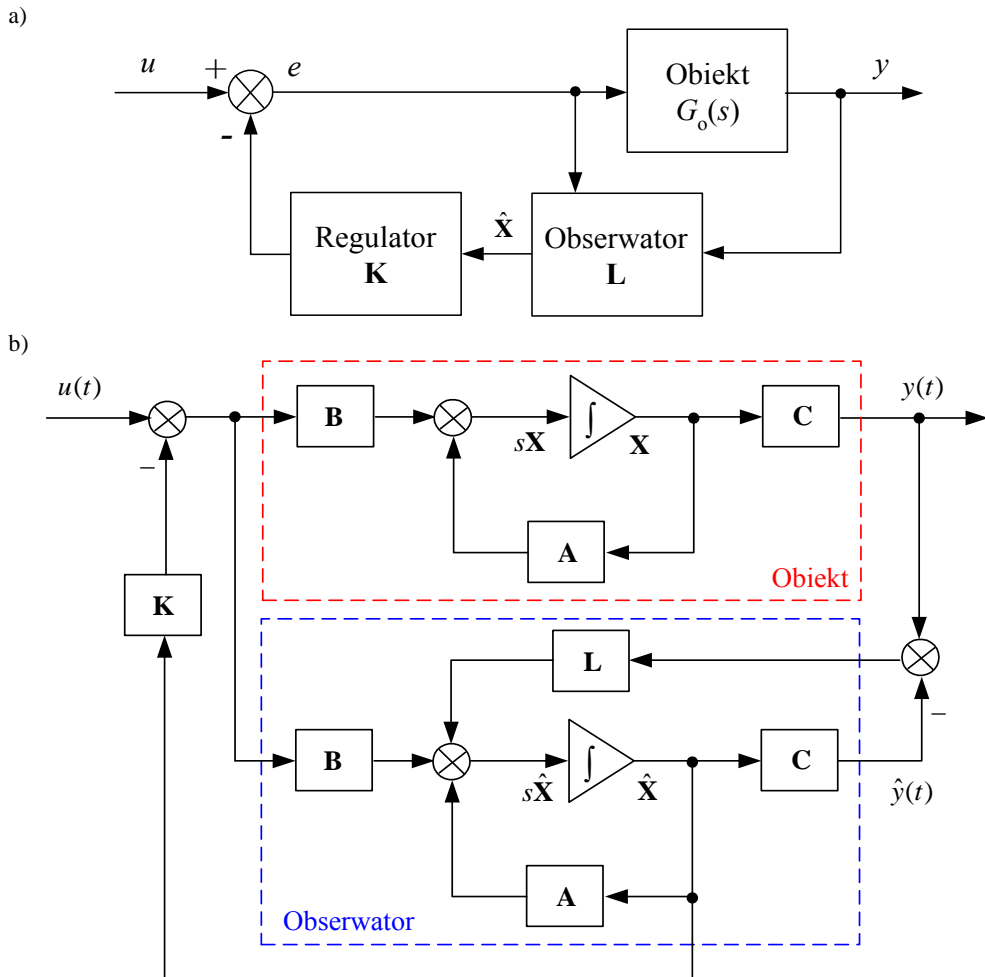
$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{BK} \quad (3.14)$$

Projektowanie regulatora stanowego polega w związku z tym na wyznaczeniu macierzy wzmocnień \mathbf{K} na podstawie macierzy \mathbf{F} zdefiniowanej przez projektanta (nowe bieguny obiektu). Ta zaś może być wyznaczona również poprzez określenie stanowej reprezentacji układu obiekt-z-regulatorem o transmitancji $G_{or}(s)$ spełniającej postawione wymagania. Dowolną z metod przejścia należy dla transmitancji $G_{or}(s)$ określić równania stanu i wyjścia w postaci

$$\begin{aligned} s\mathbf{X} &= \mathbf{FX} + \mathbf{BU} \\ \mathbf{Y} &= \mathbf{CX} + \mathbf{DU} \end{aligned} \quad (3.15)$$

a stąd już bezpośrednio poszukiwaną macierz \mathbf{K} .

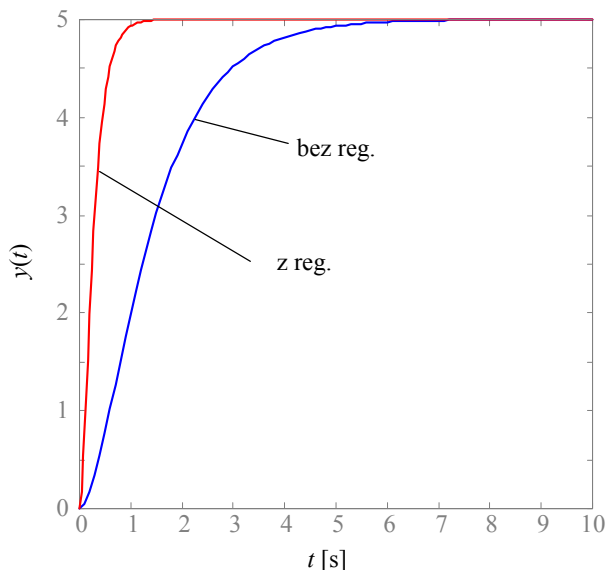
Osobnym problemem jest dostępność zmiennych stanu obiektu. W przypadku, gdy zmienne te nie są mierzalne, należy je wyestymować z wykorzystaniem tzw. obserwatora stanu. Ideę sterowania z obserwatorem stanu ilustruje Rys. 3.19.



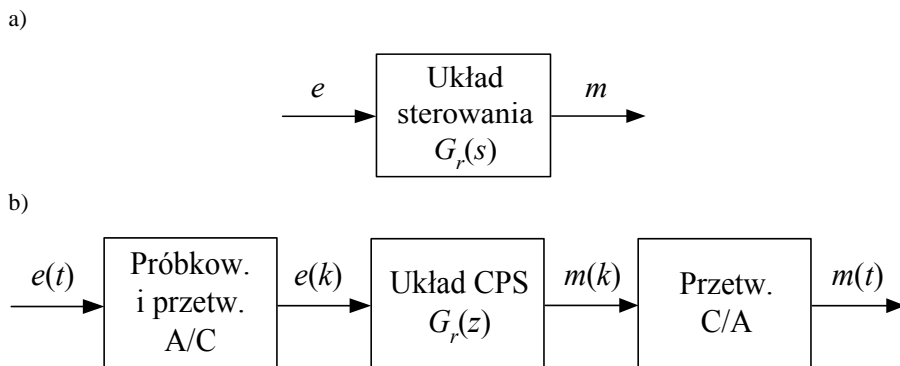
Rys. 3.19. Układ sterowania od zmiennych stanu z obserwatorem stanu:
a) schemat blokowy, b) schemat z rozrysowanym obiektem i obserwatorem

Jak widać na Rys. 3.19b, obserwator stanu odtwarza w swojej strukturze model obiektu, a dodatkowa macierz obserwatora L jest odpowiedzialna za eliminację ewentualnych błędów modelowania (skutków niedokładności identyfikacji modelu obiektu). Zmienne stanu pochodzące z obserwatora podawane są dalej do regulatora stanowego i wzmacniane przez macierz K .

Rys. 3.20 przedstawia efekty zastosowania regulatora stanowego dla obiektu o długim czasie odpowiedzi. Zdefiniowano nowe wymagane stałe czasowe i bieguny układu, po czym dobrano macierze K i L regulatora i obserwatora stanu. W efekcie uzyskano poprawę dynamiki i znacznie szybszą odpowiedź układu z regulatorem.



Rys. 3.20. Przykładowe sygnały dla układu bez i z regulatorem stanowym



Rys. 3.21. Realizacja układu sterowania w technice: a) analogowej, b) cyfrowej

Przedstawione w niniejszym rozdziale idee sterowania mogą znaleźć implementację praktyczną w technice analogowej lub w technice cyfrowej, Rys. 3.21. W tym drugim przypadku niezbędne jest zastosowanie przetworników A/C oraz C/A, a sam regulator (np. PID) realizowany jest w postaci równania różnicowego, które wykonywane jest w każdej kolejnej chwili próbkowania sygnałów.

Przykładowo, dla regulatora PID o transmitancji analogowej w postaci (3.13) przy wykorzystaniu różniczkowania metodą prostokątów uzyskuje się transmitancję dyskretną

$$G_r(z) = G_r(s) \Big|_{s \rightarrow \frac{z-1}{T_p z}} = K_p \left(1 + \frac{T_p}{T_i} \frac{z}{z-1} + \frac{T_d}{T_p} \frac{z-1}{z} \right) = \frac{M(z)}{E(z)} \quad (3.16)$$

dla której można wyznaczyć równanie różnicowe

$$m_{(k)} = Ae_{(k)} + Be_{(k-1)} + Ce_{(k-2)} + m_{(k-1)} \quad (3.17)$$

Jak widać, bieżąca próbka sygnału sterującego jest obliczana z wykorzystaniem trzech kolejnych próbek sygnału uchybu oraz poprzedniej próbki sygnału sterującego.

Literatura do rozdziału 3

- [3.1] GREBLICKI W., Podstawy automatyki, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2006.
- [3.2] Podstawy Automatyki. Ćwiczenia laboratoryjne, Skrypt PWR, Praca zbiorowa pod red. A. Wiszniewskiego, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2000.
- [3.3] ROSOŁOWSKI E., Cyfrowe przetwarzanie sygnałów w automatyce elektroenergetycznej, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2002.

4. Modele procesu decyzyjnego

Modelem nazywamy ogólnie opis myślowy (wewnętrzny) lub postaciowy (diagramy, wzory matematyczne itp.) będący reprezentacją pewnej klasy zjawisk wyodrębnionych z kontekstu przez obserwatora za pomocą systemu pojęć.

Model decyzyjny jest to syntetyczne analityczne odwzorowanie problemu decyzyjnego w postaci modelu matematycznego, statystycznego, ekonomicznego, informatycznego, psychologicznego, itp.

Niezależnie od przyjętego modelu decyzyjnego w procesie decyzyjnym powinna zostać podjęta optymalna decyzja, będąca jedną z decyzji dopuszczalnych, spełniająca najlepiej sformułowane kryteria oceny. Decyzją dopuszczalną jest decyzja (wybór) spełniająca wszystkie warunki ograniczające. Pod pojęciem kryterium decyzyjnego kryje się natomiast przyporządkowanie ilościowej lub jakościowej miary korzyści, użyteczności, kosztów i zysków danej decyzji.

Poniżej omówione zostaną następujące wybrane modele decyzyjne:

- drzewa decyzyjne,
- programowanie liniowe,
- programowanie wielokryterialne,
- teoria gier,
- procedura analitycznej hierarchizacji.

4.1. Drzewa decyzyjne

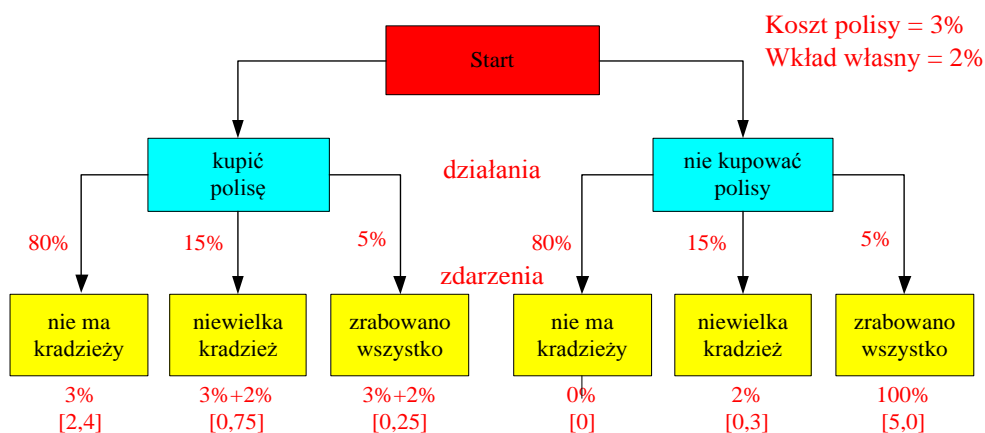
Drzewa decyzyjne stanowią model decyzyjny, w którym w uporządkowany sposób przedstawia się hierarchiczne ciągi działań (w pełni zależnych od decydenta) i zdarzeń (niezależnych od decydenta, czasami o charakterze losowym). Graficzne przedstawienie w postaci drzewa decyzyjnego ułatwia analizę wszystkich elementów sytuacji istotnych przy podejmowaniu decyzji. W efekcie możliwe staje się określenie wariantów decyzyjnych i ich konsekwencji. W modelu tym nie występują tu w jawnej postaci warunki sztywne i elastyczne, są one uwzględniane w trakcie budowy drzewa. Dodatkowe podanie prawdopodobieństw i kosztów poszczególnych wariantów decyzyjnych prowadzi do zwiększenia racjonalności optymalizacyjnej poprzez maksymalizację funkcji użyteczności.

Celem stosowania modelu w postaci drzewa decyzyjnego jest uproszczenie oceny sytuacji decyzyjnej, model ten pozwala na jednoczesną analizę wielu wariantów decyzyjnych i kryteriów ich oceny. Model taki jest użyteczny, o ile drzewo nie staje się zbyt obszerne (nie mieści się na kartce lub ekranie). Z wykorzystaniem drzew decyzyjnych może być prowadzona analiza wielowariantowa (*what-if analysis*), a poprzez

implementację programową możliwe jest zastosowanie tego modelu w komputerowych systemach wspomagania decyzji.

Przykład 4.1

Przykład typowego drzewa decyzyjnego (2-poziomowego) przedstawiono na Rys. 4.1. Rozważana jest tutaj sytuacja związana z ubezpieczeniem mieszkania, przy założeniu kosztów polisy w wysokości 3% oraz wkładu własnego w wysokości 2% wartości mieszkania. Możliwym zdarzeniom (brak kradzieży, kradzież niewielka – nie przekraczająca wkładu własnego oraz kradzież pełna) przypisano prawdopodobieństwa ich wystąpienia (odpowiednio 80, 15 i 5%). Zarówno wydatki związane z zakupem polisy, z ponoszeniem wkładu własnego, jak i rekompensatą za skradzione wyposażenie mieszkania (w przypadku rezygnacji z zakupu polisy) traktowane są jako strata, którą należy zminimalizować.



Rys. 4.1. Drzewo decyzyjne dot. decyzji o zakupie polisy na ubezpieczenie mieszkania

Wartość oczekiwanej straty związanej z daną decyzją można obliczyć z zależności (1.2) wprowadzonej przy okazji omawiania strategii scalania prawdopodobieństw i użyteczności, przy czym tutaj użytecznością (negatywną – strata) będzie koszt poniesiony przy danym wariancie decyzyjnym dla poszczególnych zdarzeń. Wartości iloczynów $p_i(s_k)$ $u_i(s_k)$ umieszczono w nawiasach kwadratowych pod zdarzeniami na Rys. 4.1. Oczekiwana strata dla poszczególnych decyzji wynosi

$$SPU(d_i) = \begin{cases} 3,4 & \text{dla decyzji } \textit{kupić polisę} \\ 5,3 & \text{dla decyzji } \textit{nie kupować polisy} \end{cases} \quad (4.1)$$

a zatem właściwą decyzją będzie zakup polisy ubezpieczeniowej.

W dziedzinie automatyki elektroenergetycznej można znaleźć wiele przykładów zastosowania drzew decyzyjnych w procesie podejmowania decyzji, np.:

1. Selektyna i szybka ochrona transformatora [4.8]
 - sygnały wejściowe – detale dekompozycji falkowej,
 - algorytm DD uczony do zadania rozpoznawania wzorców.
2. Analiza pracy sieci NN [4.3]
 - rozważane sytuacje awaryjne typu $N-1$ i $N-k$,
 - sygnały wejściowe – detale dekompozycji falkowej,
 - system wieloagentowy, dynamiczny.

4.2. Programowanie liniowe

Programowanie liniowe jest metodą minimalizacji wieloaspektowej z funkcją kosztu, stosowanej w wielu dziedzinach techniki do rozwiązywania problemów decyzyjnych z ograniczeniami liniowymi.

Podstawy teoretyczne metody opisują następujące twierdzenia:

Tw1: Zbiorem wypukłym W nazywamy taki zbiór, w którym odcinek łączący dwa dowolne punkty należy do zbioru W .

Tw2: Zbiór D rozwiązań dopuszczalnych liniowego modelu decyzyjnego jest zbiorem wypukłym.

Tw3: Funkcja celu osiąga wartość optymalną w wierzchołku zbioru wypukłego D utworzonego z warunków ograniczających liniowego modelu decyzyjnego.

Tw4: Jeżeli istnieją co najmniej dwa rozwiązania optymalne, to każda liniowa kombinacja wypukła tych rozwiązań jest także rozwiązaniem optymalnym danego modelu decyzyjnego.

W metodzie programowania liniowego warunki wyrażone są w postaci nierówności, koszt zaś – jako funkcja liniowa:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (4.2a)$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m \end{cases} \quad (4.2b)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (4.2c)$$

lub w zapisie macierzowym:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (4.3a)$$

$$\mathbf{Ax} \geq \mathbf{b} \quad (4.3b)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (4.3c)$$

Rozważane warianty decyzyjne opisane są za pomocą wektorów parametrów \mathbf{x} , natomiast decyzja polega na akceptacji rozwiązania optymalnego, czyli wyboru wektora poszukiwanych parametrów, który najlepiej spełnia postawione wymagania i minimalizuje funkcję kosztu.

Sformułowanie problemu programowania liniowego zgodnie z równaniami (4.2), (4.3) nosi nazwę postaci standardowej. Spotykana jest również postać kanoniczna, w której nie precyzuje się wymagań (4.2c)/(4.3c) względem wartości poszukiwanego wektora parametrów oraz postać dopełnieniowa, w której zamiast nierówności (4.3b) stosuje się równość (4.4b):

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (4.4a)$$

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (4.4b)$$

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (4.4c)$$

Rozwiązanie programowania liniowego, zgodnie z twierdzeniami 1-4, poszukuje się w obrębie wielościanu będącego przecięciem hiperpółprzestrzeni (dla postaci standardowej i kanonicznej) lub punktów należących do odcinków będących przecięciem odpowiednich hiperpłaszczyzn. Rozwiązaniem optymalnym jest jeden z wierzchołków wielościanu, dla którego funkcja kosztu przyjmuje wartość najmniejszą.

