

Wyznaczanie częstotliwości w układach przekształtnikowych z wykorzystaniem modelu Prony'ego

*Wydział Elektryczny
Politechniki Wrocławskiej*

Praca doktorska

Igor Hejke

Promotor: prof. dr hab. inż. Tadeusz Łobos

Spis treści

	Wstęp	3
1	Cel i teza pracy	5
2	Modulacja napięcia szerokością impulsów (MSI)	7
2.1	Cel i metody generowania napięcia MSI.	7
2.2	Ogólna charakterystyka sygnałów napięć i prądów w układach przekształtnikowych.	14
3	Wymagania stawiane metodom cyfrowego wyznaczania częstotliwości	22
4	Wybrane modele estymacyjne	24
4.1	Model Prony'ego.	24
4.1.1	Zależności ogólne.	24
4.1.2	Propozycja implementacji [5].	27
4.2	Model estymacyjny pierwszego rzędu.	29
4.2.1	Metoda bazująca na zmodyfikowanej metodzie Prony'ego pierwszego rzędu.	29
4.2.2	Metody bazujące na optymalizacji rozwiązania jednoznacznego.	32
4.3	Aproksymacja przebiegu okresowego jedną składową sinusoidalną.	37
5	Dokładność estymacji częstotliwości wybranymi metodami obliczeniowymi	41
5.1	Wstęp.	41
5.2	Badanie modeli pierwszego rzędu, uzyskanych na podstawie optymalizacji rozwiązania jednoznacznego.	44
5.2.1	Przyjęte warunki symulacji.	44
5.2.2	Badania symulacyjne	45
5.3	Badanie modelu aproksymującego sygnał zakłócony, jedną składową sinusoidalną.	52
5.3.1	Przyjęte warunki symulacji.	52
5.3.2	Badania symulacyjne.	53
5.4	Podsumowanie.	58
6	Propozycje metod pomiaru częstotliwości w układach przekształtnikowych	61
6.1	Wstęp.	61
6.2	Założenia dla algorytmów pomiarowych.	61
6.3	Próbkowanie napięcia wyjściowego przekształtnika.	65
6.4	Filtracja napięcia.	70
6.4.1	Filtracja zgrubna.	71
6.4.2	Filtracja dokładna i decymacja sygnału.	73
6.5	Propozycje algorytmów pomiarowych	80
6.5.1	Algorytmy wykorzystujące filtrację dolnoprzepustową.	80
6.5.2	Algorytmy wykorzystujące filtrację selektywną (notch filter).	84
7	Badania algorytmów pomiarowych	89
7.1	Wstęp.	89
7.2	Badania z użyciem sygnałów symulowanych.	89
7.3	Badania z użyciem sygnałów rzeczywistych.	98
8	Wnioski końcowe	109
9	Literatura	110

Wykaz oznaczeń stosowanych w pracy

δ	– względny błąd pomiaru częstotliwości (moduł)
δ_0	– względny błąd pomiaru częstotliwości (z uwzględnieniem znaku)
σ	– poziom szumu zawartego w sygnale
τ_k	– szerokość k - tego impulsu (kolejnego załączenia tranzystora)
ω_s	– pulsacja składowej podstawowej napięcia (prądu)
ϵ_{ps}	– założona różnica między wynikami z dwóch sąsiednich iteracji
f_m	– częstotliwość modulacji
f_p	– częstotliwość próbkowania
f_s	– wyznaczona częstotliwość składowej podstawowej
F_s	– rzeczywista częstotliwość składowej podstawowej
f_s'	– wyznaczona częstotliwość składowej podstawowej w kolejnym kroku iteracji
f_{smin}, f_{smax}	– dolna i górna granica zakresu pomiarowego
f_x	– częstotliwość składowej zakłócającej przy niezachowaniu twierdzenia o próbkowaniu
i	– liczba usuwanych składowych z sygnału
k	– liczba próbek na okres składowej podstawowej (gęstość próbkowania)
k	– numer kolejnego impulsu
m	– szerokość okna pomiarowego mierzona liczbą okresów składowej podstawowej
M	– szerokość okna pomiarowego mierzona liczbą próbek
\mathbf{M}	– współczynnik głębokości modulacji
N	– liczba próbek obejmująca stan przejściowy
p	– rząd modelu Prony'ego
s_m, S_m	– sygnał modulujący, amplituda sygnału modulującego
s_n, S_n	– sygnał nośny, amplituda sygnału nośnego
t	– czas
T_c	– okres sygnału nośnego (modulacji)
T_p	– okres próbkowania
T_s	– okres składowej podstawowej napięcia (prądu)
$u(t)$	– wartość chwilowa napięcia
U_d	– wartość napięcia stałego w obwodzie pośredniczącym
$\mathbf{U}_{1\%}$	– udział wyników z błędem $\delta < 1\%$
$x[n]$	– wartość n - tej próbki pobranego sygnału
$y[n]$	– wartość n - tej próbki estymowanego sygnału

Wstęp

Stosowane w ubiegłym wieku napędy, wymagające regulacji prędkości obrotowej i momentu, wykorzystywały głównie silniki prądu stałego [33, 41], gdyż regulacja w tych silnikach polega na odpowiednim ustawieniu napięcia zasilającego. Liczne wady takich silników, jak np. znaczne rozmiary maszyny, głośna praca, zużywanie się szczotek i komutatorów, konieczność stosowania rozruszników rezystancyjnych czy wysokie straty mocy w uzwojeniach, spowodowały, iż rozpoczęto poszukiwania innego rodzaju napędów do pracy z regulowaną prędkością. Silniki indukcyjne klatkowe, dzięki kompaktowej budowie, stosunkowo małym gabarytom oraz dużej sprawności i niezawodności, znajdują od lat zastosowanie w napędach maszyn i urządzeń zasilanych bezpośrednio z trójfazowej sieci energetycznej 50/60Hz. Niestety, jedynym dopuszczalnym sposobem płynnej regulacji prędkości obrotowej takiego silnika jest regulacja częstotliwościowa, toteż z powodu braku w ubiegłych latach odpowiednich źródeł napięcia nie znajdowały one zastosowania w urządzeniach wymagających płynnej regulacji prędkości. Dynamiczny rozwój energoelektroniki i mikroelektroniki spowodował przełom w budowie napędów o regulowanej prędkości obrotowej [7]. Do użycia zaczęły wchodzić urządzenia półprzewodnikowe, przetwarzające napięcie dostępne w sieci energetycznej 50Hz na napięcie o regulowanej częstotliwości i amplitudzie. Urządzenia te noszą nazwę przekształtników energoelektronicznych. Przy zastosowaniu przekształtnika AC/AC możliwe jest praktycznie dowolne ustawienie częstotliwości oraz wartości skutecznej napięcia wyjściowego, co umożliwia płynną oraz łatwo programowalną regulację zarówno prędkości, jak i momentu na wale silnika. Oprócz bezpośredniego zasilania silników elektrycznych, przekształtniki energoelektroniczne znajdują również zastosowanie przy sprzęganiu sieci o różnych częstotliwościach oraz coraz częściej w *Małych Elektrowniach Wiatrowych* (MEW) i przy pozyskiwaniu energii z innych niekonwencjonalnych źródeł, w celu zsynchronizowania urządzenia z siecią energetyczną oraz jego maksymalnego wykorzystania. Niewątpliwą zaletą tego rozwiązania jest prosta realizacja algorytmów sterujących przepływem mocy oraz możliwość pracy niezależnej urządzenia, w przypadku awarii sieci zewnętrznej.

Oprócz licznych zalet przekształtniki energoelektroniczne posiadają jednak równie liczne wady, które w zasadzie mają jedno podłoże – daleki od sinusoidalnego przebieg napięcia wyjściowego, spowodowany nieliniowym charakterem tego typu urządzeń. Powodują one zarówno negatywne efekty mechaniczne (zużywanie łożysk, pulsacje momentu) oraz akustyczne (głośna praca silnika) jak i elektryczne (przebiecia łączeniowe).

Głównym problemem poruszonym w niniejszej pracy jest obecność w napięciach wyjściowych przekształtników charakterystycznych zakłóceń oraz związane z nimi trudności cyfrowego przetwarzania sygnałów tych napięć. Podstawowym celem takiego przetwarzania jest wyznaczenie częstotliwości składowej podstawowej napięcia, gdyż jest ona odpowiedzialna za prędkość wirowania pola magnetycznego w silniku klatkowym a więc i prędkość obrotową wirnika. Znajomość tej częstotliwości jest czasami niezbędna do prawidłowego sterowania pracą napędzanego urządzenia, szczególnie w przypadku, gdy w urządzeniu tym znajduje się kilka oddzielnie zasilanych napędów, wymagających skoordynowanego sterowania. Informacja o prędkości obrotowej jednego z silników może być pomocna w sterowaniu pozostałymi silnikami. W praktyce, stosowane metody wyznaczania częstotliwości składowej podstawowej napięcia w takich układach są bądź mało dokładne, bądź z powodów sprzętowych, uzyskany wynik nie może być wielkością wejściową dla dalszych procesów przetwarzania. Wydaje się więc, że celowym jest skonstruowanie zewnętrznego urządzenia pomiarowo – rejestrującego, umożliwiającego pomiary częstotliwości składowej podstawowej napięcia w najczęściej stosowanym zakresie przy zasilaniu silników asynchronicznych.

W niniejszej pracy przedstawiono propozycje algorytmów przewidzianych do pomiarów częstotliwości dla tej specyficznej grupy sygnałów. Algorytmy te, według przeprowadzonych badań z udziałem zarejestrowanych sygnałów napięć na wyjściu różnych przekształtników energoelektronicznych, cechują się wystarczającą dokładnością i szybkością działania, aby mogły być użyte m.in. dla celów automatyki sterującej sekwencyjną pracą kilku napędów.