Poprawne zdefiniowanie problemu programowania liniowego jest tylko połową sukcesu. Drugą część stanowi jego rozwiązanie. Spośród metod rozwiązywania należy wymienić metodę SIMPLEX posługującą się algebrą liniową oraz metodę graficzną, w której poszukuje się wierzchołków wielościanu/wieloboku, spełniających postawione warunki i ograniczenia. Metoda graficzna jest skuteczna dla problemów o niewielu zmiennych. Poniżej zostanie przedstawiony przykład jej wykorzystania dla problemu dwuwymiarowego.

Przykład 4.2

Inwestor chce zakupić pewną ilość akcji x_1 i obligacji x_2 za łączną kwotę nie przekraczającą 10000zł, przy czym maksymalna kwota przeznaczona na zakup akcji wynosi 6000zł, natomiast minimalna kwota przeznaczona na zakup obligacji wynosi 2000zł. Dodatkową informacją jest, że średni roczny zysk z akcji wynosi 12%, zaś dla obligacji – 9%. Należy podać optymalny podział portfela zakupów.

Rozwiązanie

Zdefiniowane w treści zadania warunki można przedstawić układem nierówności

$$x_1 + x_2 \leq 10000$$

$$x_1 \leq 6000$$

$$x_2 \geq 2000$$

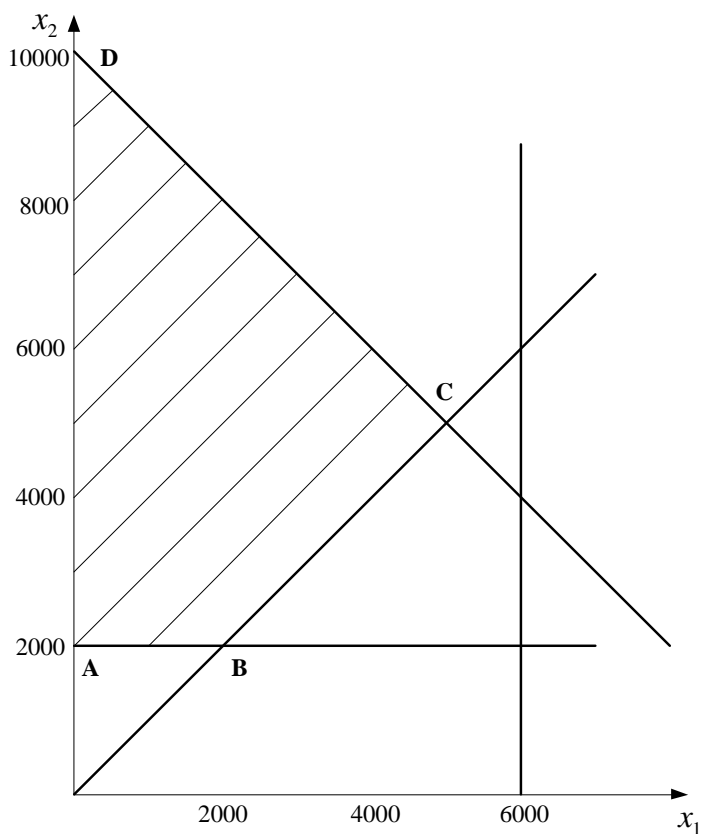
$$x_1 \leq x_2$$

oraz

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Funkcja kosztu ma postać

$$f(x_1, x_2) = 0.12x_1 + 0.09x_2 \rightarrow \max$$



Rys. 4.2. Graficzne przedstawienie warunków do przykładu 4.2

Rozwiązaniem są współrzędne jednego z wierzchołków wielokąta ABCD. Wartość funkcji kosztu dla punktów A – D wynosi odpowiednio:

$$f(A) = 180$$

$$f(B) = 420$$

$$f(C) = 1100$$

$$f(D) = 900$$

Rozwiązaniem optymalnym jest zatem punkt C(5000, 5000), czyli inwestor powinien zakupić za 10000zł po połowie akcji i obligacji.

Programowanie liniowe znalazło zastosowanie do rozwiązywania problemów optymalizacyjnych i podejmowania decyzji również w automatyce elektroenergetycznej. Wymienić tu można m.in. poniższe przykłady:

1. Planowanie rozwoju sieci [4.6]

- zmienne: koszty inwestycyjne, koszty paliwa, koszty operacyjne i utrzymania (remonty, przeglądy), koszty niedostępności jednostki w sieci,
- ograniczenia: równowaga generacji i odbioru mocy, max i min granice pracy generatora,
- cel: minimalizacja kosztów przy zachowaniu parametrów technicznych produkcji energii i współpracy z siecią.

2. Koordynacja nastaw zabezpieczeń nadprądowych kierunkowych [4.2]

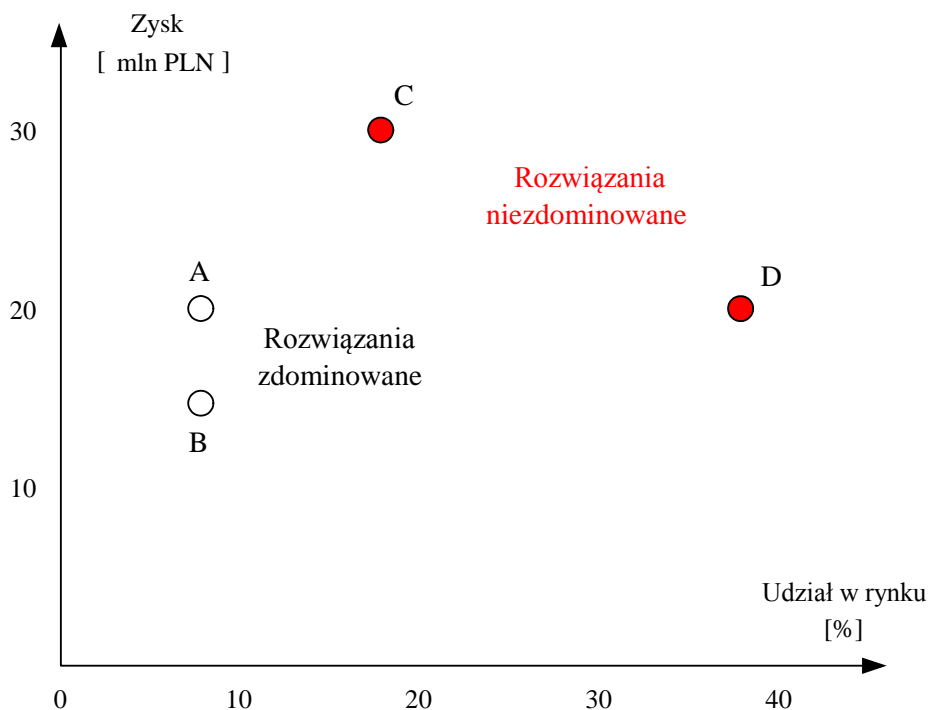
- zmienne: czasy nastawień dla strefy podstawowej i rezerwy,
- ograniczenia: zachowanie selektywności pracy zabezpieczeń, rezerwowanie zabezpieczeń dzięki stopniowaniu (strefy), zasady nastawiania parametrów zabezpieczenia,
- cel: minimalizacja czasu działania zabezpieczeń (suma nastaw poszczególnych zabezpieczeń danego obszaru).

4.3. Programowanie wielokryterialne

Przedstawiona w poprzednim rozdziale metoda programowania liniowego poszukiwała rozwiązań dla problemów o wielu zmiennych, jednakże optymalizacja odbywała się względem tylko jednego kryterium (funkcji kosztów). W wielu praktycznych sytuacjach istnieje konieczność znalezienia rozwiązania optymalnego względem wielu kryteriów jednocześnie. W takim przypadku z pomocą przychodzi tzw. programowanie wielokryterialne.

Programowanie wielokryterialne dostarcza rozwiązań, które są optymalne przy wielu kryteriach, przy czym nie zawsze możliwe jest maksymalizowanie każdego z kryteriów z osobna. Jeżeli nie istnieje rozwiązanie spełniające każde z kryteriów cząstkowych, poszukiwane jest rozwiązanie optymalne w sensie Pareto, czyli tzw. rozwiązanie Pareto-optymalne lub rozwiązanie niezdominowane/sprawne. Ilustrację takiej sytuacji przedstawia Rys. 4.3. Punkty A, B, C, D oznaczają cztery wybrane

strategie działania firmy oceniane pod kątem zysku oraz zdobytego udziału w rynku. Rozwiązaniami niezdominowanymi są tutaj strategie C oraz D, obie optymalne w sensie Pareto, przy czym nie sposób jednoznacznie stwierdzić, która ze strategii jest wyraźnie lepsza (każda z nich maksymalizuje tylko jedno z kryteriów).



Rys. 4.3. Ilustracja sprawności rozwiązań w sensie Pareto

Znalezienie rozwiązania optymalnego metodą programowania wielokryterialnego w przypadku problemów technicznych/numerycznych odbywać się może z zastosowaniem jednego z następujących podejść algorytmicznych:

- budowa tzw. super/meta-kryterium w postaci
 - ✓ ważonej sumy kryteriów cząstkowych (przy jednakowych miarach)

$$S_{w1}(x) = \sum_{k=1...N} w_k f_{kx} \quad (4.5)$$

(w ogólności inna liniowa lub nieliniowa funkcja łącząca poszczególne kryteria),

- ✓ ważonej sumy stopnia realizacji kryteriów cząstkowych,

$$S_{w2}(x) = \sum_{k=1...N} w_k \frac{f_{kx}}{f_{k \max}} \quad (4.6)$$

gdzie: w_k – współczynnik wagowy k -tego kryterium, $f_{k\max}$ – maksymalna wartość k -tego kryterium, x – numer rozważanego rozwiązania,

- zastosowanie zasady substytucji kryteriów (sprowadzenie do problemu jednowymiarowego, minimalizacja tylko jednego kryterium),
- minimalizacji odległości od „punktu idealnego”.

Przykład 4.3

Porównać ofertę pięciu banków pod kątem wysokości oprocentowania depozytów, liczby posiadanych placówek oraz wysokości kapitałów własnych. Zastosowań metodę ważonej sumy realizacji kryteriów cząstkowych. Informacje na temat rozważanych banków zawarto w Tab. 4.1. Współczynniki wagowe ważności poszczególnych kryteriów zamieszczono w Tab. 4.2. Z oceny należy wyłączyć banki, dla których stopień spełnienia któregośkolwiek z kryteriów jest mniejszy niż 0,2.

Tab. 4.1. Parametry oceny banków do przykładu 4.3

Kryteria oceny	Banki				
	A	B	C	D	E
Oprocentowanie f_1 [%]	4,5	5	4,75	5	5
Liczba placówek f_2	1000	200	500	400	100
Liczba placówek f_3 [%]	8	6	10	7	5

Rozwiązanie

Ze względu na to, że zaproponowane kryteria oceny banków są różnej natury, nie jest możliwe ich bezpośrednie scalenie. Można natomiast zastosować metodę sumy ważonej spełnienia kryteriów cząstkowych. Wartości sumy ważonej (4.6) dla poszczególnych banków podano w ostatnim wierszu Tab. 4.2. Z obliczeń wyłączono bank E ($x=5$), dla którego względny stopień realizacji jednego z kryteriów był niższy niż zadana wartość progowa. Rozwiązanie optymalne (bank A, $x=1$) zaznaczono czcionką bold, dla tego banku obliczona wartość sumy (4.6) miała wartość największą.

Tab. 4.2. Parametry oceny banków do przykładu 4.3

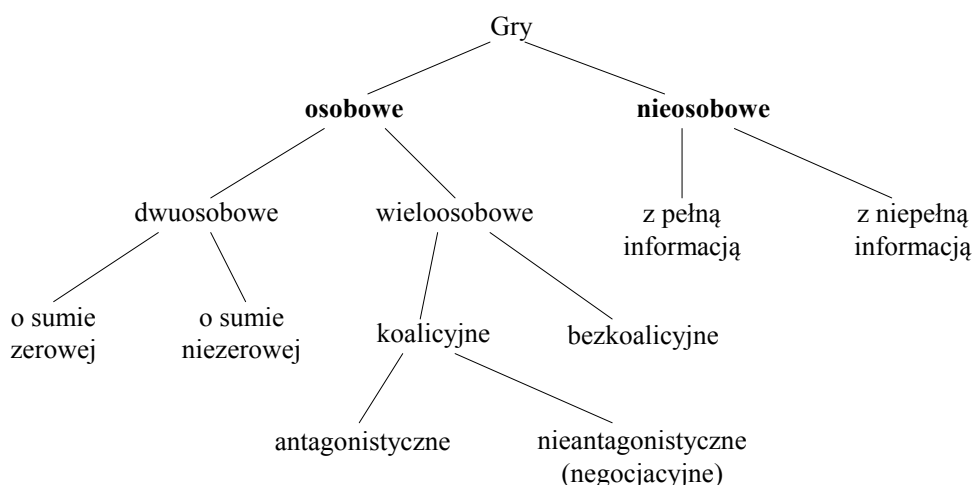
Stopnie realizacji kryteriów	Wsp. wagowe w_k	Banki, x				
		1	2	3	4	5
$f_1/f_{1\max}$	0,6	0,9	1	0,95	1	1
$f_2/f_{2\max}$	0,2	1	0,2	0,5	0,4	0,1
$f_3/f_{3\max}$	0,2	0,8	0,6	1	0,7	0,5
Suma ważona $S_{w2}(x)$		0,9	0,76	0,87	0,82	X

W literaturze można znaleźć wiele przykładów zastosowania metody programowania wielokryterialnego do problemów z obszaru elektroenergetyki. Przykładowo:

1. Wyznaczenie optymalnego układu kabli zasilających [4.1]
 - zasilanie 13 grup odbiorców z dwóch stacji GPZ,
 - rozważane aspekty (kryteria): długość kabli, ilość awarii kabla na rok, ilość przerw zasilania odbiorców na rok, dopuszczalna ilość przerw w zasilaniu na odbiorcę, szacowany koszt względny inwestycji,
 - współczynniki wagowe przypisane poszczególnym kryteriom.
2. Dobór typu i rodzaju wyłącznika [4.5]
 - kryteria: koszt, niezawodność, elastyczność operacyjna, wpływ na środowisko,
 - rozważono wyłączniki różnych typów (olejowe, SF₆, powietrzne),
 - współczynniki wagowe zdefiniowane przez użytkownika: 0,35, 0,40, 0,15, 0,10,
 - przeprowadzono dobór wyłączników do przykładowej sieci.

4.4. Teoria gier

Teoria gier jest działem matematyki zajmującym się badaniem optymalnego zachowania w przypadku konfliktu interesów. Generalnie, mianem gry określana jest dowolna sytuacja konfliktowa, w której poszukuje się rozwiązania. Graczem, czyli uczestnikiem gry, może być człowiek, który analizując warunki gry oraz strategię postępowania przeciwnika szuka właściwej strategii własnej i właściwego rozwiązania. Każdy ruch graczy jest nagradzany lub karany, stosownie do zdefiniowanej w regułach gry tabeli wypłat wyrażonych w pewnych jednostkach użyteczności.



Rys. 4.4. Klasyfikacja gier

W grach nieosobowych graczami są poszczególne rozwiązania, spośród których poszukuje się wariantu optymalnego.

W literaturze spotyka się wiele rodzajów gier (Rys. 4.4), a podstawowy podział związany jest z wyszczególnieniem gier:

- o sumie stałej/zmiennej,
- sprawiedliwych/niesprawiedliwych (względem wartości oczekiwanej wygranej),
- o sumie zerowej/niezerowej.

Elementami opisu każdej gry są:

- wyszczególnienie uczestników gry,
- określenie możliwości postępowania każdego gracza,
- opis dostępnej graczom informacji,
- możliwie precyzyjne określenie celów do których dążą gracze.

Zakłada się, że uczestnicy gry postępują „racjonalnie”. Oznacza to, że gracze posiadają doskonałą pamięć oraz teoretycznie dowolnie duże możliwości przetwarzania informacji (możliwości obliczeniowe). Mają również umiejętność wskazania, który z wyników gry jest „lepszy” oraz są w stanie określić strategię dla siebie. Są świadomi sposobu postępowania innych graczy, a także rozumieją, że przeciwnicy kierują się zasadą maksymalizacji swoich korzyści.

W przypadku **gier osobowych** wygrane poszczególnych graczy, w zależności od strategii własnej i ruchów przeciwnika, zapisywane są w tzw. *macierzach wypłat*. Przykład takiej macierzy dla gry o sumie zerowej zawiera Tab. 4.3. W przykładzie tym każdy z graczy ma do wyboru dwie strategie (A, B). W poszczególnych polach macierzy znajdują się pary liczb odpowiadające wygranym (liczby dodatnie) lub stratom (liczby ujemne) dla obu graczy. W Tab. 4.3. widać, że gracz I powinien wybierać strategię A, ponieważ gwarantuje mu ona zawsze dodatni wynik gry. Wynik gry dla gracza II (zysk/strata) zależy od wybranej strategii własnej, ale również od tego, jaką strategię wybierze gracz I. Widać również, że wynik gry jest uzależniony od tego, który z graczy pierwszy będzie decydował o wyborze strategii.

Tab. 4.3. Przykładowa macierz wypłat dla gry o sumie zerowej

		Gracz II	
		A	B
Gracz I	A	(100, -50)	(50, -100)
	B	(-100, 50)	(-50, 100)

Powyższy przykład pozwala na wprowadzenie pojęcia *strategii dominującej* jako strategii przynoszącej danemu graczowi najwyższą wypłatę niezależnie od decyzji konkurenta. W tym przypadku, jak już wcześniej zauważono, będzie to dla gracza I strategia A. Gracz II nie ma strategii dominującej i jego decyzje będą zawsze zależały od wcześniejszych posunięć konkurenta.

W grach osobowych na podstawie analizy macierzy wypłat poszukuje się punktów równowagi globalnej i lokalnej. *Równowaga globalna* określona jest przez parę strategii dominujących obu graczy (o ile obie istnieją). *Równowaga lokalna (punkty Nash'a)* określona jest przez strategię maksymalizującą wypłaty graczy przy danym wyborze konkurentów. W grze opisanej macierzą wypłat z Tab. 4.3 nie ma punktu równowagi globalnej, można natomiast wskazać jeden punkt Nash'a – (A, B). Punkty równowagi Nash'a można również znaleźć w Tab. 4.4 – (A, B) oraz (B, A), gdzie pokazano macierz wypłat dla innego przykładu gry, tym razem o sumie niezerowej.

Tab. 4.4. Przykładowa macierz wypłat dla gry o sumie niezerowej

		Gracz II	
		A	B
Gracz I	A	(350, 350)	(350, 400)
	B	(400, 450)	(300, 400)

Rozwiązywanie gry osobowej polega na poszukiwaniu tzw. *punktu siodłowego*. Z reguły odbywa się to przez poszukiwanie strategii dominujących macierzy wypłat. Popularna jest w tym wypadku tzw. *strategia maksyminowa*, w której realizuje się maksymalizację najniższych możliwych wypłat przy założeniu maksymalnych strat spowodowanych ruchami przeciwnika (patrz Przykład 4.4).

Przykład 4.4

Znaleźć punkt siodłowy w macierzy wypłat podanej w Tab. 4.5.

Tab. 4.5. Macierz wypłat dla gry do przykładu 4.4

		Gracz II		
		A	B	C
Gracz I	A	(20, -20)	(-150, 150)	(-250, 250)
	B	(150, -150)	(-80, 80)	(-100, 100)
	C	(250, -250)	(100, -100)	(40, -40)

Rozwiązanie

Zastosowanie *strategii maksyminowej* oznacza tutaj, że punkt siodłowy istnieje wówczas, gdy maksymalna z minimalnych wygranych gracza I będzie równa minimalnej z maksymalnych przegranych gracza II (bez uwzględnienia znaku). W związku z tym:

$$\max(\min(I)) = \max(-250, -100, 40) = 40,$$

$$\min(\max(II)) = \min(250, 100, 40) = 40,$$

a zatem rozwiązaniem (punktem siodłowym) jest punkt (C, C).

Spośród innych metod rozwiązywania dla gier osobowych należy tutaj wymienić:

- metodę graficzną,
- rozwiązywanie analogicznego zadania programowania liniowego,
- algorytm iteracyjny Brown'a.

Algorytm iteracyjny Brown'a znajduje zastosowanie w grach o dużych rozmiarach, gdzie liczba iteracji (posunięć) jest duża, np. >100 . Kroki algorytmu są następujące:

- gracz I wybiera arbitralnie swoją strategię,
- gracz II sumuje elementy strategii dotychczas stosowanych przez konkurenta i wybiera najlepszą strategię ze swojego punktu widzenia,
- gracz I sumuje elementy strategii dotychczas stosowanych przez konkurenta i wybiera najlepszą strategię ze swojego punktu widzenia,
- itd., aż do osiągnięcia założonej ilości iteracji.

W **grach nieosobowych** uczestnikami są stany, zdarzenia itp. będące konkurencyjnymi rozwiązaniami danego problemu. Najczęściej rozważane stany są jednakowo prawdopodobne, choć nie jest to kategoryczne założenie. Celem gry jest wybór najlepszego rozwiązania spośród rozważanych wariantów.

Spośród najbardziej popularnych metod rozwiązywania gier nieosobowych można wymienić:

- metodę Walda (strategia maksyminowa, wybiera się maksymalną wygraną przy założeniu najbardziej niekorzystnych warunków),
- metodę Hurwicza (podobnie j.w., z wprowadzeniem tzw. współczynnika „ostrożności”),
- metodę Bayesa (maksymalna wygrana przeciętna),
- metodę Savage'a (wybiera się rozwiązanie charakteryzujące się najmniejszymi stratami względnymi wobec najwyższych wygranych).

Zastosowanie w/w metod zilustrowane będzie przykładem 4.5.

Przykład 4.5

Należy wybrać rodzaj inwestycji (I, II lub III) tak, aby w zależności od kursu EUR/PLN (A, B, C, D) uzyskać możliwie najwyższe zyski. Przewidywane wartości zysków w funkcji rodzaju inwestycji i kursu EUR/PLN zamieszczono w Tab. 4.6.

Tab. 4.6. Macierz wypłat dla gry z przykładu 4.5

		<i>Kurs EUR/PLN</i>			
		A	B	C	D
<i>Inwestycja</i>	I	21	15	32	16
	II	28	20	10	20
	III	13	27	25	15

Rozwiązanie

W rozważanym przypadku jednym z graczy jest kurs EUR/PLN, na który nie mamy żadnego wpływu (jest nieprzewidywalny). Zakładamy tutaj, że wszystkie warianty kursu mogą wystąpić z tym samym prawdopodobieństwem.

Stosując metodę Walda poszukuje się rodzaju inwestycji (wiersza w Tab. 4.6), dla której uzyska się maksymalny zysk przy najgorszym kursie walut. W tym celu znajduje się wartości minimalne w poszczególnych wierszach (czcionka bold) i akceptuje rozwiązanie o najwyższej wartości spośród owych minimów (inwestycja I, Tab. 4.7).

Tab. 4.7. Macierz wypłat dla gry z przykładu 4.5 z zaznaczonymi minimami i rozwiązaniem

		<i>Kurs EUR/PLN</i>			
		A	B	C	D
<i>Inwestycja</i>	I	21	15	32	16
	II	28	20	10	20
	III	13	27	25	15

W metodzie Hurwicza maksymalizuje się wynik będący sumą ważoną minimów i maksimów wyników dla poszczególnych terminów (wierszy). Dla współczynnika $\gamma=0,4$ uzyskuje się wówczas:

$$w_I = \gamma \min[21,15,32,16] + (1-\gamma) \max[21,15,32,16] = 25,2$$

$$w_{II} = \gamma \min[25,20,10,20] + (1-\gamma) \max[25,20,10,20] = 17,4$$

$$w_{III} = \gamma \min[13,27,25,15] + (1-\gamma) \max[13,27,25,15] = 21,4$$

co skutkuje ponownie wyborem inwestycji I.

Wykorzystanie kryterium Bayesa polega na wyznaczeniu wartości średniej wyniku w poszczególnych wierszach Tab. 4.6:

$$w_{I\bar{s}} = (21+15+32+16) = 21$$

$$w_{II\bar{s}} = (25+20+10+20) = 19,5$$

$$w_{III\bar{s}} = (13+27+25+15) = 20$$

Największa z wartości średnich jest dla inwestycji I, którą należy zaakceptować.

Zastosowanie metody Savage'a polega na przygotowaniu macierzy strat (względem wartości maksymalnych w danej kolumnie) oraz wyborze rodzaju inwestycji (wiersza) o najmniejszych stratach maksymalnych. W efekcie ponownie zaakceptowana jest inwestycja I, patrz Tab. 4.8.

Tab. 4.8. Macierz strat relatywnych dla gry z przykładu 4.5

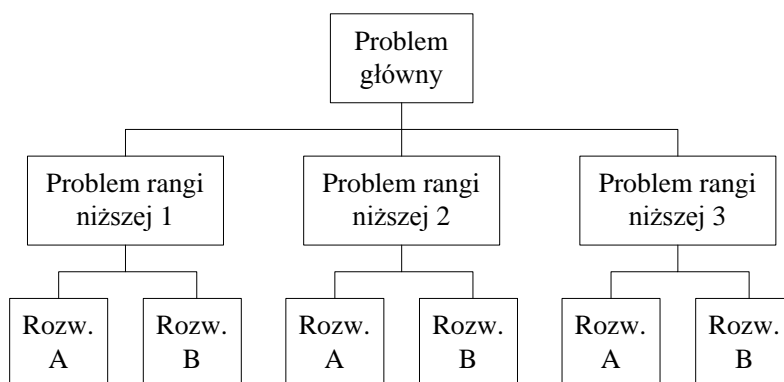
		<i>Kurs EUR/PLN</i>			
		A	B	C	D
<i>Investycja</i>	I	7	12	0	4
	II	0	7	22	0
	III	15	0	7	5

W literaturze można znaleźć wiele przykładów zastosowania teorii gier do problemów z obszaru elektroenergetyki. Jako przykład można wymienić:

1. Planowanie rozwoju sieci SN (20 kV) [4.7]
 - rozważono 10 strategii rozwoju polegających na wymianie urządzeń, budowy nowych linii itp.,
 - gracze: niezawodność, ekonomiczność, parametry operacyjne, techniczna wykonalność inwestycji,
 - gra o sumie niezerowej, ze współczynnikami wagowymi.

4.5. Procedura analitycznej hierarchizacji

Procedura analitycznej hierarchizacji jest modelem procesu decyzyjnego, w którym główny problem (ogólnie – problemy złożone) rozkłada się na problemy prostsze z ustanowieniem hierarchicznych relacji między tymi problemami. Problem decyzyjny przedstawia się w postaci drzewa decyzyjnego, w którym wierzchołek jest celem, gałęzie reprezentują kryteria decyzyjne, a ostatni poziom przedstawia warianty decyzyjne do wyboru (Rys. 4.5).



Rys. 4.5. Ilustracja procedury analitycznej hierarchizacji

Wynikiem prowadzonej analizy jest ustalenie rankingu wariantów z wykorzystaniem subiektywnych ocen otrzymanych z analizy problemów rangi niższej (gałęzie drzewa). Rozwiązanie końcowe akceptowane jest z uwzględnieniem wag poszczególnych kryteriów. Przy skomplikowanych problemach, kiedy otrzymane drzewo jest obszerne a analiza utrudniona, aplikacja omawianej metody możliwa jest z zastosowaniem systemu ekspertowego.

Przykładem zastosowania metody analitycznej hierarchizacji może być rozwiązanie zadania wyboru dostawcy [4.4], w którym:

- rozważanymi aspektami (kryteriami) są: jakość produktów, koszt, szybkość i pewność dostawy, struktura biznesowa dostawcy,
- realizowane są porównania w parach,
- poszczególnym kryteriom i rozwiązaniom przypisane są współczynniki wagowe,
- zbudowana jest supermacierz dla wyboru optymalnego rozwiązania.

Literatura do rozdziału 4

- [4.1] CHAKRAVORTY S., GHOSH S., Power Distribution Planning Using Multi-Criteria Decision Making Method, Int. Journal of Computer and Electrical Engg, Vol. 1, No. 5, Dec. 2009, pp. 1793-8163.
- [4.2] CHATTOPADHYAY B., SACHDEV M.S., SIDHU, T.S., An On-line Relay Coordination Algorithm for Adaptive Protection using Linear Programming Technique, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 11, No. 1, Jan. 1996, pp. 165-171.
- [4.3] CHEN, et al. Dynamic Decision-Event Trees for Rapid Response to Unfolding Events in Bulk Transmission Systems, Proc. of the 2001 PowerTech Conference, Porto, Portugal.
- [4.4] GENCER C., GURPINAR D., Analytic network process in supplier selection: A case study in an electronic firm, Applied Mathematical Modelling, 31 (2007), pp. 2475–2486.
- [4.5] JONA J., ATKINSON-HOPE G., Multi-criteria Analysis for the Sizing and Selection of Circuit Breakers in Power Systems, Int. Journal of Innovations in Energy Systems and Power, Vol. 4, No. 1, April 2009, pp. 9-13.
- [4.6] KHODR H.M, GOMEZ J.F., BARNIQUE L., VIVAS J., PAIVA P., YUSTA J.M., URDANETA A.J., A Linear Programming Methodology for the Optimization of Electric Power-Generation Schemes, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 17, No. 3, Aug. 2002, pp. 684-869.
- [4.7] ORTHS A., SCHMITT A., STYCZYNSKI Z., VESTEGER J., Multi-criteria Optimization Methods for Planning and Operation of Electrical Energy Systems, Electrical Engineering (Springer), 83/2001, pp. 251-258.
- [4.8] SHENG, Y., ROWNYAK S.M., Decision trees and wavelet analysis for power transformer protection, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 2, Apr. 2002, pp. 429–433.

5. Podejmowanie decyzji w systemie elektroenergetycznym

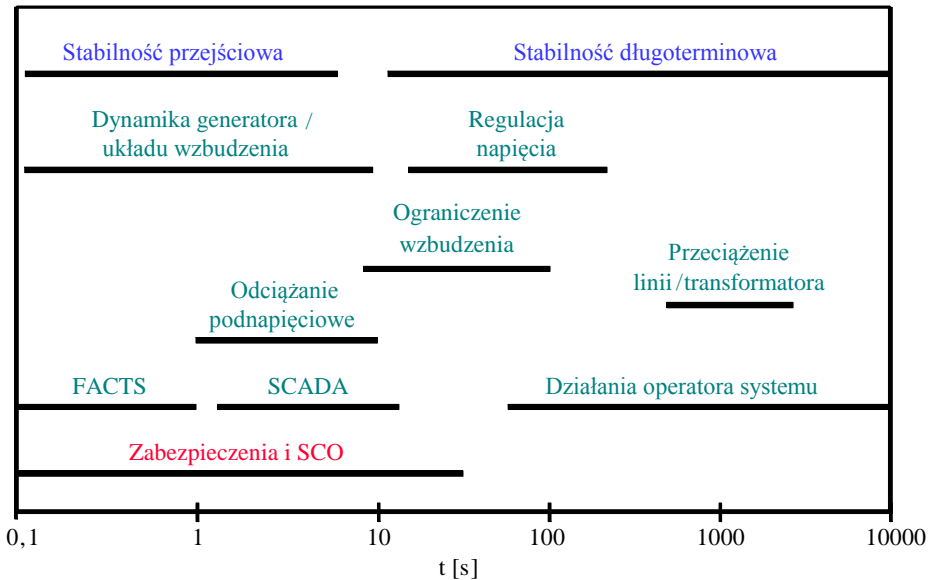
5.1. Konieczność i zakres podejmowanych decyzji

System elektroenergetyczny jest złożoną strukturą techniczną, której podstawowym zadaniem jest zapewnienie dostawy energii elektrycznej do odbiorcy (gospodarstwa domowe, szkoły, przemysł, ...). Łańcuch technologiczny obejmuje procesy począwszy od wytwarzania energii w elektrowniach zawodowych i źródłach rozproszonych, poprzez jej przesył i rozdział, aż do przetwarzania na inne rodzaje energii i wykorzystania u odbiorcy. Struktura systemu elektroenergetycznego jest skomplikowana i obejmuje różnorodne elementy (generatory, transformatory, linii, szyny zbiorcze, kondensatory itp.) pracujące na różnych poziomach napięć, od niskiego napięcia 230/400V do najwyższych napięć, w Polsce - 400kV. Rozumienie procesów zachodzących w systemie elektroenergetycznym, zarówno lokalnie jak i w ujęciu wielkoobszarowym jest podstawą właściwego zaprojektowania samego systemu, jak i jego układów kontrolno-sterujących.

Wydaje się oczywiste, że prawidłowa praca systemu elektroenergetycznego jest niezbędna dla funkcjonowania współczesnego świata opartego na wykorzystaniu energii elektrycznej do realizacji różnorodnych funkcji, tak w przemyśle jak i w życiu codziennym. Nie sposób sobie obecnie wyobrazić sytuacji, w której ludzkość mogłaby funkcjonować bez energii elektrycznej. Z tego względu niezbędne jest stosowanie w systemie urządzeń automatyki i zabezpieczeń, których zadaniem jest odpowiednia regulacja parametrów procesu wytwarzania i dostarczania energii, a także ochrona elementów systemu przed skutkami awarii. Niestety rozmaitych stanów awaryjnych w systemie nie da się uniknąć, natomiast zadaniem układów automatyki i zabezpieczeń jest odpowiednio szybka reakcja na dane zdarzenie i (zazwyczaj) wyłączenie chronionego elementu systemu celem jego ochrony oraz zapobieganiu rozprzestrzeniania się awarii na większym obszarze.

Na Rys. 5.1 pokazano zakresy czasowe działania rozmaitych układów ochrony na możliwe zdarzenia w systemie. Jak widać, horyzont czasowy różnych działań może sięgać wielu minut, a główny podział dotyczy zdarzeń o charakterze przejściowym (zjawiska szybkozmienne elektromagnetyczne) oraz wolniejszych długoterminowych (stany elektromechaniczne i inne). W zależności od sytuacji oraz obiektu niezbędne mogą być różne działania. Zabezpieczenia elektroenergetyczne i układy SCO (samoczynne częstotliwościowe odciążanie) powinny reagować na zwarcia i inne stany anormalne w pracy systemu elektroenergetycznego w czasie od ułamków sekundy do kilkunastu sekund. Układy regulacyjne mają zakres czasowy od pojedynczych sekund do kilku minut. Działania operatora systemu rozpoczynają się od pojedynczych minut i sięgają godzin, natomiast wszelkie reakcje szybsze muszą odbywać się w sposób automatyczny, bez bezpośredniego udziału człowieka.

Dla uniknięcia awarii systemowych na znacznym obszarze konieczna jest oczywiście odpowiednia koordynacja działania tych układów oraz sprawna komunikacja, wymiana i przetwarzanie dostępnej informacji.

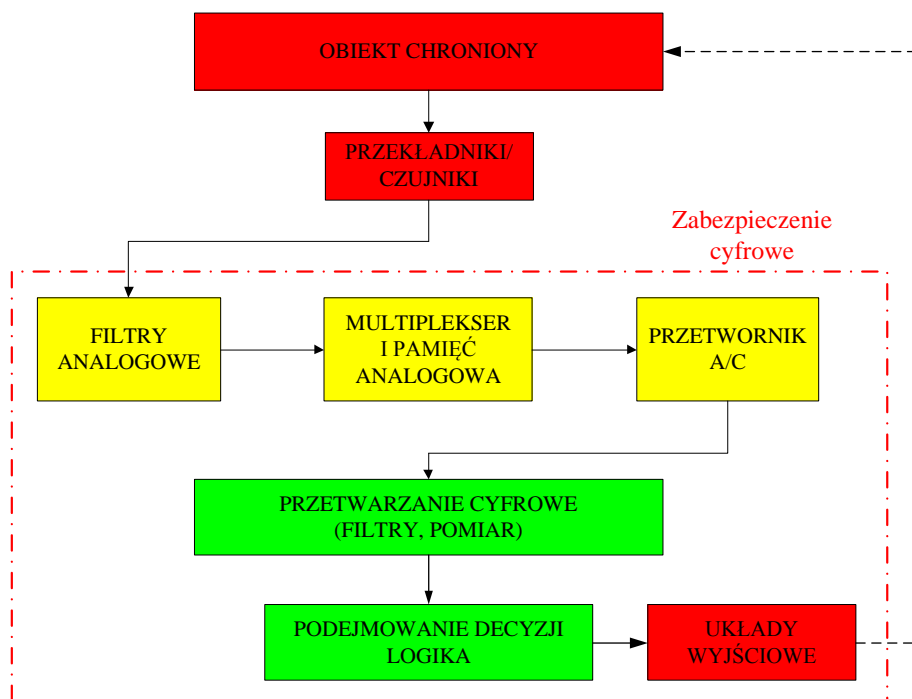


Rys. 5.1. Horyzont czasowy działania układów zabezpieczeń i automatyki systemowej (FACTS – Flexible AC Transmission Systems, SCADA – Supervisory Control and Data Acquisition)

5.2. Struktura i działanie zabezpieczeń cyfrowych

Współczesne układy automatyki elektroenergetycznej (układy regulacyjne i zabezpieczenia) produkowane są w technologii cyfrowej [5.6]. Starsze generacje elektromechaniczne i elektroniczne statyczne są jeszcze ciągle w użyciu, niemniej w nowo budowanych stacjach instalowane są obecnie prawie wyłącznie przekaźniki cyfrowe.