1 Cel i teza pracy

Celem pracy jest opracowanie, dokładniejszej od znanych, metody cyfrowego pomiaru częstotliwości składowej podstawowej napięcia w układach przekształtnikowych z modulacją szerokości impulsów (*MSI*) oraz przeprowadzenie obszernych badań określających jej właściwości pomiarowe.

Zaproponowane w niniejszej pracy algorytmy pomiarowe opracowane zostały w oparciu o sygnałowy model Prony'ego. Ich zakres pomiarowy powinien odpowiadać zakresowi regulacji częstotliwości dla typowych układów przekształtnik *MSI* – silnik asynchroniczny. Zakres ten jest w zasadzie ograniczony właściwościami mechanicznymi silnika, chociaż sam przekształtnik, jako że jest sterowany mikroprocesorem, umożliwia uzyskanie napięcia wyjściowego w dosyć szerokim zakresie częstotliwości (np. 0-400Hz). Przekształtniki w napędach są z reguły wykorzystywane do obniżania częstotliwości w stosunku do częstotliwości sieciowej, przez co uzyskuje się możliwość regulacji zarówno prędkości obrotowej, jak i momentu silnika. Przy częstotliwościach wyższych od 50Hz przekształtnik najczęściej przechodzi w stan nadmodulacji, aby dla wyższych od nominalnej prędkości obrotowych utrzymać w miarę wysoki moment na wale. Zakres regulacji „w górę” jest w praktyce ograniczony do około 100 Hz, zależnie od zastosowanego silnika, co jest spowodowane znacznym spadkiem momentu oraz niebezpiecznym przekroczeniem prędkości znamionowej silnika. Zakres regulacji „w dół” jest ograniczony trudnościami utrzymania odpowiedniej wartości momentu w zakresie niskich prędkości obrotowych. Podbicie momentu poprzez zwiększenie wartości skutecznej napięcia o niskiej częstotliwości powoduje z kolei wzmożone nagrzewanie się silnika. W praktyce, dolna granica częstotliwości w zastosowaniach przemysłowych wynosi około 5Hz.

W niniejszej pracy proponuje się algorytmy pomiarowe działające w zakresie 5-200Hz. Dlatego, prezentowane metody nie tylko umożliwiają pomiary w obecnie używanym przedziale częstotliwości, lecz również zawierają pewien zapas, który być może będzie wykorzystany w przyszłości.

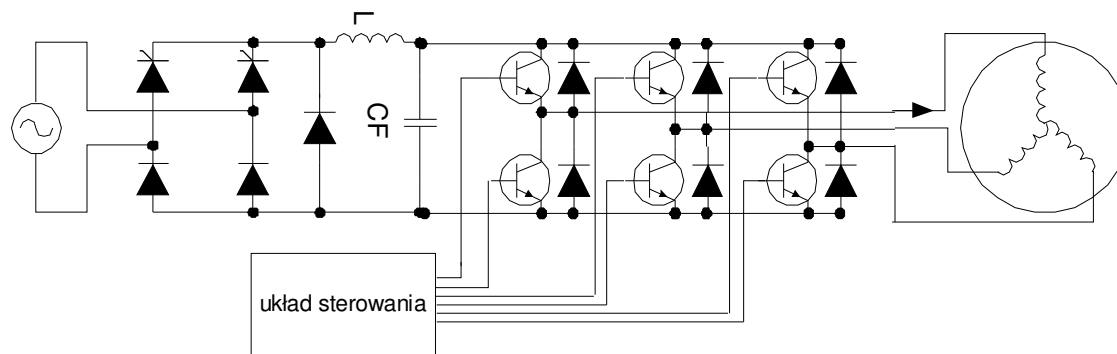
Na podstawie przeprowadzonych badań można sformułować następującą tezę:

Algorytmy pomiarowe oparte na modelu Prony'ego mogą być szybkim, dokładnym i przydatnym w praktyce narzędziem pomiaru częstotliwości napięć typowych dla falowników MSI, w zakresie od kilku do kilkuset herców.

2 Modulacja napięcia szerokością impulsów (MSI)

2.1 Cel i metody generowania napięcia MSI.

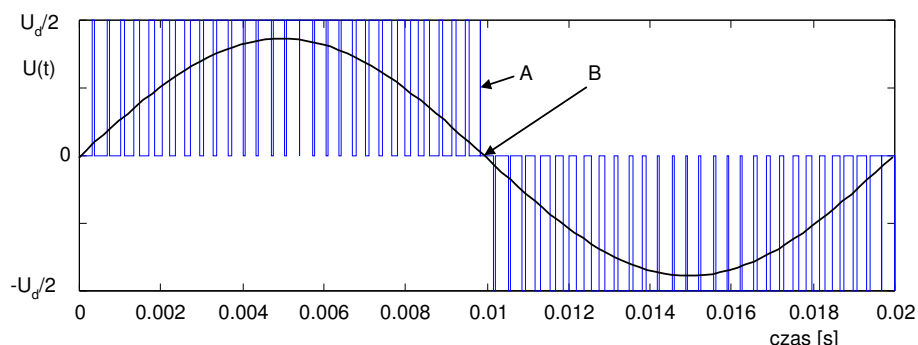
W obecnych czasach, przy znacznym rozpowszechnieniu mikrokomputerów, nie stanowi problemu generowanie sygnału sinusoidalnego o określonej amplitudzie, fazie i częstotliwości. Układy CMOS wykazują jednak niewielką moc wyjściową i z tego powodu nie mogą być źródłem napięcia wyjściowego o regulowanej częstotliwości, bez dodatkowego wzmacniacza sygnału. Wzmocnienie sygnału jest wprawdzie możliwe za pomocą układów półprzewodnikowych, jednak istotną wadą takich wzmacniaczy jest fakt iż powinny one pracować jedynie w dwóch stanach: załączonym lub rozłączonym. Tranzystory umożliwiają wprawdzie uzyskanie stanów pośrednich przez regulację prądu bazy (bipolarne) lub napięcia bramki (FET), jednak pozostawanie tranzystora w takim stanie pod obciążeniem powoduje wydzielanie się na nim znacznych ilości energii, co prowadzi do jego zniszczenia [40]. Powoduje to, że w rozwiązaniach przemysłowych praktycznie nie spotyka się układów generujących bezpośrednio sygnał napięcia sinusoidalnego na wyjściu przekształtnika. Skutecznym rozwiązaniem jest generowanie przebiegu napięcia prostokątnego o zmiennej w czasie szerokości, wywołującego przepływ przez odbiornik prądu zbliżonego kształtem do sinusoidy. Polega to na cyklicznym załączaniu i rozłączaniu kluczy, co powoduje znaczne zmniejszenie strat w falowniku, lecz wprowadza szereg negatywnych efektów w zasilanym obwodzie. Początkowe rozwiązania konstrukcji falowników opierały się na zastosowaniu w części prądowej tyrystorów [7], lecz miało to szereg wad. Dopuszczalna częstotliwość przełączania tyrystora wynosi około 1kHz, co powoduje powstawanie niskich częstotliwości harmonicznych, które nie są tłumione przez obwód magnetyczny silnika [7, 31] i powodują efekty akustyczne oraz tętnienia momentu. Dodatkowo, użycie tyrystorów skutkuje koniecznością znacznego rozbudowania układu, szczególnie o elementy bierne, służące do rozłączania obwodu. Przekształtniki tyrystorowe wykazują również dość skomplikowany sposób kontroli i sterowania napięcia i prądu. O wiele lepsze rezultaty osiąga się przy zastosowaniu w części prądowej tranzystorów [7]. Schemat typowego przekształtnika tranzystorowego przedstawia rysunek 2.1. Składa się on z prostownika pełnookresowego, oraz falownika mostkowego. Obwód pośredniczący stałoprądowy wyposażony jest w pojemnościowy stabilizator napięcia.



Rysunek 2.1 Schemat części prądowej przekształtnika *MSI*, zasilającego silnik asynchroniczny.