Strukturę typowego zabezpieczenia cyfrowego pokazano na Rys. 5.2. Do układu zabezpieczenia doprowadzane są z systemu/obiektu sygnały mierzone (zazwyczaj prądy i napięcia), przechodząc najpierw przez odpowiednie przekładniki dopasowujące poziomy tych sygnałów do wartości akceptowalnych przez układy cyfrowe. Przed etapem obróbki cyfrowej sygnały te są filtrowane przez dolnoprzepustowe filtry antialiasingowe, a następnie próbkowane i przetwarzane do postaci cyfrowej przez przetwornik A/C. Następnie, już w sposób cyfrowy (numeryczny) realizowany jest pomiar wybranych wielkości, zwanych kryterialnymi, oraz podejmowana jest decyzja o stanie chronionego obiektu. Reakcja zabezpieczenia jest przekazywana poprzez układy wyjściowe z powrotem do obiektu (wyłączenie/alarm), jak również przekazywana do innych zabezpieczeń i układów sterowania nadrzędnego.



Rys. 5.2. Struktura współczesnego cyfrowego zabezpieczenia elektroenergetycznego

Struktura logiczna zabezpieczenia cyfrowego obejmuje następujące zadania i obszary funkcjonalne [5.7]:

- detekcja stanu awaryjnego (zwarcia),
 - sprawdzenie, czy awaria wystąpiła w strefie chronionej,
 - określenie fazy/faz dotkniętych awarią,
 - wymiana danych z innymi zabezpieczeniami, np. z przekaźnikami z przeciwnego końca linii,
 - wybór sposobu reakcji na zdarzenie,
- a także zadania dodatkowe, takie jak:
- komunikacja z personelem,
 - automatyczne samotestowanie,
 - rejestracja zdarzeń i zjawisk,
 - inne mniej krytyczne czasowo funkcje.

Realizacja zadań zabezpieczeniowych wiąże się z cyfrowym pomiarem (obliczeniem) takich wielkości jak: amplitudy napięć i prądów, moc czynna, bierna i pozorna, impedancja i jej składowe, częstotliwość itp. Wymienione wielkości kryterialne mogą być wyznaczone dla sygnałów fazowych i/lub składowych symetrycznych napięć i prądów.

Po zakończeniu fazy pomiaru zabezpieczenie podejmuje decyzje cząstkowe (detekcja zaburzenia, określenie rodzaju zwarcia itd.) oraz decyzję końcową dotyczącą stanu chronionego obiektu. Można powiedzieć, że jest ono urządzeniem pomiarowo-decyzyjnym, a jego funkcje decyzyjne mieszczą się w zakresie merytorycznym niniejszego skryptu.

Klasyczny sposób podejmowania decyzji w zabezpieczeniach cyfrowych polega na porównaniu zmierzonych wielkości kryterialnych z progami lub charakterystykami decyzyjnymi. Innym podejściem jest wykorzystanie aparatu statystyki matematycznej i stosowanie testów statystycznych. W nowoczesnych układach zabezpieczeń wykorzystuje się również ideę adaptacyjności. Zagadnieniom tym poświęcone są następane trzy podrozdziały. Z kolei, proponowane w literaturze wykorzystanie metod i technik sztucznej inteligencji w zabezpieczeniach cyfrowych i układach sterowania omówione zostało w rozdziale 6.

5.3. Klasyczne podejście do podejmowania decyzji

Jak już wspomniano, w klasycznych rozwiązaniach decyzja dotycząca stanu chronionego przez zabezpieczenie obiektu podejmowana jest w drodze *porównania zmierzonej wielkości kryterialnej z wartością progową*, tzw. nastawą. W przypadku zabezpieczeń nadmiarowych chodzi o sprawdzenie, czy wielkość mierzona przekracza wartość nastawy, co można w prosty sposób wyrazić nierównością

$$I_m > I_{nast} \quad (5.1)$$

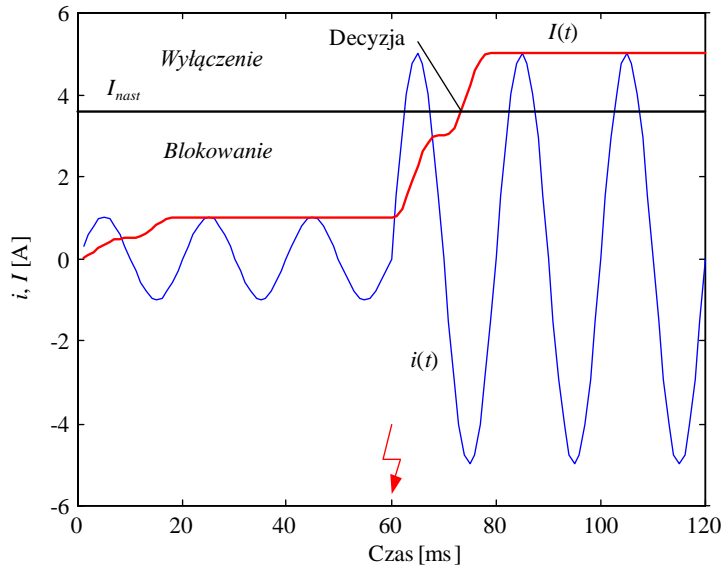
gdzie: I_m – amplituda prądu w danej chwili, I_{nast} – wartość progowa.

Taki rodzaj porównania ma miejsce np. w zabezpieczeniach nadprądowych różnych typów (zwłocznych, bezzwłocznych), zabezpieczeniach nadnapięciowych (fazowych, zerowych), czy mocowych (czynno-, biernomocowych). Odwrotna sytuacja ma miejsce w przypadku zabezpieczeń niedomiarowych, w których sprawdza się czy wielkość mierzona znajduje się poniżej pewnego progu, jak np. w zabezpieczeniach podnapięciowych czy zabezpieczeniach podimpedancyjnych (odległościowych).

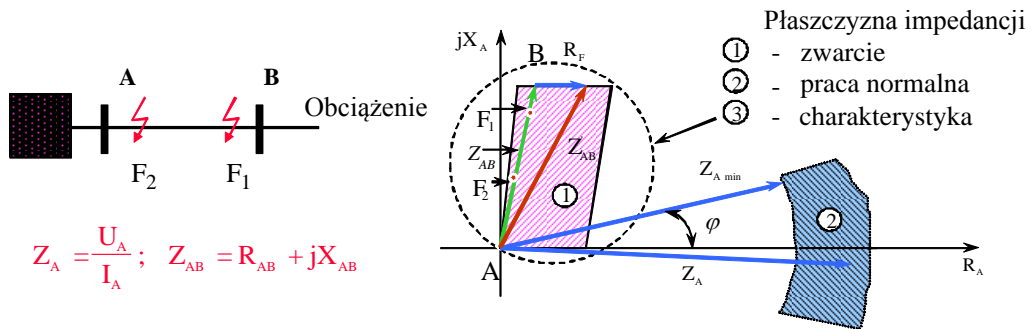
Przykład funkcjonowania zabezpieczenia nadmiarowego pokazano na Rys. 5.3, na którym wyraźnie widać moment przekroczenia nastawy przez mierzona amplitudę prądu. Czas podjęcia decyzji zależy od szybkości zmian mierzonej wielkości podczas sytuacji zwarciowej w systemie, jak również od dynamiki samego pomiaru, która jest funkcją zastosowanego algorytmu pomiarowego.

W przypadku zabezpieczenia odległościowego (linii, transformatora, ...) wielkością kryterialną jest zespolona impedancja obliczana ze stosunku zespolonych fazorów napięcia i prądu odpowiednich faz, w zależności od rodzaju zwarcia. W związku z tym porównanie z nastawą odbywa się również w układzie zespolonym, przy czym

zamiast skalarnej wielkości progowej stosuje się tutaj charakterystykę, np. kołowa (krzywa 3 na Rys. 5.4). Sprawdza się, czy zmierzona wartość impedancji będąca miarą odległości do miejsca zwarcia znajduje się na zewnątrz, czy wewnątrz charakterystyki działania. W sytuacji zwarcia na linii w obrębie tzw. pierwszej strefy zmierzona impedancja będzie mniejsza od nastawy, tzn. punkt na płaszczyźnie zespolonej wynikający z pomiaru znajdzie się wewnątrz charakterystyki, co pociąga za sobą decyzję o wyłączeniu chronionej linii [5.6].



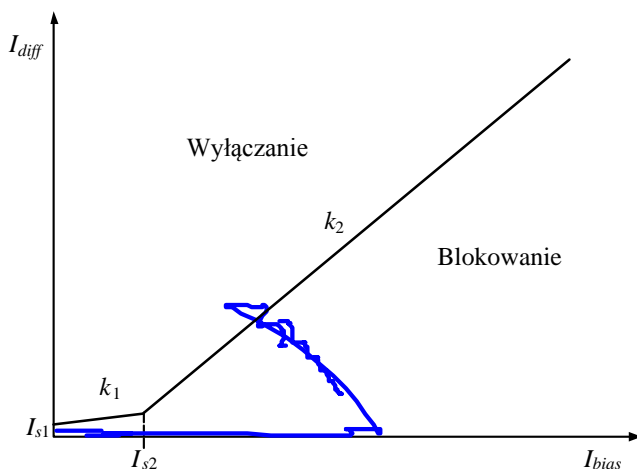
Rys. 5.3. Przekroczenie nastawy przez wielkość mierzoną podczas zwarcia



Rys. 5.4. Ilustracja podejmowania decyzji przez zabezpieczenie podimpedancyjne

Innym przykładem zabezpieczenia z charakterystyką decyzyjną jest tzw. stabilizowane zabezpieczenie różnicowe. W rozwiązaniu pokazanym na Rys. 5.5 wartość prądu różnicowego I_{diff} porównuje się z amplitudą prądu stabilizującego I_{bias} . Jeśli trajek-

toria przebiegów obu wielkości (krzywa niebieska na Rys. 5.5) wejdzie w obszar ponad charakterystyką złożoną odcinków prostych (krzywa czarna), podejmowana jest decyzja o wyłączeniu obiektu. W przeciwnym razie zabezpieczenie pozostaje w trybie blokowania i wyłączenie nie następuje.



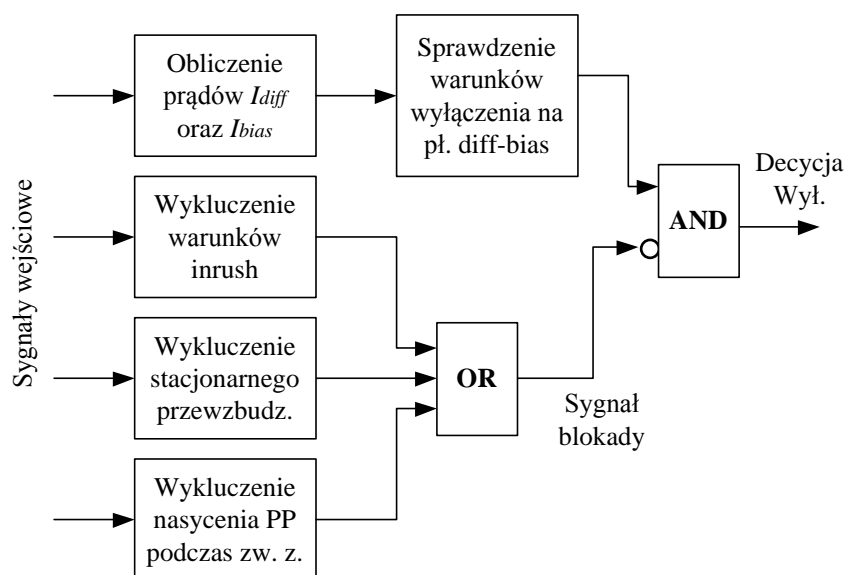
Rys. 5.5. Charakterystyka stabilizowanego zabezpieczenia różnicowego

W przypadku zabezpieczeń obiektów bardziej złożonych, gdzie sprawdzenie poziomu jednej wielkości kryterialnej może być niewystarczające do stwierdzenia stanu chronionego obiektu, bardzo często stosuje się *podejścia wielokryterialne*. Jest tak np. w przypadku transformatora energetycznego, gdzie wysoki poziom amplitudy prądu różnicowego jest charakterystyczny nie tylko dla zwarcia wewnętrznego, ale może również wystąpić podczas załączenia jednostki (prądy magnesowania, ang. *inrush*), stacjonarnego przewzbudzenia, czy podczas zwarcia zewnętrznego z nasyceniem przekładników prądowych. Niezbędne jest w związku z tym skorzystanie z innych wielkości kryterialnych, które pozwolą wykluczyć wymienione wcześniej zjawiska i zareagować jedynie na zwarcie w strefie, tzn. na zaciskach lub wewnątrz transformatora [5.8].

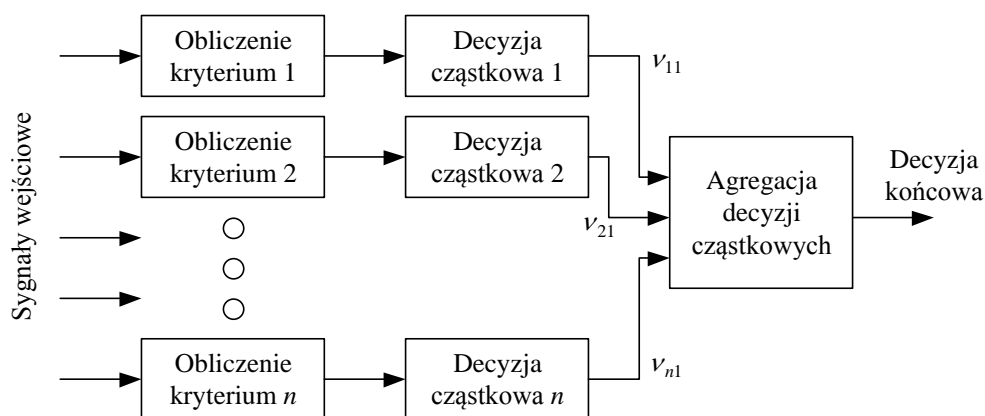
Schemat blokowy wielokryterialnego zabezpieczenia różnicowego transformatora przedstawiono na Rys. 5.6. Poszczególne hipotezy dotyczące możliwych zdarzeń i ich wykluczenia sprawdzane są z wykorzystaniem odpowiednich kryteriów (składowe harmoniczne prądu różnicowego, poziom napięcia, częstotliwość itp.). Decyzja o wyłączeniu jednostki podejmowana jest poprzez agregację decyzji cząstkowych z zastosowaniem klasycznej logiki dwuwartościowej i operatorów logicznych AND, OR, NOT.

Zabezpieczenia wielokryterialne mogą opierać swoje działanie na obliczeniu wielkości kryterialnych lokalnie, ale także mogą otrzymywać informacje (wielkości kryte-

rialne, sygnały logiczne, rozkazy i statusy łączników) od innych zabezpieczeń i układów nadrzędnych. Informacje te brane są pod uwagę podczas podejmowania decyzji, podobnie jak w przypadku opisywanego wcześniej zabezpieczenia transformatora, zgodnie z opracowaną logiką właściwą dla danego obiektu.



Rys. 5.6. Wielokryterialne zabezpieczenie różnicowe transformatora z logiką klasyczną



Rys. 5.7. Podejmowanie decyzji wielokryterialnej ze współczynnikami wagowymi

Spśród nowych propozycji dla zabezpieczeń wielokryterialnych opisywanych w literaturze należy wymienić rozwiązania stosujące:

- współczynniki wagowe dla poszczególnych kryteriów (Rys. 5.7) [5.6],
- techniki sztucznej inteligencji, w szczególności logikę rozmytą, sztuczne sieci neuronowych, czy systemy ekspertowe (rozdział 6).

Układy wielokryterialne, w których stosuje się agregację decyzji cząstkowych ze współczynnikami wagowymi (Rys. 5.7), oferują większą swobodę i elastyczność przy realizacji funkcji zabezpieczeniowych, czego efektem jest zwiększona selektywność rozpoznawania stanów awaryjnych. Współczynniki wagowe są odzwierciedleniem „siły” poszczególnych kryteriów bądź też przekonania projektanta do ich subiektywnie ujętej jakości. Najprostszy sposób agregacji decyzji cząstkowych polega na obliczeniu ważonej sumy

$$\delta_1 = w_1 v_{11} + w_2 v_{21} + \dots + w_n v_{n1} \quad (5.2)$$

która reprezentuje wielkość wsparcia dla decyzji o wyłączeniu (Dec1) i porównaniu jej z poziomem wsparcia dla decyzji przeciwnej (Dec2)

$$\delta_2 = 1 - \delta_1 \quad (5.3)$$

co odbywa się przez sprawdzenie nierówności

$$\delta_1 - \delta_2 > \Delta \quad (5.4)$$

gdzie:

v_{i1} – cząstkowe wsparcie decyzji Dec1 pochodzące z i -tego kryterium,

w_i – współczynnik wagowe dla poszczególnych kryteriów,

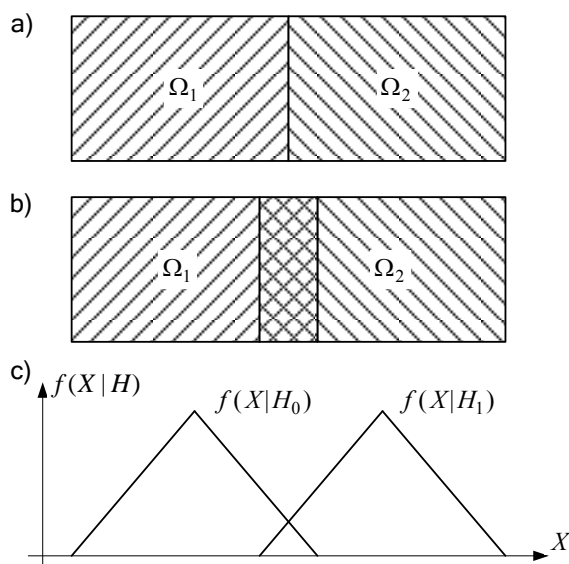
Δ – poziom dyskryminacji.