Podstawowym problemem w konstrukcji falowników tranzystorowych było znalezienie odpowiedniego rodzaju tranzystorów, które przy szybkich impulsach sterujących o niewielkiej energii mogłyby przewodzić znaczne prądy robocze. W historii działania tego rodzaju falowników, początkowo stosowanym sposobem uzyskiwania okresowych przebiegów napięcia była komutacja natychmiastowa [34, 35]. Jej główną zaletą był brak konieczności stosowania dużej liczby przełączy tranzystorów w okresie żądanej składowej podstawowej napięcia. Uzyskany przebieg międzyfazowy był przebiegiem prostokątnym, zaś napięcie fazowe – przebiegiem 6 - schodkowym. Rodziło to występowanie niskich harmonicznych napięcia i prądu, których nie był w stanie wytłumić obwód magnetyczny silnika, szczególnie przy niskich częstotliwościach [7]. Powodowało to, podobnie jak w przypadku falowników tyrystorowych, odczuwalne tętnienia momentu, co skutkowało koniecznością ograniczenia zakresu regulacji częstotliwości. Dodatkową wadą tego typu generacji sygnału była konieczność regulacji napięcia wyjściowego wartością napięcia stałego na wejściu falownika. Ten sposób regulacji ogranicza zastosowanie automatycznego sterowania momentem i prędkością obrotową zasilanego silnika. Znacznie lepszym sposobem generacji przebiegów jest modulacja szerokością impulsów (*MSI*), *ang. Pulse Width Modulation (PWM)*. Zastosowanie takiej techniki umożliwia regulację amplitudy pierwszej harmonicznej oraz odpowiednie kształtowanie widma wyższych harmonicznych tak, aby minimalizować wybrane kryterium przyjęte w sterowaniu [7]. Postęp w budowie elementów energoelektronicznych, szczególnie tranzystorów IGBT (*Insulated Gate Bipolar Transistor*) oraz mikrokontrolerów, powoduje że technika modulacji szerokości impulsów, chociaż skomplikowana, cieszy się coraz większym zastosowaniem w przemysłowych przekształtnikach zasilających silniki

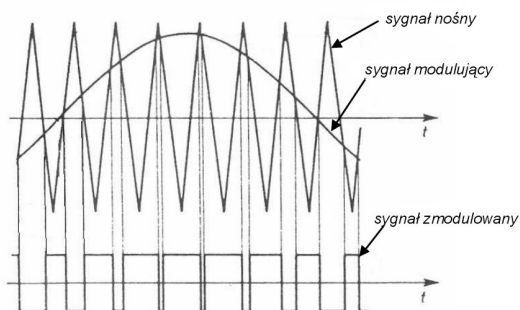
asynchroniczne. Trójfazowy falownik MSI daje na wyjściu trójfazowe ciągi impulsów prostokątnych o stałej amplitudzie oraz odpowiednio zmieniających się w czasie współczynnikach wypełnienia [7, 28, 30].



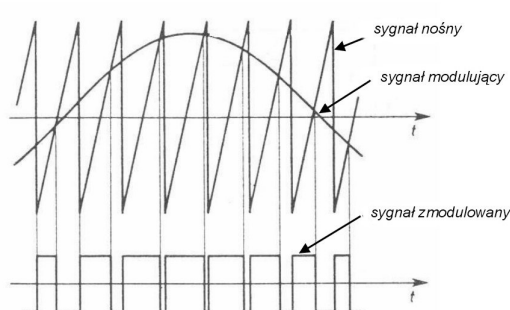
Rysunek 2.2 Przebieg napięcia na zaciskach falownika MSI bez obciążenia (A) oraz napięcie sinusoidalne przedstawiające ekwiwalent energetyczny zmodulowanego przebiegu (B), [7].

Wartość średnia za okres modulacji takich impulsów, przy przesuwaniu się w okresie składowej podstawowej, zmienia się sinusoidalnie. Ponieważ falowniki takie zasilają z reguły silniki indukcyjne, prąd w obwodzie falownika jest w dużej mierze efektem całkowania napięcia, zgodnie z prawem Faradaya [14], co powoduje zbliżony do sinusoidy kształt prądu w uzwojeniu silnika.

Modulacja szerokości impulsów związana jest z próbkowaniem sygnału modulującego. Informacja zawarta w próbkach jest następnie przetwarzana w ciąg impulsów o modulowanej szerokości, proporcjonalnym do aktualnej wartości przebiegu modulującego [7]. Impulsy te, podawane na wejścia sterujące tranzystorów (bramki) powodują ich sekwencyjne załączanie. Modulacja sygnałem nośnym polega na porównaniu sygnału nośnego (piłokształtnego lub trójkątnego) z sygnałem modulującym (rys. 2.3 i 2.4).



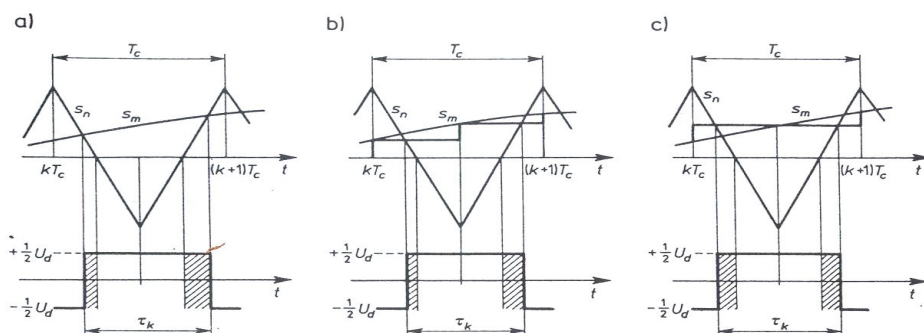
Rysunek 2.3 Przebiegi czasowe sygnałów przy modulacji naturalnej sygnałem trójkątnym [7].



Rysunek 2.4 Przebiegi czasowe sygnałów przy modulacji naturalnej sygnałem piłokształtnym [7].

Chwile zrównania się wartości tych sygnałów odpowiadają chwilom skokowych zmian wartości sygnału zmodulowanego. W przypadku sygnału piłokształtnego jedno zbocze prostokątnego sygnału wyjściowego ma ustalone położenie względem sygnału nośnego, natomiast drugie zbocze podlega modulacji. W przypadku modulacji sygnałem trójkątnym, mamy do czynienia z modulacją dwustronną. Oznacza to, że oba zbocza sygnału wyjściowego odpowiadają chwilom przecięcia się sygnałów nośnego i modulującego. Według badań porównawczych [42], metoda modulacji sygnałem trójkątnym daje lepsze efekty od modulacji sygnałem piłokształtnym. Modulacja naturalna była w ubiegłych latach wykorzystywana w modulatorach analogowych. Dostępne aktualnie przekształtniki zawierają modulatory cyfrowe. W takich urządzeniach stosuje się modulację regularną. Sposób ten polega na pobieraniu próbek sygnału modulującego w równych odstępach czasu, równych okresowi sygnału nośnego, a następnie przetwarzaniu tych próbek w impulsy o stałej amplitudzie. W tym przypadku szerokość k -tego impulsu zależy proporcjonalnie od wartości próbki sygnału modulującego. Efektem tego typu modulacji są impulsy o środkach podstawy umieszczonych w równych odstępach czasu i precyzyjnie określonych szerokościach. Prostota opisu matematycznego tego sposobu modulacji pozwala na łatwe jego zaimplementowanie na układach mikroprocesorowych. Cały proces generacji sygnału zmodulowanego może odbywać się metodą on-line lub, po uprzednim obliczeniu szerokości całego ciągu impulsów i zapisaniu ich wartości do pamięci sterownika (off-line). Dużą zaletą tego sposobu modulacji jest potrzeba generowania próbek jedynie dla jednej czwartej okresu, gdyż dla pozostałych ćwiartek wartości te są powtarzalne, w odpowiedniej sekwencji. W realizacji technicznej większości rozwiązań modulatorów cyfrowych, modulujący sygnał sinusoidalny zastępuje się sygnałem schodkowym. Liczba schodków przypadająca na okres sygnału modulującego ma istotny wpływ na poziom oraz częstotliwości poszczególnych składowych zakłócających [28]. Mniejsza liczba schodków powoduje zwiększenie poziomu zakłóceń o niższych częstotliwościach, co może powodować, że częstotliwości te są zbliżone do częstotliwości podstawowej, a więc nie są właściwie filtrowane przez obwód magnetyczny silnika. Dodatkową wadą obniżania liczby dyskretnych poziomów sygnału modulującego jest utrata proporcjonalności między głębokością modulacji (M) a amplitudą składowej

podstawowej napięcia wyjściowego. Na rysunku 2.5 przedstawiono porównanie metod modulacji naturalnej oraz regularnej symetrycznej i asymetrycznej [7, 28].



Rysunek 2.5. Modulacja szerokości impulsów z sygnałem nośnym trójkątnym (a) modulacja naturalna, (b) modulacja regularna asymetryczna, (c) modulacja regularna symetryczna [7]. Oznaczenia: T_c - okres sygnału nośnego, k - kolejny impuls, U_d - wartość napięcia stałego, s_m - sygnał modulujący, s_n - sygnał nośny, τ_k - szerokość k -tego impulsu.

W celu ograniczenia maksymalnej prędkości zmian prądu podczas przełączeń niekiedy stosuje się miękkie przełączanie kluczy (*soft switching*) [38]. Polega to na zamianie kształtu sygnału zmodulowanego z prostokątnego na trapezowy o określonej stromości zboczy. Zaletą takiego postępowania jest uniknięcie wysokich wartości przepięć w zasilanym obwodzie RL. Do poważnych wad można zaliczyć wyższe straty energii wydzielanej na tranzystorach w stanie niepełnego załączenia, bardziej skomplikowany sposób generacji sygnału trapezowego niż prostokątnego oraz ograniczenie maksymalnej wartości skutecznej napięcia PWM. Dodatkowo, na podstawie wyników badań [38] można stwierdzić, że stosowanie „miękkiego przełączania” nie ogranicza zawartości wyższych harmonicznych napięcia w stanie jałowym falownika. Z uwagi na powyższe wady, *soft switching* nie jest popularnie stosowanym rozwiązaniem w tego typu urządzeniach.

W przekształtnikach PWM typowym sposobem regulacji wartości skutecznej napięcia wyjściowego jest regulacja współczynnika głębokości modulacji (**M**). Współczynnik ten określany jest zależnością:

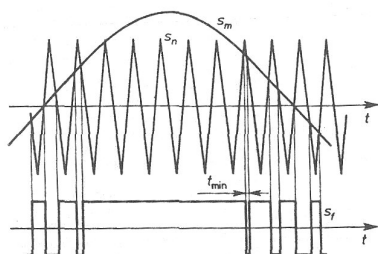
$$\mathbf{M} = \frac{S_m}{S_n} \quad (2.1)$$

gdzie:

S_m - amplituda sygnału modulującego

S_n - amplituda sygnału nośnego

Dla ustalonej amplitudy sygnału nośnego, regulacja wartości skutecznej wyjściowego napięcia polega na regulacji amplitudy sygnału modulującego. Ponieważ próbki określające wartości sygnału modulującego w kolejnych chwilach kT_c (rys. 2.5) są proporcjonalne do współczynników wypełnienia zmodulowanego przebiegu prostokątnego, maksymalna wartość amplitudy S_m nie może przekraczać jedności. Ograniczenie to wynika z maksymalnego współczynnika wypełnienia sygnału zmodulowanego, równego 100%. W przypadku amplitudy S_m wyższej od S_n przekształtnik przechodzi w stan nadmodulacji. Oznacza to, że dla tej części okresu T_c , w której wartość sygnału modulującego przekracza amplitudę sygnału nośnego, zamiast impulsów wyjściowych uzyskuje się sygnał stały. W tym czasie na wyjściu przekształtnika pojawia się napięcie stałe, odpowiednio równe $\pm U_d/2$ w jednej fazie i to samo napięcie, z przeciwnym znakiem w dwóch pozostałych fazach [37]. Sytuację taką przedstawia rysunek 2.6 .



Rysunek 2.6. Generacja sygnału napięcia przy $M > 1$ [7] .

Ponieważ wartość skuteczna przebiegu sinusoidalnego jest niższa od wartości skutecznej przebiegu prostokątnego o tej samej amplitudzie, logicznym jest, że przekształtnik będący w stanie nadmodulacji generuje na wyjściu napięcie o wyższej wartości skutecznej niż podczas pracy w zakresie MSI. Efekt ten jest szeroko wykorzystywany w sterowaniu $U/f_s = \text{const}$ przy częstotliwościach wyższych od granicznej f_{gr} , podczas modulacji szerokością impulsów.

Zwiększenie częstotliwości napięcia przy jego stałej wartości skutecznej powodowałoby zmniejszenie wartości prądów w uzwojeniach silnika, gdyż wraz ze wzrostem częstotliwości rośnie reaktancja indukcyjna tych uzwojeń. Efektem tego byłoby zmniejszenie momentu obrotowego silnika. Większość przemysłowych przekształtników posiada 6 - diodowy prostownik (6D), dla którego wartość średnia napięcia stałego U_d wynosi [7]:

$$U_d = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_s \quad (2.2)$$

gdzie:

U_s – wartość skuteczna napięcia międzyprzewodowego (400V)

Maksymalna wartość skuteczna napięcia przewodowego U_p na wyjściu falownika, dla $M=1$ wynosi :

$$U_p = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot U_d = \frac{3\sqrt{2}\sqrt{3}}{2\pi\sqrt{2}} \cdot U_s = 0,827 \cdot U_s \quad (2.3)$$

W rzeczywistym przekształtniku wartość ta jest nieco mniejsza i zależy od rodzaju zastosowanych łączników. Wiąże się to z koniecznością ograniczenia maksymalnego współczynnika wypełnienia przebiegu sterującego, gdyż tranzystory nie są w stanie bezzwłocznie przechodzić z jednego stanu w drugi. W przypadku całkowitego wypełnienia przebiegu sterującego, w obwodzie prądowym dochodziłoby do zwarć przez łączniki tej samej gałęzi mostka. Maksymalna głębokość modulacji wynika z czasu wyłączenia zastosowanych łączników:

$$M_{\max} = \left| 2 \left(\frac{t_w}{T_s} \right) - 1 \right| \quad (2.4)$$

gdzie:

t_w – czas wyłączenia kluczy

T_s – okres składowej podstawowej

Dla przekształtnika z mostkiem 6D, zasilającego silnik o parametrach znamionowych ($U=400V$, $f=50Hz$), sterowanie częstotliwościowe MSI ($U/f_s=const.$) można uzyskać dla granicznej częstotliwości $f_g=0,827 \cdot 50Hz=41,3Hz$. Wyższe wartości częstotliwości granicznej są możliwe do osiągnięcia przy zachowanym warunku $U/f_s=const.$ poprzez rezygnację z metody MSI (rys. 2.6). Przejście wartości napięcia ze strefy MSI do nadmodulacji wykonywane jest technicznie przez zastąpienie sygnału modulującego sinusoidalnego sygnałem trapezowym lub nałożeniem trzeciej harmonicznej na modulujący przebieg sinusoidalny [29]. Podczas pracy silnika przy niskiej częstotliwości i sterowaniu $U/f_s=const.$ często występuje niestabilność prędkości obrotowej. Powodem może być niestabilność momentu obciążenia, bądź zbyt niski

moment obrotowy silnika. Rozwiązaniem tego problemu jest zwiększenie momentu obrotowego dla niskich częstotliwości (podbicie momentu). W praktyce polega to na zmianie dotychczas liniowej charakterystyki $U=f(f_s)$ i utrzymaniu minimalnej wartości napięcia na odpowiednio wysokim poziomie, gdy częstotliwość przybiera niskie wartości.

2.2 Ogólna charakterystyka sygnałów napięć i prądów w układach przekształtnikowych.

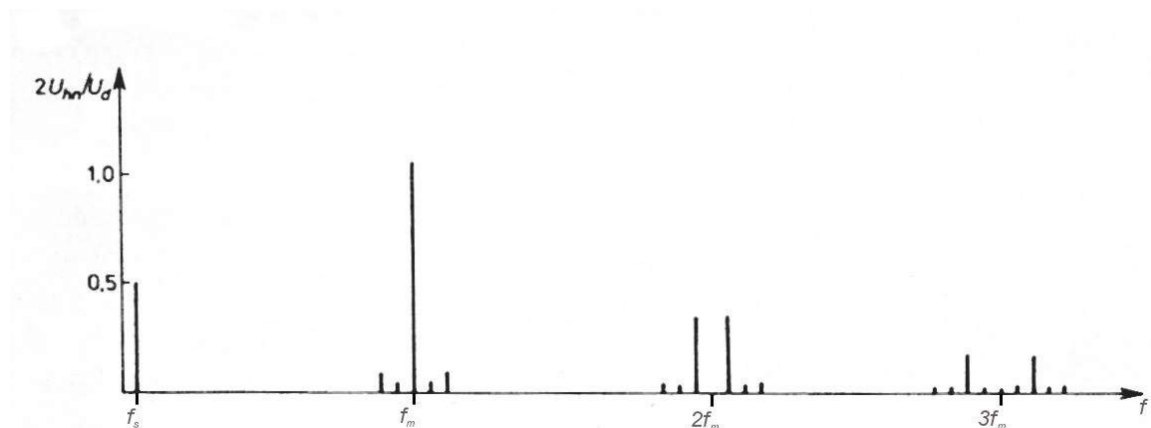
Przekształtnik energoelektroniczny tranzystorowy generuje na wyjściu napięcie w postaci trójfazowych ciągów impulsów prostokątnych (rys. 2.2). To powoduje, że napięcie wyjściowe zawiera, oprócz użytecznej składowej podstawowej również składowe zakłócające o częstotliwościach pochodnych częstotliwości modulacji. Jednym ze sposobów analizy przebiegów napięcia wyjściowego falownika jest ocena widma harmonicznego. Do jego wyznaczenia używany jest podwójny szereg Fouriera. Napięcie wyjściowe przekształtnika przy modulacji naturalnej opisuje się jako funkcję dwóch zmiennych $F(x, y)$, przy czym:

$$x = \omega_s t, \quad y = \omega_n t \quad (2.5)$$

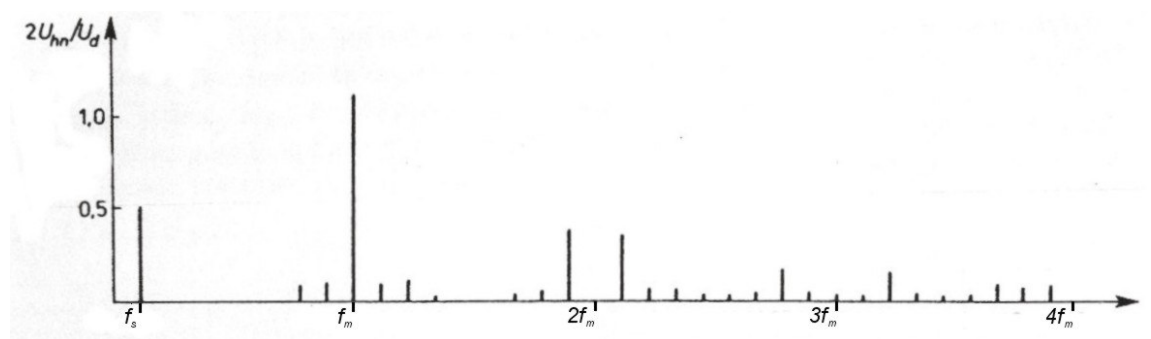
gdzie ω_s, ω_n - odpowiednio pulsacje sygnału modulującego i nośnego. Szczegółowa analiza widma przeprowadzona została w pracach [7, 29]. Na ich podstawie można stwierdzić, że głównymi składnikami widma napięcia PWM są:
częstotliwość podstawowa (f_s)
wyższe harmoniczne częstotliwości podstawowej
częstotliwość modulacji (nośna f_m)
wyższe harmoniczne częstotliwości nośnej
wstęgi boczne wokół częstotliwości nośnej oraz wyższych harmonicznym częstotliwości nośnej.