Warto zauważyć, że nastawiając większą wartość współczynnika Δ otrzymuje się układ podejmujący decyzje z większą rezerwą, zazwyczaj także charakteryzujący się dłuższym czasem własnym. Zmniejszanie wartości Δ skutkuje najczęściej przyspieszeniem procesu decyzyjnego, przy czym ze względu na mały margines błędów mogą się z większym prawdopodobieństwem zdarzyć decyzje błędne, czyli nieselektywne działanie zabezpieczenia.

5.4. Statystyczne podejmowanie decyzji

Opisane w poprzednim rozdziale metody podejmowania decyzji oparte na podejściu deterministycznym mogą się okazać zawodne w sytuacjach, kiedy stosowane kryterium/kryteria decyzyjne nie pozwalają na jednoznaczne rozdzielenie obszarów przestrzeni decyzyjnej odpowiadającym kategoriom zdarzeń, jakie należy rozpoznać. Może to mieć na przykład miejsce w przypadku konieczności rozróżnienia sytuacji

normalnej pracy obiektu/systemu przy znacznym obciążeniu od przypadku zwarcia przez dużą rezystancję. W obu przypadkach mierzony prąd może mieć podobną wartość, przez co rozróżnienie obu sytuacji nie będzie możliwe. Problem ten ilustruje Rys. 5.8b, gdzie pokazano to symbolicznie w postaci nakładania się obszarów przestrzeni decyzyjnej. Tradycyjne podejście decyzyjne z progiem decyzyjnym można zastosować jedynie wtedy, gdy obszary przestrzeni decyzyjnej są separowalne (Rys. 5.8a), w przeciwnym wypadku nie można dobrać nastawy, która umożliwi podjęcie właściwej decyzji.



Rys. 5.8. Podział przestrzeni decyzyjnej:

a) idealny, b) z nakładaniem się podobszarów, c) interpretacja statystyczna

Niekorzystne zjawisko nakładania się obszarów przestrzeni decyzyjnej można ująć w sposób statystyczny w postaci nakładania się warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa wielkości decyzyjnej X dla rozważanych klas zdarzeń. Sygnał kryterialny x (wielkość decyzyjna) traktowany jest wówczas jako zmienna losowa X o określonych parametrach, natomiast decyzja podejmowana jest na podstawie próby losowej, którą stanowi zbiór wyników obserwacji danego zjawiska w postaci wektora próbek sygnału kryterialnego.

Konsekwencją przyjęcia statystycznego modelu zjawiska jest zastosowanie do podejmowania decyzji *metod wnioskowania statystycznego*, tzn. metod wnioskowania o prawach prawdopodobieństwa rządzących danym zjawiskiem. Efektem procedury statystycznej jest przyjęcie lub odrzucenie pewnej hipotezy statystycznej bądź dokonanie wyboru między dwoma lub więcej hipotezami alternatywnymi.

Stosowane testy statystyczne mogą mieć ustaloną długość, tzn. wielkość próby jest ustalona, i wtedy mówimy o *testach statycznych*. W przypadku decyzji dynamicznych właściwe jest pobieranie kolejnych próbek sygnału kryterialnego „na bieżąco” i wówczas odpowiednie są tzw. *testy sekwencyjne*.

Z dostępnych narzędzi statystyki matematycznej wykorzystać można tutaj:

- *teorię estymacji* [5.1], polegającą na poszukiwaniu parametrów rozkładu o znanej postaci funkcyjnej na podstawie danych eksperymentalnych,
- *teorię testowania hipotez* [5.2], która pozwala na rozstrzygnięcie, czy zaobserwowane danej próby losowej należy uznać za sprzeczne z daną hipotezą w sensie wystąpienia zdarzenia o bardzo małym prawdopodobieństwie, czy też nie.

Jeśli celem analizy jest uzyskanie oszacowania pewnego parametru/parametrów Θ rozkładu statystycznego $F(X, \Theta)$ na podstawie wektora próbek wielkości kryterialnej X , to zgodnie z teorią estymacji należy zbudować estymator parametru Θ , który będzie funkcją ogólnie wielowymiarowej zmiennej losowej X . Taki estymator można otrzymać np. *metodą największej wiarygodności*. Jeżeli $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k$ są nieznanymi parametrami, które należy oszacować na podstawie próby x_1, x_2, \dots, x_n , gdzie x_j są realizacjami niezależnych zmiennych losowych o gęstości $f(x, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k)$, to estymatory parametrów rozkładu uzyskuje się poszukując maksimum iloczynu $f(x_1, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k) f(x_2, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k) \dots f(x_n, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k)$. Estymatory $\hat{\Theta}_j$ poszczególnych parametrów rozkładu są rozwiązaniami układu równań

$$\frac{\partial L}{\partial \Theta_j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, k) \quad (5.5)$$

gdzie

$$L = \sum_{i=1}^n \log f(x_i, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_k) \quad (5.6)$$

Dokładność estymatora określa tzw. przedział ufności, który definiuje granice błędów oszacowania przy danym prawdopodobieństwie.

Przykład 5.1

Znaleźć estymatory największej wiarygodności dla wartości średniej i wariancji rozkładu normalnego o postaci

$$f(x, a, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Rozwiązanie

Obliczając logarytmiczną postać iloczynu gęstości rozkładu normalnego dla n próbek otrzymuje się

$$L = \sum_{i=1}^n \log f(x_i, a, \sigma) = -n \log \sigma \sqrt{2\pi} - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2$$

Poszukiwane estymatory są rozwiązaniami układu równań

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial a} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - a) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 - \frac{n}{2\sigma^2} = 0 \end{cases}$$

w związku z czym ostatecznie otrzymuje się:

$$\begin{cases} \hat{a} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \end{cases}$$

Testowanie hipotez statystycznych polega na przeprowadzeniu postępowania pozwalającego zdecydować o prawdziwości lub fałszywości tych hipotez. Hipotezy dzielimy ogólnie na parametryczne (dotyczą one wartości parametrów rozkładu F) i nieparametryczne. Testowanie hipotezy parametrycznej przebiega w następujących krokach:

- wybór statystyki (funkcji zmiennych losowych) u_n służącej za podstawę testu,
- wybór poziomu istotności α ($0 < \alpha < 1$),
- odrzucenie hipotezy jeśli u_n należy do zbioru krytycznego K_α takiego, że

$$P\{u_n(X_1, X_2, \dots, X_n) \in K_\alpha \mid H_0\} = \alpha \quad (5.7)$$

Przykładowo, jeśli chcemy zweryfikować hipotezę o wartości średniej rozkładu normalnego $H_0(a = a_0)$ o znanym odchyleniu standardowym σ , wówczas należy sprawdzić, czy zmienna losowa $U = \frac{1/n(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - a_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - a_0}{\sigma} \sqrt{n}$ ma rozkład normalny o średniej 0 i wariancji 1. Zbiorem krytycznym będzie zbiór tych wartości u_n , które spełniają nierówność $|u_n| \geq u_\alpha$, gdzie $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-u_\alpha}^{u_\alpha} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx = 1 - \alpha$.

Hipotezę o wartości średniej w rozkładzie normalnym o nieznanym odchyleniu standardowym można testować w oparciu o fakt, że zmienna losowa

$t_{n-1} = \frac{\bar{x} - a_0}{S} \sqrt{n-1}$, gdzie $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i$, $S^2 = \frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2$ ma rozkład t-Studenta o $n-1$ stopniach swobody, jeżeli słuszna jest hipoteza $H_0(a = a_0)$.

Przykład 5.2

Wg producenta średnia żywotność produkowanych baterii wynosi min. 21,5h. Czy na podstawie testu laboratoryjnego na 6-ciu bateriach o wynikach {19, 18, 22, 20, 16, 25} można na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ odrzucić hipotezę $H_0(a \geq 21,5)$?

Rozwiązanie

Można obliczyć, że

$$\bar{x} = \frac{1}{6} \sum_i x_i = 20, \quad S^2 = \frac{1}{6} \sum_i (x_i - \bar{x})^2 = 50/6$$

$$t = \frac{\bar{x} - a_0}{S} \sqrt{n-1} = \frac{20 - 21,5}{\sqrt{50/6}} \sqrt{5} = -1,15$$

Ponieważ $t_{n-1=5}^*(2 * 0,05) = 2,015$ (rozkład symetryczny) oraz $|t| \leq t^*$, zatem nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy.

Testy sekwencyjne są specjalnym rodzajem testów statystycznych, w których liczebność próby losowej nie jest określona przed testem. Oznacza to, że kolejne próbki pobierane są sekwencyjnie, a test można przerwać w każdej chwili, akceptując bądź odrzucając daną hipotezę. Taka procedura testowania jest szczególnie korzystna w systemach, gdzie decyzję należy podejmować szybko (np. w zabezpieczeniach elektroenergetycznych). Formalnie każda kolejna próbka (wyrobu, sygnału) powinna być reprezentacją niezależnej zmiennej losowej o wspólnym w eksperymencie rozkładzie zależnym od parametru, który należy oszacować.

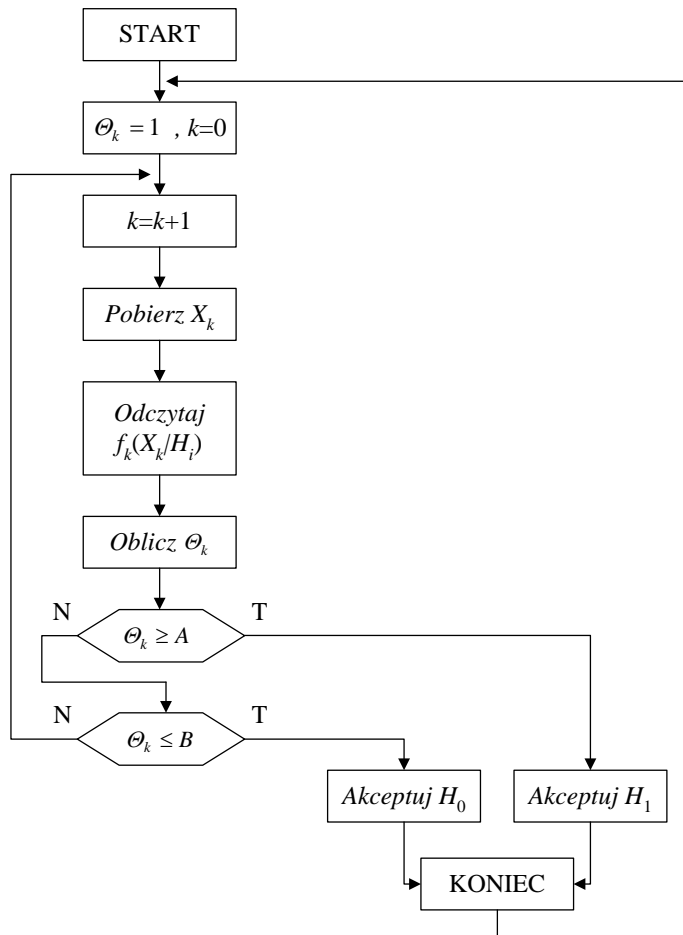
Testy sekwencyjne mają z reguły formę ilorazową, przy czym w przypadku testowania dwóch hipotez (H_1 i jej alternatywy H_0) po pobraniu kolejnej próbki oblicza się akumulacyjny wskaźnik ilorazu prawdopodobieństw w postaci

$$\Theta_k = \prod_{i=1}^k \frac{f_i(X | H_0)}{f_i(X | H_1)} \quad (5.8)$$

gdzie $f_i(X | H_1)$, $f_i(X | H_0)$ są warunkowymi rozkładami prawdopodobieństwa (gęstościami) losowej zmiennej decyzyjnej X dla poszczególnych hipotez.

Test prowadzi się dopóty, dopóki wartość wskaźnika (5.8) zawiera się w granicach $B < \Theta_k < A$. Progi decyzyjne testu $B = \frac{\varepsilon_1}{1 - \varepsilon_2}$ oraz $A = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ zależą od założonych wartości prawdopodobieństw błędów pierwszego i drugiego rodzaju, ε_1 i ε_2 . Błąd pierwszego rodzaju polega na akceptacji hipotezy H_1 , gdy prawdziwa jest hipoteza H_0 , zaś błąd drugiego rodzaju popełniany jest przy odrzuceniu hipotezy H_1 , gdy jest ona prawdziwa.

Daną hipotezę przyjmuje się (odrzucając jednocześnie jej alternatywę), gdy nastąpi przekroczenie górnego lub dolnego progu. Akceptacja hipotezy H_1 następuje, gdy $\Theta_k \leq B$, natomiast akceptacja hipotezy H_0 – gdy $\Theta_k \geq A$, patrz Rys. 5.9.



Rys. 5.9. Schemat blokowy sekwencyjnego testu ilorazowego

Sekwencyjny test ilorazowy zapewnia skończoną długość próby, minimalizuje także jej wartość oczekiwaną (lemat Neymana-Pearsona dla testów ilorazowych).

Przykładowe wykorzystanie sekwencyjnego testu ilorazowego do realizacji zadania detekcji i rozpoznania rodzaju zwarcia w linii przesyłowej opisano w [5.5].

5.5. Układy adaptacyjne

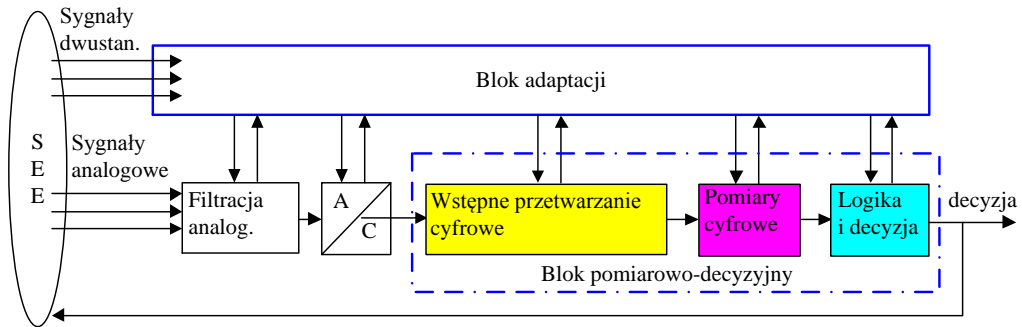
Adaptacja w układach sterowania jest to proces automatycznego wprowadzania modyfikacji w realizacji poszczególnych funkcji układu celem lepszego ich dopasowania do aktualnych warunków panujących w otoczeniu tego układu.

Celem wprowadzenia adaptacji jest zmniejszenie obszaru niepewności przy podejmowaniu decyzji i związana z tym poprawa czułości, selektywności i szybkości działania układu. Zastosowanie idei adaptacyjności jest szczególnie cenne w sytuacjach, kiedy warunki pracy obiektu/systemu mogą się zmieniać w szerokim zakresie, w związku z czym pożądana jest bieżąca modyfikacja progów decyzyjnych i/lub innych parametrów lub funkcji układu.

Układy adaptacyjne nie są nowością wprowadzoną w ostatnich latach. W literaturze znaleźć można liczne przykłady rozwiązań adaptacyjnych układów sterowania w systemie elektroenergetycznym. Należą do nich na przykład:

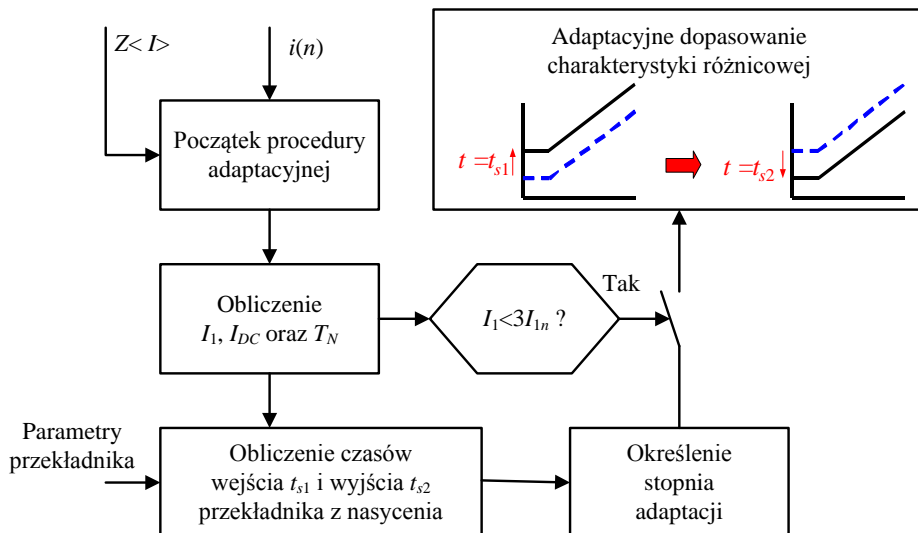
- dopasowanie czułości zabezpieczenia różnicowego transformatora do pozycji przełącznika zaczeów (regulacji napięcia),
- dopasowanie nastaw zabezpieczenia odległościowego linii równoległej do stanu pracy toru równoległego,
- adaptacja programu wyłączania odbiorów przez układ SCO do aktualnego, chwilowego rozdziału mocy czynnej w poszczególnych odpływach stacji.

Zastosowanie technologii cyfrowej pozwala jedynie łatwiej i w szerszym zakresie realizować ideę adaptacyjności. W układach cyfrowych, gdzie większość operacji odbywa się na zasadzie przetwarzania sygnałów przez odpowiednie algorytmy, zastosowanie adaptacji polega na zmianie wartości współczynników, wartości nastaw, ale również na zmianie rodzaju algorytmu filtracyjnego czy pomiarowego (wybór z wcześniej przygotowanego zestawu). Blok realizujący adaptację (Rys. 5.10) może otrzymywać sygnały z innych bloków własnych oraz informacje z zewnątrz, np. sygnały dwustanowe z innych miejsc w systemie, co skutkuje inicjacją zmian adaptacyjnych. Odpowiednie rozkazy/polecenia zmian przekazywane są do bloków mających podlegać adaptacji.