W przypadku modulacji regularnej trudno jest wyciągnąć ogólne wnioski z równań podwójnego szeregu Fouriera. Do zastosowań technicznych stosuje się prosty trygonometryczny szereg Fouriera o okresie 2π , z uwagi na znaczne zmniejszenie nakładu obliczeń. W takim postępowaniu nie uwzględnia się jednak subharmonicznych częstotliwości podstawowej. Szereg trygonometryczny nie

uwzględnia również ewentualnej składowej stałej, która jednak nie występuje podczas normalnej pracy obwodu falownika *MSI*.



Rysunek 2.7. Widmo harmonicznego napięcia wyjściowego falownika przy modulacji regularnej symetrycznej dla $M=0,5$, $f_m/f_s=9$. Oznaczenia: U_{hn} - amplituda kolejnej harmonicznej, $U_d/2$ - amplituda składowej podstawowej [7].

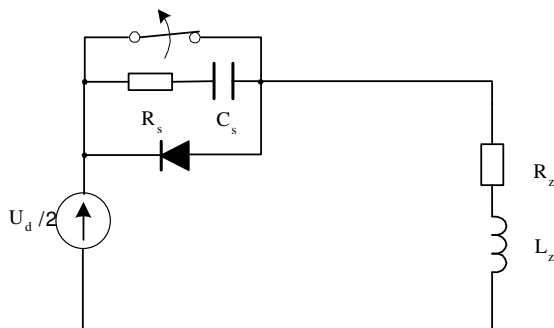


Rysunek 2.8. Widmo harmonicznego napięcia wyjściowego falownika przy modulacji regularnej symetrycznej dla $M=0,5$, $f_m/f_s=18$ [7].

Skład oraz wartość amplitud poszczególnych składowych zależy od stosunku częstotliwości modulacji do częstotliwości modulującej (podstawowej) oraz od współczynnika głębokości modulacji (**M**). Znaczne ograniczenie liczby składowych zakłócających można osiągnąć poprzez zwiększenie stosunku f_m/f_s . Dla jego wysokiej wartości rozkład widma staje się „dyskretny”, a większe skupiska prążków wyższych harmonicznymi znajdują się w pobliżu krotności f_m/f_s . Dla niskiej częstotliwości modulacji w stosunku do częstotliwości podstawowej, w widmie pojawiają się interharmoniczne częstotliwości modulacji. Wyższe harmoniczne $n f_m$ są z reguły szybko zbieżne do zera, natomiast pojawiają się znaczące wstęgi boczne tych częstotliwości (rys. 2.7, 2.8). Ograniczeniem technicznym nadmiernego zwiększania częstotliwości modulacji w falowniku jest osiągalna szybkość przełączeń dostępnych elementów półprzewodnikowych. Obecnie najczęściej stosowane

w falownikach tranzystory *IGBT* mogą być przełączane z maksymalną częstotliwością 20-30kHz [7, 39]. Ograniczenie to jest spowodowane niezerową pojemnością wejściową tranzystora C_{ies} oraz nieliniową pojemnością Millera C_{gc} , widzianą od strony bramki [40]. Pojemności te przy wysokiej częstotliwości modulacji są wielokrotnie przeładowywane na skutek zmieniającego się napięcia bramki. Ponieważ obciążalność prądowa wyjścia sterującego wynosi zaledwie kilkadziesiąt miliamperów, przy zbyt wysokiej częstotliwości modulacji może nie zostać osiągnięty wymagany prąd bramki, wynikający z potrzeby przeładowywania pojemności pasożytniczych. W granicznym przypadku tranzystor nie osiąga pełnego stanu przewodzenia, dyktowanego wymaganą wartością napięcia sterującego. Może to powodować wydzielanie się na tranzystorze znacznych ilości ciepła, prowadząc do jego spalania. W niektórych rozwiązaniach technicznych ogranicza się straty mocy w tranzystorach poprzez eliminację impulsów sterujących o bardzo krótkim czasie trwania. Impulsy takie mają miejsce w okolicy przejść przez zero sygnału modulującego. Udział krótkich impulsów w wartości skutecznej przebiegu wyjściowego jest znikomy, natomiast ich eliminacja powoduje zmniejszenie liczby przełączeń. Dodatkowo, wzrost zawartości harmonicznnych w przypadku ich eliminacji jest nieznaczny. W typowych falownikach przemysłowych częstotliwość modulacji mieści się w zakresie 2-16kHz [8, 26]. W niektórych przekształtnikach istnieje możliwość programowego ustawienia jej wartości. W urządzeniach użytych w badaniach na potrzeby niniejszej pracy częstotliwość modulacji ustawiona została na $f_m=8\text{kHz}$.

Amplituda składowej podstawowej jest regulowana wartością współczynnika **M**, istnieje zatem możliwość, że amplitudy wyższych składowych będą wyższe od amplitudy składowej podstawowej (rys. 2.8). Efekt ten jest szczególnie wyraźny dla niskich wartości f_s przy strategii $U/f_s=\text{const}$. Opisane powyżej cechy charakterystyczne sygnału napięcia przekształtnika *MSI* są wynikiem analiz sygnału prostokątnego o modulowanym współczynniku wypełnienia. W przypadku zasilania silnika indukcyjnego przez przekształtnik, kształt napięcia wyjściowego jest w dużej mierze efektem zachodzących w obwodzie stanów nieustalonych. Zastępując w schemacie zastępczym silnik pracujący w stabilnych warunkach, dwójnikiem $R_z L_z$, zasilany obwód można w przedstawić jak na rysunku 2.9.



Rysunek 2.9. Uproszczony schemat obwodu falownik- silnik. Oznaczenia: U_d – napięcie stałe obwodu pośredniczący, $R_z L_z$ – rezystancja i indukcyjność zastępcza silnika, $R_s L_s$ – rezystancja i indukcyjność zastępcza klucza w stanie otwartym.

W schemacie tym tranzystor zastąpiono idealnym kluczem oraz tłumikiem RC [11]. Zakładając, że obwód pośredniczący (stałoprądowy) posiada niską impedancję wyjściową, można pominąć analizę stanów nieustalonych po załączeniu klucza, gdyż odbiornik $R_z L_z$ w momencie załączania „na sieć sztywną” nie będzie generował przebiegów. Dla momentu rozłączania klucza można sformułować następujące równanie oczka:

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{R_s + R_z}{L_z} \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{L_z C_s} i(t) = 0 \quad (2.6)$$

gdzie: R_z, L_z – rezystancja i indukcyjność zastępcza silnika,
 R_s, C_s – rezystancja i pojemność tłumika.

Napięcie na zaciskach falownika jest równe spadkowi napięcia na elementach $R_z L_z$:

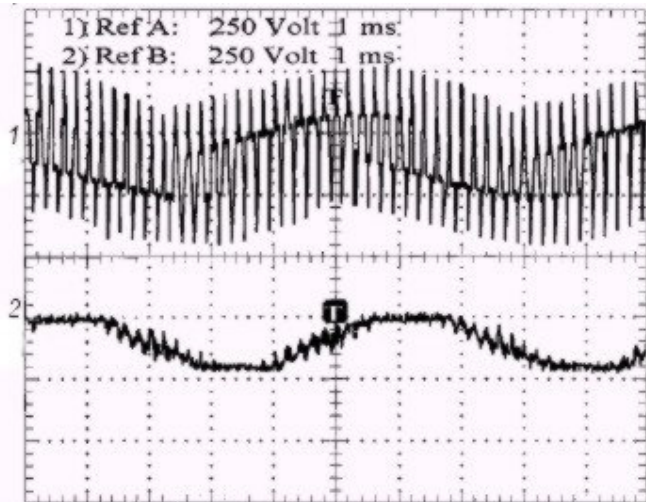
$$u(t) = R_z i(t) + L_z \frac{di(t)}{dt} \quad (2.7)$$

Charakter napięcia $u(t)$ zależy od zastępczych wartości $R_s C_s$ oraz od szybkości zmian prądu w obwodzie (di/dt). Parametry $R_s C_s$ można oszacować na podstawie danych katalogowych dla dostępnych na rynku tranzystorów *IGBT*, natomiast poważnym ograniczeniem utrudniającym otrzymanie poprawnego rozwiązania jest nieznaną wartość szybkości zmian prądu. Zależy ona bowiem od szybkości rozłączania tranzystorów *IGBT*. Według danych katalogowych [39], czasy rozwarcia tranzystorów *IGBT* wynoszą od 0,25μs do 4μs. Ponadto, w trakcie trwania procesu rozłączania zmiana napięcia na tranzystorze (du_{ce}/dt) nie jest wartością stałą. Powodem tego jest nieliniowa szybkość rekombinacji nośników mniejszościowych w likwidowanym kanale (zjawisko ogona prądowego), indukcyjność pasożytnicza

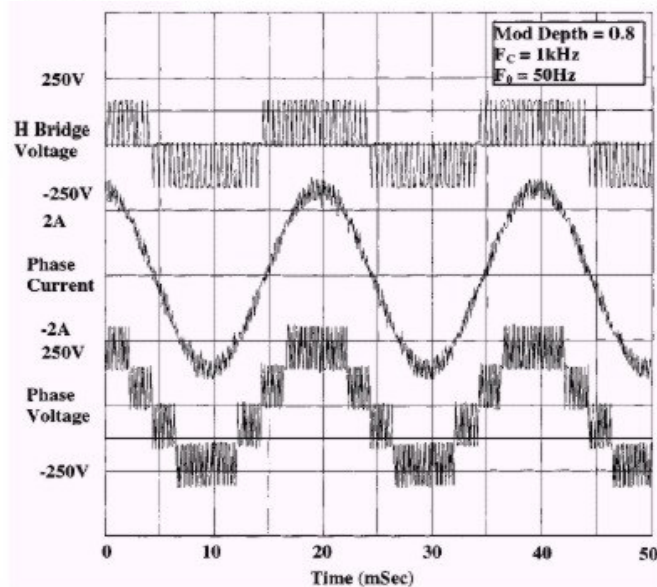
w okolicy emitera (L_{se}) oraz nieliniowa pojemność Millera C_{gc} [40]. Nieliniowość zmian prądu jest szczególnie istotna podczas symulacji układu metodami numerycznymi, gdyż uwidaczniają się wówczas znaczne błędy wyznaczania pochodnej sygnału dyskretnego. Istotą powstawania przebiegów w obwodzie z indukcyjnością jest próba „niedopuszczenia” przez indukcyjność silnika przerwania ciągłości prądu. Powoduje to, że w momencie rozwarcia klucza cewka generuje napięcie o wysokiej amplitudzie i polaryzacji przeciwnej do napięcia zasilającego. Układ z rysunku 2.9 odpowiada schematowi zastępczemu działającemu w jednym półokresie sygnału wyjściowego. W drugim półokresie na schemacie zastępczym zmienia się kierunek napięcia $U_d/2$ oraz klucza wraz z osprzętem. Na tej podstawie można stwierdzić, że polaryzacja impulsów przebiegów będzie zawsze przeciwna do polaryzacji chwilowej wartości składowej podstawowej napięcia wyjściowego. Dokładne określenie wartości przebiegu zależy od szczególnego rozwiązania równania 2.7, co wykracza poza zakres niniejszej pracy. Charakter napięcia wyjściowego zależy od zastosowanych tranzystorów, techniki modulacji, długości przewodu zasilającego silnik oraz parametrów silnika. Znaczenie ma również ewentualne zastosowanie filtra, według standardu EMV (*Elektromagnetische Verträglichkeit*), lub ograniczników przebiegów [30, 38]. W obwodach falowników nie wyposażonych w dodatkowe filtry, wyjściowe przebiegi mogą osiągać wartości wyższe od 1kV. Powoduje to konieczność zastosowania silnika oraz osprzętu łączeniowego o wyższej wytrzymałości elektrycznej izolacji, niż w urządzeniach przewidzianych do zasilania z sieci energetycznej 230/400V. Filtry stosowane w układach przekształtnikowych (standard EMV) mają na celu dostosowanie tych układów do wymagań dyrektywy UE, dotyczącej kompatybilności elektromagnetycznej. Zmniejszają one znacząco wartości przebiegów w obwodzie wyjściowym falownika oraz liczbę harmonicznym prądu odbiornika. W typowym rozwiązaniu technicznym są to filtry LCL typu T [36]. Zastosowanie dodatkowej indukcyjności w obwodzie prądowym powoduje jednak zmniejszenie maksymalnej mocy zasilanego silnika oraz zakresu częstotliwości pracy przekształtnika. Moc ta limitowana jest spadkiem napięcia na cewce przy określonym napięciu obwodu DC, co sprawia, że indukcyjność musi mieć ograniczoną wartość. Z drugiej jednak strony, większa wartość indukcyjności chroni tranzystory przed udarami prądowymi spowodowanymi zmianami napięcia kondensatora, będącego w gałęzi poprzecznej filtra. Powoduje to, że filtry LCL znajdują zastosowanie szczególnie w obwodach

o stałej częstotliwości wyjściowej, bądź o częstotliwości zmieniającej się w niewielkim zakresie. Przykładem zastosowania tego rozwiązania jest podłączenie elektrowni wiatrowej do systemu elektroenergetycznego z pośrednim obwodem DC [36]. W przekształtnikach przemysłowych małej i średniej mocy filtry LCL w większości przypadków są używane jako wyposażenie opcjonalne [8, 26]. Rysunek 2.10 pokazuje wpływ filtracji LCL na kształt przebiegu napięcia międzyfazowego na wyjściu przekształtnika. Wynika z niego, że ponad dwukrotnie wyższe od amplitudy składowej podstawowej wartości przebiegów mogą zostać skutecznie odfiltrowane tak, że w napięciu na zaciskach silnika pozostaje jedynie składowa podstawowa i około 10% szum.

W większości publikacji wyraźny nacisk kładziony jest nie na przebiegi napięć wyjściowych falownika lecz na przebiegi prądów w obwodzie odbiornika [28, 31, 36, 39]. Jest to spowodowane faktem, że w przypadku odpowiedniego doboru przekształtnika do danego napędu silnikiem, osiąganym celem jest uzyskanie sinusoidalnego przebiegu prądu w uzwojeniach silnika [11]. Prądy te wprawdzie zawierają również wyższe składowe zakłócające, lecz wskaźnik THD wynosi zaledwie kilka procent [28, 31, 36, 39]. Przedstawiane w niektórych publikacjach oscylogramy pokazujące przebiegi napięcia dotyczą konkretnego obwodu i nie są charakterystyczne dla wszystkich urządzeń falownik *MSI* – silnik. Często pojawiające się w rozmaitych pracach „ogólne” lub „typowe” przebiegi napięć *MSI* mają kształt prostokątny, zmodulowany. Przebiegi te dotyczą jednak w rzeczywistości stanu jałowego, bądź obciążenia przekształtnika rezystancją. Należy jednak w tym miejscu jeszcze raz podkreślić, że przebieg napięcia na odbiorniku RL wynika z przebiegu prądu płynącego przez ten odbiornik, a nie jest wielkością bezpośrednio wynikającą z kształtu sygnału sterującego bramkami tranzystorów. Wypada również wspomnieć, że niektóre programy symulacyjne stosują uproszczone algorytmy wyznaczania przebiegów wyjściowych w układach przekształtnikowych. Przykładem takiego rozwiązania jest wirtualny falownik „*universal bridge*”, dostępny w bibliotece „*SimPowerSystems*” pakietu Matlab R13. W tym przypadku napięcie międzyfazowe na wyjściu urządzenia przedstawiane jest jako przebieg prostokątny zmodulowany, niezależnie od charakteru podłączonego odbiornika (rys. 2.11).



Rysunek 2.10. Przykładowy przebieg napięcia międzyfazowego falownika bez filtracji (1) oraz za filtrem LCL (2) [27].



Rysunek 2.11. Przykładowy przebieg napięcia międzyfazowego falownika bez filtracji (1), prądu (2) oraz napięcia fazowego (3) [28].

Prawdopodobną przyczyną takiego zachowania programu jest implementacja falownika z tej biblioteki jako źródła idealnego, zarówno w stanie przewodzenia, jak i w stanie przerwy. W tym ostatnim przypadku, zastępcza siła elektromotoryczna źródła jest równa 0, co uniemożliwia symulację rzeczywistych stanów przejściowych układu przy działaniu zewnętrznej siły elektromotorycznej, włączonej po stronie odbiornika. Wady tej pozbawiony jest układ złożony z pojedynczych tranzystorów lub kluczy idealnych, znajdujących się również w tej bibliotece. Układ ten wymaga jednak implementacji dodatkowych zjawisk jak np. opóźnienia czasu załączania poszczególnych par tranzystorów. Jego zastosowanie uniemożliwia ponadto dyskretyzację czasu symulacji, co powoduje niekompatybilność z większością elementów sterujących oraz portów wejścia/wyjścia. Z tego powodu, często bezkrytycznie stosuje się gotowy „bloczek”, modelujący cały falownik, bez zwracania

uwagi na realność uzyskiwanych wyników. Ponieważ Matlab jest programem powszechnie używanym do wykonywania symulacji, należy przypuszczać że publikowane w wielu pracach przebiegi, uzyskane w wyniku symulacji, zawierają opisane błędy. Badania przeprowadzone na potrzeby niniejszej pracy oparte zostały głównie na podstawie przebiegów napięć zarejestrowanych na wyjściu dwóch różnych przekształtników *MSI*. Przekształtniki te zostały zaprogramowane do pracy z maksymalną częstotliwością wyjściową 50Hz, a przebiegi w stanie nadmodulacji zostały wygenerowane za pomocą programu Matlab. Przebieg napięcia międzyfazowego uzyskano na podstawie zależności 2.7, przy poprawnie wyznaczonym przebiegu prądu. Szczegółowy opis postępowania przy symulacjach oraz uzyskane i zarejestrowane przebiegi przedstawiono w rozdziale 7.