Rys. 5.10. Schemat blokowy zabezpieczenia elektroenergetycznego z adaptacją

Przykładem zabezpieczenia, dla którego opracowane zostały procedury adaptacyjne, jest zabezpieczenie różnicowe generatora synchronicznego. Typowym rozwiązaniem jest ochrona generatora z wykorzystaniem stabilizowanego zabezpieczenia różnicowego (Rys. 5.5). W praktyce eksploatacyjnej zaobserwowano, że w pewnych sytuacjach takie zabezpieczenie może działać nieselektywnie. Zarejestrowano liczne przypadki błędnej reakcji zabezpieczenia, co oznacza, że procedura standardowa nie zapewnia wystarczającej stabilizacji. Problemy wystąpiły szczególnie podczas bliskich zwarc zewnątrznych charakteryzujących się niskimi amplitudami prądu wzdłużnego. Prąd różnicowy wywołany był nasyceniem się przekładników prądowych od składowej aperiodycznej o znacznej stałej czasowej zanikania.



Rys. 5.11. Adaptacyjne zabezpieczenie różnicowe generatora synchronicznego

Opracowana procedura adaptacji zilustrowana została na Rys. 5.11. Polega ona na przejściowej zmianie położenia charakterystyki zabezpieczenia w okresie przewidywanego nasycenia przekładników prądowych. Wyznaczenie momentów wejścia i wyjścia przekładników z zasycenia (t_{s1} i t_{s2}) odbywa się z zastosowaniem algorytmów korzystających z parametrów przekładników oraz obliczonych wartości amplitudy składowej podstawowej prądu, wartości początkowej składowej aperiodycznej i jej stałej czasowej zanikania. W osobnym bloku określa się stopień adaptacji, tj. wysokość, do której przesuwana jest charakterystyka zabezpieczenia. Procedura jest aktywna jedynie dla prądów zwarciovych nie większych niż trzykrotność prądu znamionowego generatora. Dalsze szczegóły dot. opracowanej metody czytelnik może znaleźć w artykułach [5.3], [5.4].

Literatura do rozdziału 5

- [5.1] GRIFFITHS D., Statystyka, Helion, Gliwice, 2010.
- [5.2] LEHMAN E.L., ROMANO J.P., Testing Statistical Hypotheses, Springer, Series: Springer Texts in Statistics, New York, 2005.
- [5.3] REBIZANT W., Rozwiązania adaptacyjne w automatyce zabezpieczeniowej, Przegląd Elektrotechniczny, R. 85, nr 2/2009, ss. 138-142.
- [5.4] REBIZANT W., HAYDER T., SCHIEL L., Prediction of CT saturation period for differential relay adaptation purposes, Proceedings of the 1st International Conference on Advanced Power System Automation and Protection, APAP2004, Jeju, Korea, 25-28 Oct. 2004, pp. 17-22.
- [5.5] REBIZANT W., SZAFRAN J., Power System Fault Detection and Classification Using Probabilistic Approach, European Transactions on Electrical Power, Vol. 9, No. 3, May/June 1999, pp. 183-191.
- [5.6] REBIZANT W., SZAFRAN J., WISZNIEWSKI A., Digital Signal Processing in Power System Protection and Control, Springer Verlag, Series: Signals and Communication Technology, London, 2011.
- [5.7] SZAFRAN J., WISZNIEWSKI A., Algorytmy pomiarowe i decyzyjne cyfrowej automatyki elektroenergetycznej, WNT, Warszawa, 2001
- [5.8] UNGRAD H., WINKLER W., WISZNIEWSKI A., Protection Techniques in Electrical Energy Systems, Marcel Dekker, Inc., New York, 1995.

6. Elementy sztucznej inteligencji w procesie decyzyjnym

Metody omawiane w tym rozdziale należą do grupy określanej ogólnie nazwą „sztucznej inteligencji”, SI (ang. *Artificial Intelligence*, AI). Nawiązują bowiem swoją ideą i cechami do tych aspektów ludzkiej inteligencji, które dają się wyrazić w pewien sposób ścisłą procedurą postępowania lub algorytmem matematycznym. Metody te realizuje się za pomocą układów mikroprocesorowych i odpowiedniego oprogramowania, a więc niejako sztucznie w porównaniu z naturalnym sposobem stosowania inteligencji przez człowieka.

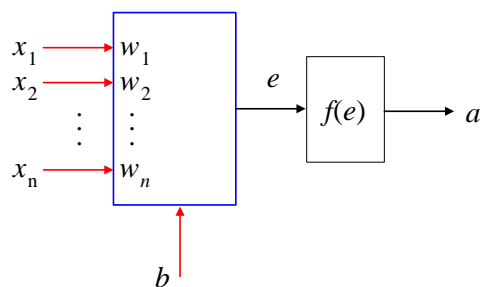
W kolejnych podrozdziałach opisane zostaną podstawowe i najczęściej stosowane w automatyce elektroenergetycznej techniki sztucznej inteligencji, tj.:

- sztuczne sieci neuronowe, SSN (ang. *artificial neural networks*, ANN),
- układy rozmyte, UR (ang. *fuzzy logic systems*, FLS),
- systemy ekspertowe, SE (ang. *expert systems*, ES).

W odniesieniu do zabezpieczeń i automatyki elektroenergetycznej można podać wiele przykładów, w których zastosowanie w/w technik przyniosło znaczącą poprawę funkcjonowania tych układów. Rozpatrując cyfrowe zabezpieczenie elektroenergetyczne jako urządzenie przetwarzające pewne sygnały wejściowe (analogowe i dwustanowe z systemu elektroenergetycznego) w określoną decyzję wyjściową (meldunek, sygnał na wyłączenie chronionego obiektu), można powiedzieć, że realizuje ono w istocie jedną z dwóch funkcji. Jeżeli zadanie zabezpieczeniowe potraktuje się jako rozwiązanie pewnego problemu decyzyjnego, to z pomocą, szczególnie w przypadkach złożonych czy wątpliwych, mogą pospieszyć techniki systemów ekspertowych i wnioskowania rozmytego (logiki rozmytej). Rozpatrując z kolei problem zabezpieczeniowy jako zadanie z kategorii rozpoznawania wzorców (zabezpieczenie realizuje klasyfikację stanu obiektu na podstawie rozpoznania, do jakiej klasy należą dostarczone na jego wejście sygnały), naturalnym wydaje się zastosowanie do realizacji tej funkcji sztucznych sieci neuronowych.

6.1. Sztuczne sieci neuronowe

Sztuczne sieci neuronowe są techniką inteligentną powstałą z inspiracji strukturą i możliwościami analitycznymi ludzkiego mózgu [6.19]. Zastosowanie sieci neuronowych wiąże się z możliwością ich uczenia do konkretnego zadania, tak iż sieć taka staje się matematycznym modelem systemu czy procesu, który podlega analizie. Niezależnie od konkretnej struktury, każda sieć neuronowa zbudowana jest z pojedynczych modułów obliczeniowych, zwanych neuronami (Rys. 6.1).



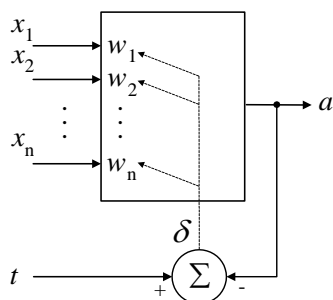
Rys. 6.1. Model pojedynczego neuronu z nieliniową funkcją aktywacji

Pojedynczy neuron realizuje obliczenie sumy ważonej sygnałów wejściowych z nałożoną nieliniową funkcją aktywacji. Jego wyjście określone jest zależnością

$$a = f(\mathbf{X} * \mathbf{W} + b) \quad (6.1)$$

gdzie: \mathbf{X} – wektor sygnałów wejściowych o rozmiarze $[n \times 1]$, \mathbf{W} – wektor wag synaptycznych o rozmiarze $[1 \times n]$, $f(e)$ – funkcja aktywacji neuronu, zwykle nieliniowa, b – współczynnik przesunięcia (ang. *bias*).

Projektowanie neuronowego układu rozpoznającego lub decyzyjnego zarówno jedno-neuronowego, jak i wielowarstwowego, jest możliwe poprzez uczenie sieci neuronowej z wykorzystaniem odpowiednio przygotowanych wzorców uczących i stosownego algorytmu uczenia. W niniejszym skrypcie nie ma miejsca na większe szczegóły w tym zakresie, wystarczy tutaj stwierdzenie, że uczenie to polega na dostosowaniu/dostrojeniu współczynników wagowych (wag synaptycznych) neuronu/neuronów, aby uzyskać jak największą zgodność wyjścia neuronu/sieci a z wymaganym sygnałem wyjściowym t , Rys. 6.2. Metoda ta nosi nazwę uczenia z nauczycielem.

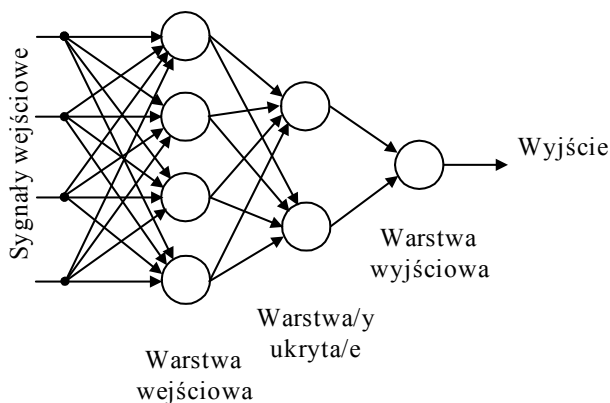


Rys. 6.2. Ilustracja procesu uczenia pojedynczego neuronu

Istnieją również metody uczenia bez nauczyciela (tzn. bez określania i podawania żądanego wyjścia neuronu/sieci), oparte na idei samoorganizacji danych. Nie będą one jednak tutaj opisywane. Szczegółowe algorytmy uczenia można znaleźć w literaturze, jak również w pomocy modułu Neural Network Toolbox programu MATLAB, gdzie można skorzystać z gotowych procedur uczenia i testowania sieci neuronowych.

Ze względu na to, że możliwości obliczeniowe pojedynczego neuronu są ograniczone, praktyczne zastosowanie znalazły tzw. sieci neuronowe będące układami pojedynczych neuronów ułożonych w pewne struktury. Do najczęściej stosowanych sieci neuronowych należy zaliczyć (w nawiasie podano częstość stosowania danego rodzaju sieci do problemów automatyki elektroenergetycznej):

- sieci typu wielowarstwowy perceptron, Rys. 6.3 (81%) – trój- lub czterowarstwowe sieci jednokierunkowe, sieci z radialną funkcją bazową,
- sieci typu Hoppfielda (6%) – maszyny Boltzmana, Gaussa, sieci chaotyczne,
- sieci Kohonena (8%) – dwu- lub trójwymiarowe sieci kratowe,
- inne – rzadziej stosowane.



Rys. 6.3. Struktura wielowarstwowego perceptronu

Przygotowanie efektywnego modułu decyzyjnego opartego na technice SSN wiąże się z rozwiązaniem zadań należących do dwóch grup problemowych [6.17]:

- wybór optymalnej sieci neuronowej (rodzaj sieci, liczba warstw i neuronów w poszczególnych warstwach sieci, rodzaj funkcji aktywacji neuronów),
- uczenie sieci (algorytm uczenia, początkowe wartości wag synaptycznych i współczynników przesunięcia, dobór sygnałów uczących i testujących).

Istotnym problemem jest także wybór i przygotowanie zestawu reprezentatywnych „wzorców uczących”, tj. sygnałów, z pomocą których dokonywane będzie uczenie sieci neuronowej. Sygnały wejściowe sieci neuronowych otrzymywane są z reguły w wyniku symulacji pracy obiektu, ponieważ przebiegi rzeczywiste (z rejestratorów

zainstalowanych w systemie) są z jednej strony trudno dostępne, z drugiej zaś nie tworzą odpowiednio wyczerpującej bazy sygnałowej, pokrywającej całą różnorodność sytuacji awaryjnych i stanów pracy normalnej rozważanej sieci. Sygnały te mogą jedynie uzupełniać wzorce uczące wygenerowane w ramach symulacji, mogą być także wykorzystane do późniejszego testowania gotowego układu neuronowego. Powszechnie przyjętą praktyką jest podział zbioru dostępnych sygnałów na dwa podzbiory (np. 50%–50%), z których jeden będzie wykorzystany w procesie uczenia, drugi zaś do weryfikacji działania układu. To ostatnie jest bardzo istotne, ponieważ poprawnie zaprojektowany układ neuronowy powinien także posiadać zdolność generalizacji zdobytej wiedzy, objawiającą się stabilnością wobec sygnałów wejściowych nieprezentowanych podczas uczenia. Oznacza to, że układ powinien generować właściwe sygnały wyjściowe także dla nowych, niewidzianych wcześniej sygnałów wejściowych.

Dodatkowe trudności związane są z wyborem „najlepszych” sygnałów dla danego zadania klasyfikacji wiążą się z rozważeniem następujących kwestii:

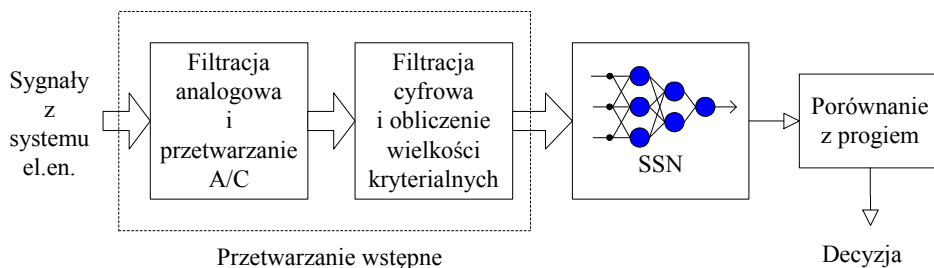
- liczba i rodzaj sygnałów wejściowych sieci (składowych wektora uczącego i testującego) – niosących w miarę możliwości maksymalną ilość informacji o zjawiskach mających podlegać klasyfikacji,
- wstępne przetwarzanie sygnałów dostarczanych z systemu elektroenergetycznego (algorytmy cyfrowego pomiaru wielkości decyzyjnych),
- długość okna decyzyjnego (ilość próbek sygnałów w wektorze wejściowym sieci).

Sztuczne sieci neuronowe znajdują zastosowanie w wielu dziedzinach techniki, w tym także w automatyce elektroenergetycznej. Do realizowanych zadań należą między innymi [6.17]:

- detekcja i określenie rodzaju zwarcia,
- określenie kierunku zwarcia,
- adaptacyjne zabezpieczenie odległościowe,
- automatyka SPZ,
- lokalizacja zwarcia,
- zabezpieczenie odległościowe linii kompensowanych,
- detekcja zwarć wysokoomowych,
- monitoring i diagnostyka transformatorów,
- zabezpieczenie transformatora,
- prognozowanie obciążeń,
- ocena bezpieczeństwa pracy systemu.

W ramach prac wykonywanych przez autora podjęta została próba zaprojektowania neuronowego układu decyzyjnego dla wybranej funkcji zabezpieczeniowej bloku generator – transformator, tj. detekcji poślizgu biegunów i wypadnięcia maszyny z synchronizmu. Wcześniejsze wykrycie poślizgu biegunów może być podstawą podjęcia odpowiednich akcji zaradczych (w tym także wyłączenia bloku) i uniknięcia

niebezpieczeństwa utraty stabilności przez system oraz zmniejszenia bądź zapobieżenia zagrożeń cieplnych i mechanicznych dla samego generatora.



Rys. 6.4. Schemat neuronowego zabezpieczenia generatora przed utratą synchronizmu

Na rysunku 6.4 pokazano schemat blokowy proponowanego neuronowego klasyfikatora stanu pracy generatora. Modułem głównym układu jest sieć neuronowa, na której wejście doprowadzane są odpowiednio przetworzone próbki wybranych sygnałów z systemu elektroenergetycznego. Wyjście sieci neuronowej porównywane jest z pewną wartością progową, wskutek czego generowana jest dwustanowa decyzja polegająca na określeniu aktualnego stanu pracy maszyny. Różne wersje układu mogą uwzględniać specjalizowane układy wstępnego przetwarzania sygnałów, a także bardziej wymyślne procedury analizy sygnału (-ów) wyjściowego sieci neuronowej. Optymalizacji powinna być też poddana sama sieć neuronowa, tak aby opracowane rozwiązanie spełniało w jak najlepszym stopniu wymagania projektowe.

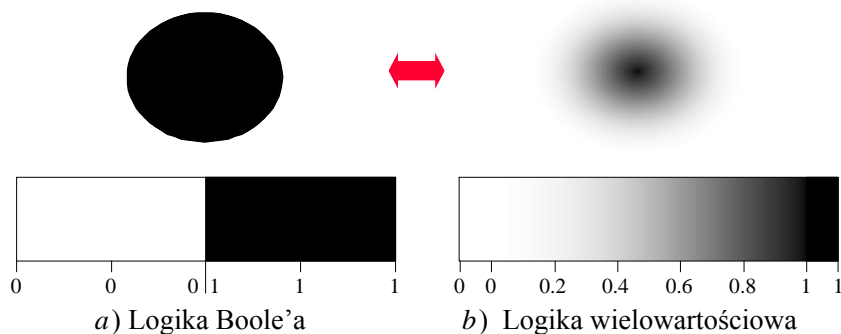
Realizacja zadania projektowego uwzględniała w związku z tym następujące zadania:

- przeprowadzenie symulacji szerokiej gamy sytuacji awaryjnych i stanów pracy normalnej generatora z wykorzystaniem programu EMTP,
 - analiza i wybór sygnałów wejściowych dla sieci neuronowej,
 - określenie struktury i parametrów sieci neuronowej,
 - przygotowanie wzorców uczących i trenowanie sieci,
 - testowanie sieci neuronowej,
 - optymalizacja zaprojektowanej struktury klasyfikatora,
 - sprawdzenie odporności opracowanego rozwiązania,
 - porównanie działania klasyfikatora z rozwiązaniami klasycznymi.
- Szczegóły dotyczące przedstawionego rozwiązania można znaleźć w pracy [6.16].

6.2. Układy rozmyte

Kolejna grupa metod, które znalazły zastosowanie również w zagadnieniach automatyki elektroenergetycznej, jest oparta na tzw. teorii zbiorów rozmytych lub też logice rozmytej [6.4]. Opracowanie i dynamiczny rozwój teorii zbiorów rozmytych związane były z koniecznością znalezienia odpowiedniego podejścia do wielu problemów technicznych, w których obserwowane zjawiska i definiowane pojęcia mają charakter wieloznaczny i nieprecyzyjny. Wykorzystanie dotychczas znanych metod matematycznych, opartych na klasycznej teorii zbiorów i logice dwuwartościowej, nie pozwalało bowiem na skuteczne rozwiązywanie tego typu problemów. Opracowane zostały w związku z tym teoretyczne podstawy zbiorów o nieostrych, a więc rozmytych granicach oraz odpowiednie narzędzia i algorytmy operacji na takich zbiorach. Logika wielowartościowa (rozmyta) stała się w ten sposób rozszerzeniem logiki Boole'a i jej uzupełnieniem na przypadki o nieprecyzyjnych wartościach i regułach.

Można powiedzieć, że rozmytość definiuje podobieństwo obiektu względem nieprecyzyjnie zdefiniowanych właściwości. Na Rys. 6.5 pokazano przykład ścisłej i rozmytej przynależności do zbioru. Wg logiki dwuwartościowej element może należeć do zbioru lub nie, czemu przyporządkowane są wartości logiczne 1 i 0. W logice rozmytej element może do zbioru należeć „częściowo”, a stopień przynależności jest liczbą z przedziału $[0, 1]$.



Rys. 6.5. Ilustracja przynależności do zbioru: a) dwustanowa, b) rozmyta

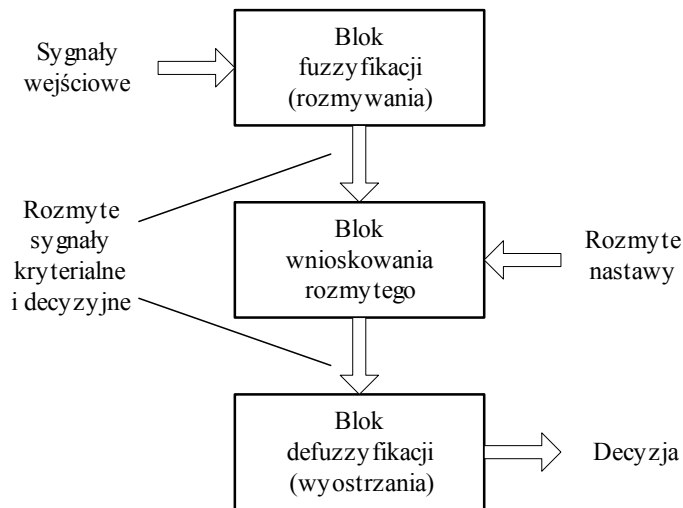
Podstawową definicję zbioru rozmytego można wyrazić w postaci

$$A = \{(x, \mu_A(x)); x \in X\}, \quad \mu_A: X \rightarrow [0, 1] \quad (6.2)$$

Zbiór rozmyty A w X reprezentują uporządkowane pary typu: element | wartość funkcji przynależności μ_A . Definicja (6.2) odnosi się do zbioru zawierającego elementy dowolnego typu, mogą to być również nieprecyzyjne wyrażenia typu „lingwistycznego”, określające np. „wysoką temperaturę” czy „niską prędkość obrotową”.

W zagadnieniach technicznych szczególnego znaczenia nabierają zbiory rozmyte określone na obiektach będących liczbami rzeczywistymi. Zbiór rozmyty A w zbiorze liczb rzeczywistych \mathbf{R} nazywany jest liczbą rozmytą, jeżeli posiada on funkcję przynależności $\mu_A : \mathbf{R} \rightarrow [0,1]$, która jest normalna, wypukła i przynajmniej przedziałami ciągła. Praktyczne wykorzystanie tej definicji, a także reguł wykonywania działań na liczbach rozmytych i prowadzenia wnioskowania z ich udziałem, prowadzi do bardzo ogólnego schematu blokowego zabezpieczenia rozmytego, pokazanego na Rys. 6.6. Wyróżniono w nim bloki:

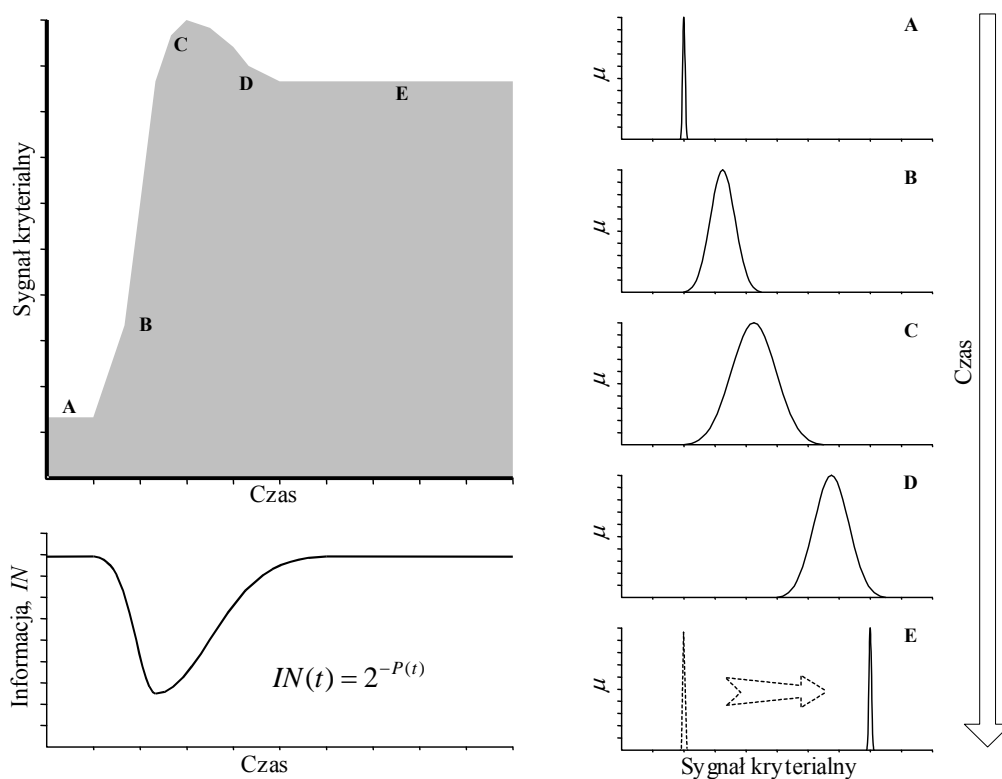
- rozmywania, w którym rzeczywiste sygnały wejściowe zostają przekształcone w liczby rozmyte,
- wnioskowania rozmytego, w którym dokonuje się przetwarzania rozmytych sygnałów kryterialnych i – poprzez ich porównanie z rozmytymi nastawami – generacji rozmytych sygnałów decyzyjnych,
- wyostrzania, które polega na przetwarzaniu sygnałów rozmytych w rzeczywisty sygnał wyjściowy bądź konkretną decyzję.



Rys. 6.6. Struktura rozmytego zabezpieczenia lub układu sterowania

Przykład rozmytego sygnału kryterialnego odpowiadającego pewnemu nierozmytemu sygnałowi prądowemu pokazano na Rys. 6.7. Dla kolejnych momentów czasowych od A (początek pomiaru, stan przedzwarcia) do E (ustalenie się wyniku pomiaru, stan ustalony zwarcia) zmierzonym wartościom amplitudy prądu przyporządkowano funkcje przynależności, które odzwierciedlają stopień zaufania do przeprowadzonego pomiaru w danej chwili. Centrum funkcji μ na osi poziomej od-

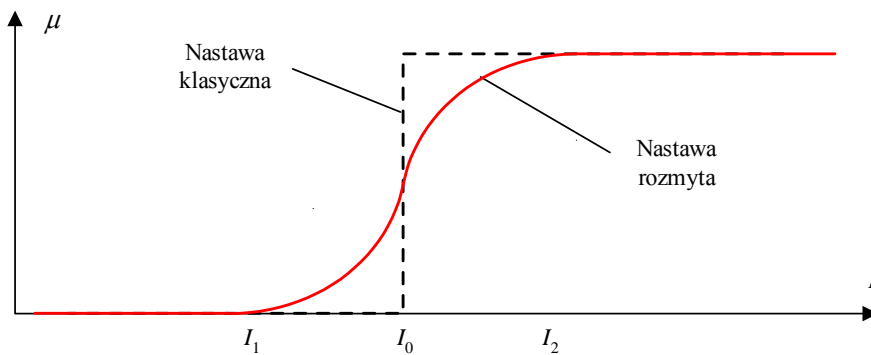
powiada aktualnej amplitudzie sygnału wejściowego, jej szerokość natomiast, a więc stopień rozmycia, jest funkcją szybkości zmian sygnału w danej chwili. Można także powiedzieć, że ze względu na dynamikę samego pomiaru, uzależnioną od rodzaju wykorzystywanych filtrów cyfrowych i samych równań pomiarowych, funkcja przynależności koduje w pewien sposób poprawność pomiaru, a więc stopień zgodności wartości uzyskanych z pomiaru z rzeczywistością (nieznaną dokładnie) amplitudą prądu zwarcziowego. Stopień rozmycia sygnału, wyrażony wielkością pola P ograniczonego funkcją μ , jednoznacznie określa również ilość informacji IN zawartą w mierzonym sygnale w danej chwili. Jest ona, co zrozumiale, największa w stanie ustalonym pomiaru (punkty A, E), najmniejsza zaś w stanie przejściowym podczas dynamicznych zmian sygnału (punkty B, C, D).



Rys. 6.7. Klasyczny i rozmyty sygnał kryterialny, za [6.12]

Zastosowanie rozmytych sygnałów kryterialnych w miejsce ich rzeczywistych odpowiedników pozwala zatem na matematyczne ujęcie niepewności pomiaru, szczególnie w stanach przejściowych, a więc np. tuż po rozpoczęciu zwarcia.

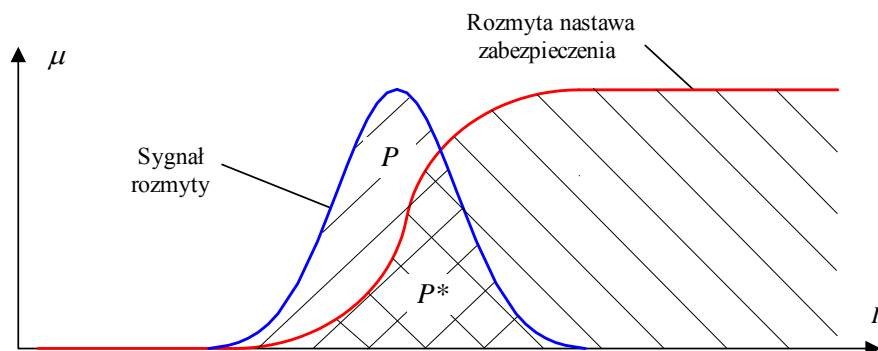
Konsekwencją stosowania rozmytych sygnałów kryterialnych jest konieczność wprowadzenia pojęcia rozmytej nastawy, tj. nieostrej liczby rozdzielającej stany podlegające rozróżnieniu. Przykładowo (Rys. 6.8) – w miejsce klasycznego progu decyzyjnego I_0 zabezpieczenia nadprądowego można zastosować nastawę rozmytą, płynnie rozdzielając obszary działania i blokowania zabezpieczenia. Jednoznaczna decyzja (ze stopniem zaufania 1) podejmowana jest dla wartości amplitudy prądu mniejszych bądź równych od I_1 i większych bądź równych od I_2 , natomiast w przedziale (I_1, I_2) każdej wartości prądu odpowiada wartość funkcji μ z przedziału $(0, 1)$, kodująca stopień przynależności tej wartości rzeczywistej do kategorii sytuacji zwarciovych. Im większa jest wartość tej zmiennej, tym bardziej (z większą pewnością) może być podjęta ostateczna decyzja o wyłączeniu chronionego obiektu. Zastosowanie rozmytych nastaw może być w wielu trudnych przypadkach remedium na problemy z nastawianiem zabezpieczeń, stanowiąc swego rodzaju kompromis pomiędzy czułością i selektywnością.



Rys. 6.8. Klasyczna i rozmyta nastawa zabezpieczenia nadprądowego

Rys. 6.9 ilustruje jeden z możliwych sposobów porównania rozmytego sygnału kryterialnego z rozmytą nastawą. Stopień przekroczenia nastawy (wartość z przedziału $[0, 1]$) jest tutaj określony jako stosunek pola powierzchni P^* tej części sygnału rozmytego, która znajduje się pod funkcją nastawy rozmytej, do całkowitego pola powierzchni P ograniczonego funkcją przynależności sygnału rozmytego, tj.

$$\nu = \frac{P^*}{P} \quad (6.3)$$



Rys. 6.9. Porównanie rozmytego sygnału z rozmytą nastawą

Przy tak zdefiniowanym sposobie porównania, jeżeli sygnał v będzie interpretowany jako stopień wypełnienia danego kryterium, nie jest konieczne przeprowadzanie jego wyostrzenia (defuzyfikacji). Może on być wykorzystany bezpośrednio do wypracowania ostatecznej decyzji również w zabezpieczeniach wielokryterialnych, tzn. wtedy, gdy równolegle mierzonych i ocenianych jest wiele sygnałów decyzyjnych. Wprowadzając współczynniki wagowe w_i dla poszczególnych kryteriów, wielkość wsparcia dla decyzji o wyłączeniu danego obiektu można zdefiniować jako sumę ważoną

$$\delta = \sum_{i=1}^N w_i v_i \quad (6.4)$$

a ostateczna decyzja podejmowana jest po przekroczeniu przez współczynnik δ pewnej nierozmytej wartości progowej Δ [6.22].

Zastosowanie innych metod porównania, na przykład na zasadzie iloczynu bądź implikacji zbiorów rozmytych, prowadzi do sygnału wyjściowego będącego również liczbą rozmytą, w związku z czym potrzebne jest jej wyostrzenie (defuzyfikacja) do liczby rzeczywistej. Spośród wielu opisywanych w literaturze sposobów defuzyfikacji należy wymienić:

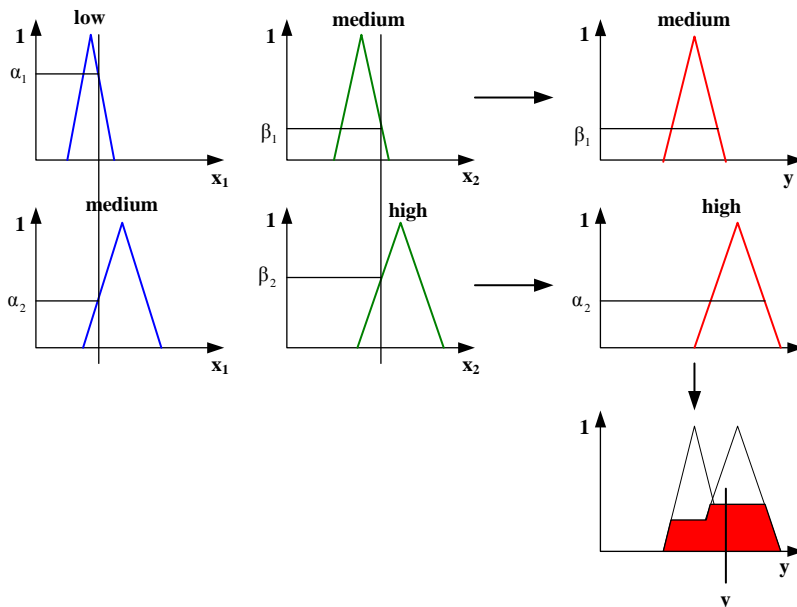
- metoda środka zbioru rozmytego (ang. *center average defuzzification*),
- metoda średniej dla lokalnych wartości maksymalnych (ang. *mean of maxima*),
- metoda środka ciężkości (ang. *center of gravity method* lub *center of area method*),
- metoda maksimum funkcji przynależności.

Metody wnioskowania stosowane w układach rozmytych są rozszerzeniem reguł implikacyjnych logiki binarnej na przypadki zmiennych rozmytych. W logice rozmytej zarówno przesłanka implikacji, jak i jej rezultat są zbiorami bądź liczbami rozmytymi o funkcjach przynależności $\mu_{A \rightarrow B}(x, y)$. Wartość i postać tej funkcji zależy od

szczególnej definicji implikacji rozmytej [6.19], przy czym do najbardziej popularnych jej wersji należą metody: Mamdani (minimum funkcji przynależności), Larsena (reguła iloczynowa) i Zadeha (reguła max-min). Szczegółowy opis tych metod można znaleźć w literaturze.

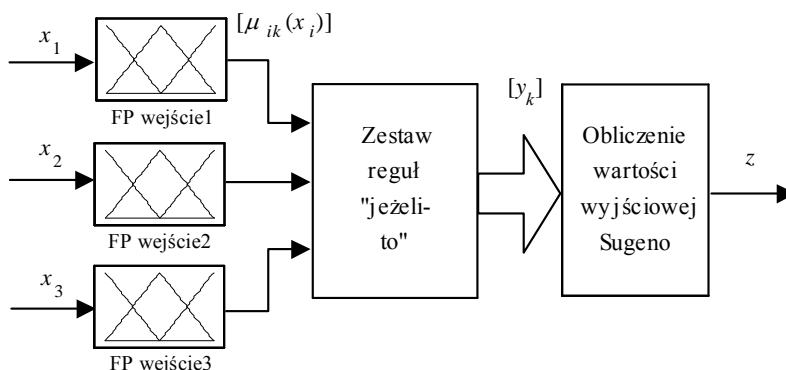
Jeżeli przetwarzanie informacji rozmytej nie polega tylko na operacjach matematycznych na liczbach rozmytych, a jest wynikiem zastosowania i kombinacji reguł rozmytych o postaci „jeżeli ..., to ...”, to układ o takim sposobie wnioskowania określa się mianem sterownika rozmytego. Zastosowanie teorii zbiorów rozmytych do sterowania procesów technologicznych jest szczególnie proste i w dużej mierze intuicyjne, gdyż nie wymaga znajomości modeli matematycznych tych procesów.