3 Wymagania stawiane metodom cyfrowego wyznaczania częstotliwości

Wymagania stawiane układom pomiaru częstotliwości są zależne od ich zastosowania. Ta grupa układów pomiarowych jest używana głównie w automatyce napędu. Dla takiego zastosowania, pomiar częstotliwości powinien być dokonywany w maksymalnie krótkim czasie, z minimalnym błędem i w stosunkowo szerokim zakresie zmian częstotliwości. Założenia te są niestety sprzeczne z sobą [13, 25]. Z tego powodu algorytmy pomiarowe budowane są na bazie pewnego kompromisu między żądaną dokładnością, a szybkością działania. W przypadku zastosowań w automatyce mówimy o układach czasu rzeczywistego. W cyfrowych układach pomiarowych na całkowity czas pomiaru składają się: czas próbkowania założonego fragmentu sygnału oraz czas obliczeń numerycznych. W dobie współczesnych procesorów sygnałowych czas obliczeń numerycznych jest wielokrotnie niższy od czasu potrzebnego na spróbkowanie określonej liczby okresów sygnału. W układach charakteryzujących się niewielkim zakresem zmian częstotliwości, najczęściej operuje się oknem pomiarowym o stałej, optymalnej dla danego algorytmu liczbie próbek M . Dla takiego przypadku łączny czas pomiaru jest łatwy do określenia, gdyż zarówno czas próbkowania, jak i obliczeń są powtarzalne w każdym następnym pomiarze. W układach o znamionowej częstotliwości 50Hz zakłada się 5 okresowy czas odpowiedzi metody pomiarowej, co odpowiada 0,1s [13]. Z inną sytuacją mamy do czynienia w układach przekształtnikowych, w których częstotliwość napięcia wyjściowego waha się w granicach od kilku do kilkuset herców. Ustalenie wówczas stałego kryterium czasowego dla całego zakresu częstotliwości wiązałoby się z koniecznością dostosowania go do najniższej mierzonej częstotliwości, gdyż dla takiej częstotliwości najdłużej trwałoby próbkowanie. W takim przypadku można by założyć, że czas pomiaru powinien być równy określonej liczbie okresów badanego sygnału. Przy takim założeniu czas nie jest stały, lecz zależy od częstotliwości badanego sygnału. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że pomijalny z punktu widzenia pomiaru niskich częstotliwości czas obliczeń numerycznych może stać się znaczący w przypadku wysokich częstotliwości. Z tego powodu, w niniejszej pracy proponuje się mieszane kryterium, dotyczące czasu odpowiedzi metod pomiarowych. Kolejnym ważnym parametrem jest dokładność wyznaczenia żądanego parametru [13, 25]. Stosując do obliczeń metody numeryczne, z reguły żądanie zmniejszenia

błędu przetwarzania wiąże się z wydłużeniem czasu odpowiedzi. Wynika to z konieczności rozbudowania modelu matematycznego, uwzględniając większą liczbę wielkości wejściowych, lub pobraniem większej liczby próbek danej wielkości wejściowej [13]. Stawianie natomiast zbyt wygórowanych wymagań co do czasu oraz dokładności pomiaru cyfrowego, powoduje znaczne zwiększenie kosztów związanych z koniecznością zastosowania szybszych układów rejestrujących oraz przeprowadzających obliczenia numeryczne. Brak jest dostępnych w literaturze wytycznych, dotyczących dokładności oraz czasu odpowiedzi metod pomiaru częstotliwości w układach przekształtnikowych PWM. Wymagania te należy przyjąć w zależności od zastosowania zasilanego napędu. W niniejszej pracy przyjęto następujące warunki, dotyczące jakości projektowanych metod pomiaru częstotliwości:

- średni względny błąd pomiaru w całym zakresie pomiarowym powinien być niższy od 1%,
- maksymalny błąd pomiaru w całym zakresie pomiarowym powinien być niższy od 5%,
- czas pojedynczego pomiaru powinien odpowiadać co najwyżej pięciu okresom składowej podstawowej (dla częstotliwości wyższych od 100Hz czas ten może zostać wydłużony),
- metody pomiarowe powinny być niewrażliwe na istniejące w sygnale przebiegi.

4 Wybrane modele estymacyjne

4.1 Model Prony'ego.

Model estymacyjny zaproponowany przez francuskiego matematyka de Prony'ego należy do grupy modeli parametrycznych, co oznacza konieczność założenia jego rzędu (p) przed rozpoczęciem obliczeń. Istota jego działania polega na aproksymacji sygnału, za pomocą sumy funkcji wykładniczych o wykładnikach zespolonych.

4.1.1 Zależności ogólne.

Przyjmując M wartości próbek $x[1] \dots x[M]$ badana funkcja może być aproksymowana funkcją dyskretną $y[n]$ [5, 13, 17, 19]:

$$y[n] = \sum_{k=1}^p A_k e^{(\alpha_k + j\omega_k)(n-1)T_p + j\psi_k} \quad (4.1)$$

gdzie:

$n=1, 2 \dots M,$

T_p - okres próbkowania,

A_k - amplituda,

α_k - wsp. tłumienia,

ω_k - pulsacja,

ψ_k - faza początkowa.

Oznaczając :

$$h_k = A_k \cdot e^{j\psi_k} \quad (4.2)$$

$$z_k = e^{(\alpha_k + j\omega_k)T_p} \quad (4.3)$$

równanie (4.1) można przedstawić jako:

$$y[n] = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad (4.4)$$

W przypadku sygnału rzeczywistego, błąd wyznaczenia konkretnej próbki wynosi:

$$\varepsilon[n] = x[n] - y[n] \quad (4.5)$$

Zadanie polega na minimalizacji błędu średniokwadratowego E , określonego jako:

$$E = \sum_{n=1}^M |\varepsilon[n]|^2 = \sum_{n=1}^M \left[x[n] - \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \right]^2 \quad (4.6)$$

Jest to problem nieliniowy, który może zostać rozwiązany przy pomocy wielomianu Prony'ego [10, 13]. Chcąc wyznaczyć parametry sygnału niezakłóconego szumem, należy ustawić minimalną liczbę próbek równą $M=2p$ [13]. W tym idealnym przypadku równanie 4.5 jest równe zero, więc:

$$x[n] = \sum_{k=1}^p h_k z_k^{n-1} \quad (4.7)$$

można poszukiwać pierwiastków z_k wielomianu:

$$F(z) = (z - z_1) \cdot (z - z_2) \cdot \dots \cdot (z - z_p) = \prod_{k=1}^p (z - z_k) \quad (4.8)$$

Powyższy wielomian można przedstawić w postaci sumy o współczynnikach zespolonych:

$$F(z) = \sum_{m=0}^p a_0 z^p + a_1 z^{p-1} + \dots + a_{p-1} z + a_p = \sum_{m=0}^p a_m z^{p-m} \quad (4.9)$$

Dokonując przekształceń, omówionych w pracy [13], otrzymuje się równania dla $n = p+1, p+2, p+3, \dots, 2p$:

$$\sum_{m=0}^p a_m x_{n-m} = 0 \quad (4.10)$$

W zapisie macierzowym równanie to można przedstawić w postaci:

$$\begin{bmatrix} x_p & x_{p-1} & \dots & x_1 \\ x_{p+1} & x_p & \dots & x_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{2p-1} & x_{2p-2} & \dots & x_p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_{p+1} \\ x_{p+2} \\ \vdots \\ x_{2p} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Rozwiązując układ równań (4.11) ze względu na a_k , na podstawie $M=2p$ próbek, uzyskuje się współczynniki równania charakterystycznego (4.9). Znalezione

pierwiastki tego równania służą do wyznaczenia parametrów sygnału α_k i ω_k według poniższych zależności:

$$\alpha_k = f_p \cdot \ln|z_k| \quad (4.12)$$

$$\omega_k = f_p \cdot \arctg\left(\frac{\text{Im}(z_k)}{\text{Re}(z_k)}\right) \quad (4.13)$$

W celu wyznaczenia zespolonej amplitudy należy rozwiązać równanie (4.7) przedstawione poniżej w postaci macierzowej, ze względu na h_k :

$$\begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \dots & z_p^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \dots & z_p^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{p-1} & z_2^{p-1} & \dots & z_p^{p-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Szukane wartości parametrów wynoszą odpowiednio:

$$A_k = |h_k| \quad (4.15)$$

$$\psi_k = \arctg\left(\frac{\text{Im}(h_k)}{\text{Re}(h_k)}\right) \quad (4.16)$$

W przypadku sygnału zakłóconego szumem, liczba próbek potrzebna do wyznaczenia jego parametrów powinna być $M > 2p$, wówczas równanie (4.10) przybiera postać:

$$\sum_{m=0}^p a_m x_{n-m} = e_n \quad (4.17)$$

dla:

$$n=p+1, p+2, \dots, M$$

$$E = \sum_{n=1}^M |\varepsilon[n]|^2 \quad (4.18)$$

Problem sprowadza się do rozwiązania nadokreślonego układu równań postaci:

$$\begin{bmatrix} x_p & x_{p-1} & \cdots & x_1 \\ x_{p+1} & x_p & \cdots & x_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{2p-1} & x_{2p-2} & \cdots & x_p \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{M-1} & x_{M-2} & & x_{M-p} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x_{p+1} \\ x_{p+2} \\ \vdots \\ x_{2p} \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Do rozwiązania powyższego układu równań można zastosować metodę najmniejszych kwadratów [20]. Poszukiwany wektor współczynników a_k służy do wyznaczenia parametrów α_k i ω_k według zależności (4.12) i (4.13). Dalszy ciąg postępowania jest identyczny do opisanego dla $M=2p$.

4.1.2 Propozycja implementacji [5].

Z pobranych próbek sygnału $[x_1, x_2, \dots, x_M]$ definiowane są wektory:

$$\mathbf{X}_{w0} = [x_p \quad x_{p-1} \quad \cdots \quad x_1] \quad (4.20)$$

$$\mathbf{X}_{k0} = \begin{bmatrix} x_p \\ x_{p+1} \\ \vdots \\ x_{M-1} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$\mathbf{X}_{k1} = \begin{bmatrix} -x_{p+1} \\ -x_{p+2} \\ \vdots \\ -x_M \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\mathbf{X}_{k2} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Na podstawie wektorów \mathbf{X}_{w0} i \mathbf{X}_{k0} tworzona zostaje macierz Toeplitz'a \mathbf{T} [11, 20]:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} x_p & x_{p-1} & \cdots & x_1 \\ x_{p+1} & x_p & \cdots & x_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{2p-1} & x_{2p-2} & \cdots & x_p \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{M-1} & x_{M-2} & & x_{M-p} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Rozwiązując układ równań:

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{X}_{k1} \quad (4.25)$$

otrzymuje się wektor współczynników wielomianu $\mathbf{A}=[a_1 \ a_2 \dots a_p]^T$. Jego pierwiastki zawierają informacje o częstotliwościach i współczynnikach tłumienia poszczególnych składowych badanego sygnału, zgodnie z równaniami (4.12) i (4.13). Dodatkowo, na podstawie wektora pierwiastków $\mathbf{Z}=[z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_p]^T$ tworzy się macierz Vandermonde'a \mathbf{V} : [11].