Na Rys. 6.10 pokazano przykład układu wnioskującego typu Mamdani o dwóch sygnałach wejściowych (x_1 , x_2) i dwóch regułach. Sygnałom wejściowym przypisano trójkątne funkcje przynależności zdefiniowane osobno dla poszczególnych interwałów zmienności tych sygnałów (low, medium, high). Implikacja rozmyta realizowana jest poprzez wyznaczenie minimum funkcji przynależności dla poszczególnych sygnałów wejściowych. Następnikami reguł są rozmyte liczby z trójkątnymi funkcjami przynależności, które zostają „przycięte” na wysokości wyznaczonych wcześniej minimów dla poszczególnych reguł. Następnie poprzez agregację metodą maksimum formowana jest rozmyta funkcja przynależności dla sygnału wyjściowego (obszar czerwony). Końcowym etapem będzie wyznaczenie nierozmytej wartości wyjściowej y poprzez defuzyfikację, np. metodą środka ciężkości.



Rys. 6.10. Przykład wnioskowania w układzie typu Mamdani

Przypadkiem szczególnym sterownika rozmytego jest sterownik Takagi–Sugeno (Rys. 6.11), w którym rozmyta pozostaje jedynie część wejściowa, a część wnioskująca i wyjściowa mają postać zdeterminowaną zależnościami funkcyjnymi.



Rys. 6.11. Schemat blokowy układu wnioskowania typu Takagi-Sugeno o trzech sygnałach wejściowych

W pracy [6.18] opisano strukturę oraz przykład zastosowania sterownika Takagi–Sugeno do przetwarzania informacji w zabezpieczeniu generatora synchronicznego przed poślizgiem biegunów i utratą synchronizmu, jako rozwiązanie alternatywne do opisanego w rozdziale 6.1 zabezpieczenia opartego na sieciach neuronowych.

Na zakończenie tego rozdziału wypada podsumować cechy układów rozmytych, wyróżniając zalety i wady oraz podać inne przykłady typowych zastosowań tych układów w automatyce elektroenergetycznej. Do najważniejszych zalet układów rozmytych należą:

- zdolność przetwarzania niepewnych, niedokładnych i zniekształconych danych,
- możliwość wyrażania nieostrych zależności i reguł w sposób zbliżony do naturalnego języka (zmiennie lingwistyczne, reguły „jeżeli ..., to ...”),
- możliwość przynajmniej częściowej interpretacji sygnałów wewnętrznych układu rozmytego,
- poprawa skuteczności i selektywności przy podejmowaniu decyzji dzięki zastosowaniu rozmytych nastaw i charakterystyk decyzyjnych,
- względnie łatwy, intuicyjny dobór funkcji przynależności (przynajmniej w pierwszej, jeszcze nieoptymalnej wersji),
- możliwość prostego opisu układów, dla których dokładny opis matematyczny jest skomplikowany lub nie jest znany.

Wśród wad tej techniki wymieniane są najczęściej:

- brak możliwości uczenia układu rozmytego,
- problemy z wyborem rodzaju operacji rozmywania dla skomplikowanych układów i jej implementacją techniczną w czasie rzeczywistym,

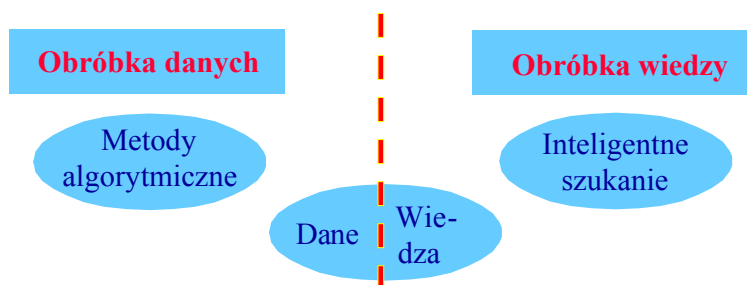
- problemy ze zdobyciem danych do projektowania układów sterowania rozmytego dla obiektów już pracujących.

Do interesujących zastosowań układów rozmytych w elektroenergetyce, a szczególnie w automatyce elektroenergetycznej, należą [6.1, 6.6, 6.9, 6.14, 6.23]:

- identyfikacja rodzaju zwarcia w liniach przesyłowych,
 - lokalizacja zwarcia w linii,
 - rozmyte wielokryterialne zabezpieczenie różnicowe transformatora,
- a także, jako przykłady inne niż zabezpieczeniowe:
- rozmyte regulatory napięcia i prędkości obrotowej generatora,
 - diagnostyka transformatorów energetycznych,
 - planowanie rozwoju i ocena niezawodności sieci,
 - kontrola i sterowanie przepływem mocy biernej,
 - prognozowanie obciążeń, itp.

6.3. Systemy ekspertowe

Systemy ekspertowe stanowią sformalizowaną technikę rozumowania, również podejmowania decyzji, w obliczu wielu z natury różnych argumentów [6.5]. Zrealizowana w postaci oprogramowania może być wykorzystana do symulowania zachowania eksperta przy rozwiązywaniu problemu z danej dziedziny. System ekspertowy może być pomocny przy rozwiązywaniu zadań i problemów, a także do wypracowania decyzji, szczególnie wtedy gdy ilość danych do przetworzenia jest duża i/lub gdy dany problem jest skomplikowany lub trudny do jednoznacznego opisanie. Wówczas, dzięki systemowi ekspertowemu, zamiast typowego przetwarzania informacji z użyciem szczegółowych algorytmów rozwiązanie może być znalezione na drodze inteligentnego przeszukiwania przestrzeni decyzyjnej. Można powiedzieć, że systemy ekspertowe pracują na nieco wyższym poziomie abstrakcji, tj. w obszarze wiedzy i jej obróbki, Rys. 6.12.



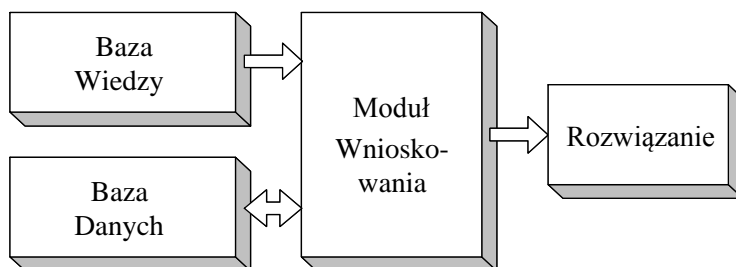
Rys. 6.12. Przetwarzanie danych a obróbka wiedzy w systemie ekspertowym

Jest oczywiste, że budowa i implementacja techniczna systemu ekspertowego będzie opłacalna wówczas, gdy tradycyjne metody obróbki danych nie przynoszą oczekiwanych rezultatów. Przygotowanie efektywnego systemu ekspertowego wiąże się bowiem z pracą wielu osób, w tym eksperta z danej dziedziny, inżyniera wiedzy oraz programistów, którzy zebraną wiedzę i metody postępowania eksperta zapiszą w formie użytecznego oprogramowania.

Ogólna struktura systemu ekspertowego została przedstawiona na Rys. 6.13. Podstawowymi składnikami systemu ekspertowego są:

- baza wiedzy, zawierająca w uporządkowanej postaci wiedzę i doświadczenie eksperta z danej dziedziny,
- baza danych, gromadząca fakty i dane o obiekcie, tak stacjonarne jak i bieżące o jego aktualnym stanie,
- moduł wnioskowania, w którym zapisane są zasady postępowania prowadzące do rozwiązania problemu, mechanizmy wnioskowania i strategie rozwiązywania konfliktów.

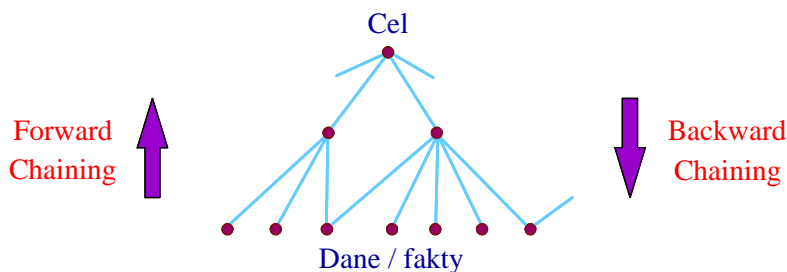
Jak widać na Rys. 6.13, moduł wnioskowania korzysta z informacji zawartej w bazie wiedzy oraz w bazie danych, możliwe jest również zapisanie informacji powstałych podczas wnioskowania do bazy danych do późniejszego ponownego wykorzystania.



Rys. 6.13. Struktura systemu ekspertowego

Sercem systemu ekspertowego jest moduł wnioskowania, w którym zapisane są reguły postępowania eksperta. Najprostsza forma tych reguł ma postać „jeżeli ... to ...”, ale spotyka się także bardziej złożone struktury, jak obiekty, meta-reguły, sieci semantyczne czy drzewa decyzyjne. Moduł wnioskowania:

- symuluje strategie rozwiązywania problemów technicznych przez eksperta z danej dziedziny,
- kontroluje akcje podejmowane przez system,
- określa, które reguły powinny być zastosowane w danym szczególnym przypadku,
- stosuje strategie rozwiązywania konfliktów, jeśli to potrzebne,
- wykonuje określone reguły lub aktywuje nowe.



Rys. 6.14. Podstawowe strategie wnioskowania

Generalnie spotykane są dwie strategie wnioskowania (Rys. 6.14):

- wnioskowanie wprzód (ang. *Forward Chaining*) – zestaw znanych faktów używany jest do testowania wszystkich możliwych hipotez w kierunku celu,
- wnioskowanie wsteczne (ang. *Backward Chaining*) – daną (założoną) hipotezę udowadnia się poprzez sprawdzenie, czy istnieją fakty potwierdzające przyjęte założenie.

Ponieważ może się zdarzyć, że dwie lub więcej reguł mogą prowadzić do sprzecznych wniosków (konfliktów), niezbędne jest stosowanie strategii rozwiązywania takich konfliktów. Do najbardziej znanych strategii postępowania należą:

- wykonywanie w pierwszej kolejności reguł oznaczonych najwyższym priorytetem,
- egzekucja reguł szczegółowych przez ogólnymi,
- wykonywanie reguł, dla których przesłanki (dane) pojawiły się w ostatnim czasie,
- wykonywanie reguł, których przesłanki można określić z najmniejszym ryzykiem,
- wybór reguł, które najbardziej zawężą obszar dalszych poszukiwań, itp.

W literaturze znaleźć można rozliczne zastosowania systemów ekspertowych, również w obszarze elektroenergetyki. Brak jest doniesień o aplikacjach on-line, głównie ze względu na stopień złożoności systemów oraz długi czas egzekucji programu SE. Do zadań zabezpieczeniowych rozwiązywanych w trybie off-line należą: koordynacja nastaw zabezpieczeń [6.10], przetwarzanie alarmów [6.15], diagnostyka i analiza przyczyn awarii [6.24]. Zastosowania pozabezpieczeniowe to przykładowo:

- planowanie rozwoju sieci [6.21],
- prognozowanie obciążeń [6.3],
- planowanie remontów [6.7],
- regulacja mocy biernej [6.2],
- analiza jakości energii [6.13], itp.

6.4. Porównanie technik SI

W Tab. 6.1, w celu porównania, zgromadzono najważniejsze cechy, wady i zalety omawianych wcześniej metod sztucznej inteligencji [6.20].

Tab. 6.1. Porównanie najważniejszych cech metod sztucznej inteligencji

Kryterium oceny	Techniki sztucznej inteligencji		
	Systemy ekspertowe	Układy rozmyte	Sztuczne sieci neuronowe
Wykorzystywana wiedza	wiedza ekspercka w postaci reguł, obiektów, drzew itp.	wiedza ekspercka w formie kryteriów zabezpieczeniowych	informacje uzyskane z przykładów sytuacji zwarciovych
Rozwiązywanie problemów i poprawa cech zabezpieczenia	konieczna zmiana reguł układu wnioskowania	względnie proste – reguły wewnętrzne są zrozumiałe i analizowalne	trudne – sygnały wewnętrzne sieci nie nadają się do interpretacji
Samouczenie	możliwe	możliwe	naturalne
Ocena przypadków wątpliwych	możliwa	naturalna	naturalna
Odporność rozwiązania	niekrytyczna i łatwa do uzyskania	niekrytyczna i łatwa do uzyskania	ciężka do uzyskania
Nastawianie zabezpieczenia	wygodne i łatwe	wygodne – z wykorzystaniem wiedzy eksperta i symulacji	wymagana duża liczba przypadków symulacyjnych
Złożoność obliczeniowa	znaczna	umiarkowana	specjalny hardware dla dużych SSN

Oceniając i porównując omawiane metody sztucznej inteligencji, nie sposób nie zauważyć, że pewne cechy danej metody mogą znaleźć uzupełnienie przy jej połączeniu z inną techniką. Powstają wówczas układy hybrydowe, w których wzmocnione zostają zalety każdej z metod, przy wzajemnej eliminacji wad poszczególnych technik. W literaturze można znaleźć wiele przykładów zastosowania hybrydowych układów inteligentnych, także w szeroko rozumianej automatyce elektroenergetycznej, jak np. [6.8, 6.15]:

- lokalizacja zwarć zwojowych w generatorze z wykorzystaniem rozmytych sieci neuronowych,
- analiza sytuacji zwarciovych z zastosowaniem systemu ekspertowego z regułami rozmytymi, itp.

Literatura do rozdziału 6

- [6.1] ABDUL-RAHMAN K.H., SHAHIDEHPOUR S.M., Reactive power optimization using fuzzy load representation, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, Issue 2, May 1994, s. 898-905.
- [6.2] ANANTHAPADMANABHA T, KULKARNI A.D., RAO A.S.G., RAO K.R., PARTHASARATHY K., (1996) Knowledge-based expert system for optimal reactive power control in distribution system. Int J of Electr Power & Energy Syst 18:27-31.
- [6.3] CHIU C.C., KAO L.J., COOK D.F., Combining a neural network with a rule-based expert system approach for short-term power load forecasting in Taiwan. Expert Syst with Appl, 1997, 13:299-305.
- [6.4] CZOGAŁA E., PEDRYCZ W., Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych, PWN, Warszawa, 1985.
- [6.5] DARLINGTON K., The Essence of Expert Systems, Pearson Education, 2000, Harlow, UK.
- [6.6] DILLON T.S. (Convenor), Fault diagnosis in electric power systems through AI techniques, Report by TF 38.06.02, Electra, No. 159, April 1995.
- [6.7] DILLON T.S., PODBURY C., A Dynamic Frame Based Maintenance Scheduler. Expert Syst Appl in Power Syst, Prentice Hall, 1990, New York, pp. 153-179.
- [6.8] EL-SHARKAWI M.A., Neural network application to high performance electric drives systems, Proceedings of the 1995 IEEE IECON 21st International Conference, 6-10 Nov. 1995, Vol. 1, pp. 44-49.
- [6.9] FERRERO A., et. al., A fuzzy set approach to fault type identification in digital relaying, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 1, 1995, pp. 169-175.
- [6.10] GANJAVI M.R., KREBS R., STYCZYNSKI Z., Design of a Pilot Knowledge-based Expert System for Providing Coordinated Setting Values for Power System Protection Devices, MEPS'06 Conference, Wrocław, pp. 354-360.
- [6.11] HASAN K., RAMSAY B., RANADE S., OZVEREN C.S., An object-oriented expert system for power system alarm processing and fault identification. In Proc 7th Mediterranean Electrotechnical Conf, 1994, Vol. 3, pp. 909-912.
- [6.12] KASZTENNY B., ROŚOŁOWSKI E., SAHA M.M., HILLSTROM B., Fuzzy sets and logic in power system protection, Eng. Int. Systems, Vol. 5, No. 4, Dec. 1997, s. 193-203.
- [6.13] LIAO Y., LEE J.B., A fuzzy-expert system for classifying power quality disturbances. Int J of Electr Power & Energy Syst, 2004, 26:199-205
- [6.14] MIRANDA V. MATOS M.A.C.C., Distribution system planning with fuzzy models and techniques, 10th International Conference on Electricity Distribution, CIRED 1989, 8-12 May 1989, Vol. 6, s. 472-476.
- [6.15] MONSEF H., RANJBAR A.M., JADID S., Fuzzy rule-based expert system for power system fault diagnosis, IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, Vol. 144, No. 3, March 1997, s. 186-192.
- [6.16] REBIZANT W., ANN based detection of OS conditions in power system, Proc. of 12th Int. Conference on Power System Protection PSP'2000, Bled, Slovenia, 27-29 Sept. 2000, pp. 51-56.
- [6.17] REBIZANT W., Metody inteligentne w automatyce zabezpieczeniowej, Prace Naukowe Instytutu Energoelektryki Politechniki Wrocławskiej nr 93, seria: Monografie, nr 29, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2004.
- [6.18] REBIZANT W., FESER K., Fuzzy logic application to out-of-step protection of generators, Proceedings of the 2001 IEEE PES Summer Meeting, 15-19 July 2001, Vancouver, Canada, paper 01SM061.
- [6.19] RUTKOWSKA D., PILIŃSKI M., RUTKOWSKI L., Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte, PWN, Warszawa, 1999.

- [6.20] SAHA M.M., KASZTENNY B., Application of fuzzy logic in power system protection, Int. Conference on Modern Trends in the Protection Schemes of Electric Power Apparatus and Systems, New Delhi, India, 28-30 Oct. 1998, paper IX-1.
- [6.21] TEIVE R.C.G., SILVA E.L., FONSECA L.G., A Cooperative Expert System for Transmission Expansion Planning of Electrical Power Systems, IEEE Trans on Power Syst, 1998, 13:636-642.
- [6.22] WISZNIEWSKI A., KASZTENNY B., A multi-criteria differential transformer relay based on fuzzy logic, IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 10, No. 4, October 1995, s. 1786-1792.
- [6.23] WISZNIEWSKI A., KASZTENNY B., Primary protective relays with elements of expert systems, Proceedings of the 1992 CIGRE Session, Paris, France, August 1992, Paper 34,2,CN.
- [6.24] YANG C., OKAMOTO H., YOKOYAMA A., SEKINE Y., Expert system for fault section estimation of power systems using time-sequence information. Int J of Electr Power & Energy Syst, 1992, 14:225-232.