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} z_1^{p-1} & z_1^{p-2} & \cdots & z_1^0 \\ z_2^{p-1} & z_2^{p-2} & \cdots & z_2^0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_p^{p-1} & z_p^{p-2} & \cdots & z_p^0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Wektor \mathbf{H} otrzymuje się rozwiązując układ równań:

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{X}_{k2} \quad (4.27)$$

gdzie:

$$\mathbf{H} = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_p]^T \quad (4.28)$$

Amplitudy i fazy początkowe poszczególnych składowych wyznacza się z zależności (4.15) i (4.16). Powyższa metoda rozpoznaje składowe harmoniczne jako dwie składowe wykładnicze o przeciwnych częstotliwościach i zmniejszonych o połowę amplitudach.

4.2 Model estymacyjny pierwszego rzędu.

Model estymacyjny opisany w poprzednim paragrafie umożliwia wyznaczenie parametrów dowolnej, założonej wcześniej liczby składowych zawartych w sygnale, jednak wiąże się to ze zwiększeniem czasu obliczeń. W rzeczywistych sygnałach napięcia czy prądu składowe aperiodyczne można pominąć, co znacznie upraszcza model obliczeniowy. Zakładając, że badany sygnał został wstępnie poddany filtracjom antyaliasingowej oraz separującej składowe wyższej częstotliwości, do wyznaczenia częstotliwości podstawowej składowej f_s można użyć modelu pierwszego rzędu dla sygnałów okresowych.

4.2.1 Metoda bazująca na zmodyfikowanej metodzie Prony'ego pierwszego rzędu.

Podany w oknie sygnał w postaci próbek $x[1]...x[M]$ można aproksymować funkcją [10, 13]:

$$y[n] = A_1 \cdot \cos(n\omega_1 T_p + \psi_1) \quad (4.29)$$

gdzie:

n- nr próbki

A_1 -amplituda

ω_1 - pulsacja

ψ_1 - faza początkowa podstawowej składowej

T_p - okres próbkowania

Podstawiając:

$$z_1 = e^{j\omega_1 T_p} \quad (4.30)$$

$$b = \frac{A_1}{2} e^{j\psi_1} \quad (4.31)$$

równanie (4.29) można przedstawić jako:

$$y[n] = bz_1^n + b^* z_1^{*n} \quad (4.32)$$

gdzie: * oznacza sprzężenie liczby zespolonej.

Problem polega na znalezieniu takich wartości b i z , aby błąd (4.5) dla $y[n]$ określonego zależnością (4.29) był minimalny. Model Prony'ego bazuje na minimalizacji błędu średniokwadratowego, określonego jako:

$$E = \sum_{n=2}^{M-1} (e[n])^2 \quad (4.33)$$

gdzie:

$$e[n] = \sum_{k=0}^2 (a_k \cdot \varepsilon[k+n-1]) \quad (4.34)$$

Pierwiastki wielomianu $F(z)$

$$F(z) = a_0(z - z_1)(z - z_1^*) = \sum_{k=0}^2 a_k z^{2-k} \quad (4.35)$$

są funkcją częstotliwości badanego sygnału. Stąd:

$$\sum_{k=0}^2 (a_k \cdot y[k+n-1]) = 0 \quad (4.36)$$

oraz

$$e[n] = \sum_{k=0}^2 (a_k \cdot x[k+n-1]) \quad (4.37)$$

dla $n=2 \dots M-1$

W zapisie liniowym równanie (4.37) wygląda następująco:

$$e[n] = a_0 x[n-1] + a_1 x[n] + a_2 x[n+1] \quad (4.38)$$

Pierwiastki wielomianu $F(z)$ mają moduł równy 1, zgodnie z (4.30). Współczynniki a_0 i a_2 są symetryczne względem a_1 . Skoro $a_0=a_2$, można zamiast równania (4.38) stosować równanie:

$$e[n] = a_0 x[n-1] + a_1 x[n] + a_0 x[n+1] \quad (4.39)$$

Ponadto można zmodyfikować wartość a_0 tak, aby $a_1=1$. Wówczas równanie (4.39) przyjmuje postać:

$$e[n] = a_0 (x[n-1] + x[n+1]) + x[n] \quad (4.40)$$

Zadanie polega na minimalizacji wartości błędu określonego równaniem (4.33), które po uwzględnieniu (4.40) przyjmuje postać:

$$E = \sum_{n=2}^{M-1} [a_0(x[n-1] + x[n+1]) + x[n]]^2 \quad (4.41)$$

Równanie (4.41) można traktować jako funkcję $E=f(a_0)$, która osiąga minimum dla miejsca zerowego pochodnej:

$$\frac{\partial E}{\partial a_0} = 0 \Leftrightarrow \sum_{n=2}^{M-1} 2[a_0(x[n-1] + x[n+1]) + x[n]] \cdot (x[n-1] + x[n+1]) = 0 \quad (4.42)$$

$$\sum_{n=2}^{M-1} [x[n] \cdot (x[n+1] + x[n-1])] + a_0 \cdot \sum_{n=2}^{M-1} [x[n+1] + x[n-1]]^2 = 0 \quad (4.43)$$

Szukana wartość a_0 wynosi:

$$a_0 = \frac{\sum_{n=2}^{M-1} ((x[n-1] + x[n+1]) \cdot x[n])}{\sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1])^2} \quad (4.44)$$

Wielomian (4.35) można zapisać w postaci:

$$z^2 + \frac{1}{a_0} z + 1 = 0 \quad (4.45)$$

Jego pierwiastki z_1, z_2 wynoszą:

$$z_{1,2} = e^{\pm j\omega_1 T_p} = \cos(\omega_1 T_p) \pm j \sin(\omega_1 T_p) \quad (4.46)$$

a ponadto:

$$z_{1,2} = -\frac{1}{2a_0} \pm j \sqrt{1 - \frac{1}{4a_0^2}} \quad (4.47)$$

Szukana częstotliwość sygnału wynosi:

$$f = \frac{1}{2\pi T_p} \arccos \left(\frac{\sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1])^2}{2 \sum_{n=2}^{M-1} ((x[n-1] + x[n+1]) \cdot x[n])} \right) \quad (4.48)$$

4.2.2 Metody bazujące na optymalizacji rozwiązania jednoznacznego.

Zakładając, że badany sygnał jest sinusoidalny i nie zawiera zakłóceń, można w sposób jednoznaczny wyznaczyć jego parametry (A , ω , ψ), dysponując zaledwie trzema próbkami. Jednoznaczność rozwiązania zachodzi przy założeniu, iż próbki te znajdują się w jednym okresie rozważanego sygnału. Badany sygnał można przedstawić równaniem 4.29. Rozkładając ten sygnał na składowe ortogonalne otrzymujemy:

$$y[n] = A \cdot \cos(n\omega T_p) + B \cdot \sin(n\omega T_p) \quad (4.49)$$

gdzie:

$$A = A_1 \cdot \sin(\psi_1) \quad (4.50)$$

$$B = A_1 \cdot \cos(\psi_1) \quad (4.51)$$

Dla dowolnych próbek $x[0]$, $x[1]$, $x[2]$, leżących na obwiedni przebiegu w odstępach T_p można przyjąć, że są one równe ich odpowiednikom $y[0]$, $y[1]$, $y[2]$, a ponadto:

$$\begin{cases} x[0] = A \\ x[1] = A \cdot \cos(\omega T_p) + B \cdot \sin(\omega T_p) \\ x[2] = A \cdot \cos(2\omega T_p) + B \cdot \sin(2\omega T_p) \end{cases} \quad (4.52)$$

Podstawiając:

$$x[0] + x[2] = A(1 + \cos(2\omega T_p)) + B \sin(2\omega T_p) \quad (4.53)$$

otrzymuje się:

$$\begin{aligned} x[0] + x[2] &= 2A \cos^2(\omega T_p) + 2B \sin(\omega T_p) \cos(\omega T_p) = \\ &= 2 \cos(\omega T_p) [A \cos(\omega T_p) + B \sin(\omega T_p)] \end{aligned} \quad (4.54)$$

Wyrażenie w nawiasie kwadratowym, zgodnie z zależnością (4.52) jest równe $x[1]$, więc

$$x[0] + x[2] = 2 \cdot \cos(\omega T_p) \cdot x[1] \quad (4.55)$$

oraz

$$\cos(\omega T_p) = \frac{x[0] + x[2]}{2x[1]} \quad (4.56)$$

stąd:

$$\omega = \frac{1}{T_p} \arccos\left(\frac{x[0] + x[2]}{2x[1]}\right) \quad (4.57)$$

Równanie 4.57 pozwala w sposób jednoznaczny określić częstotliwość sygnału sinusoidalnego, na podstawie trzech próbek. W celu wyznaczenia częstotliwości sygnału zakłóconego szumem należy dysponować większą liczbą próbek niż $M=3$. Wyznaczenie częstotliwości dla tego przypadku bazuje na rozwiązaniu jednoznacznym 4.57. Zakładając, że

$$\frac{x[0] + x[2]}{2x[1]} = a \quad (4.58)$$

wówczas:

$$x[0] + x[2] = 2x[1] \cdot a \quad (4.59)$$

$$x[0] + x[2] - 2x[1] \cdot a = 0 \quad (4.60)$$

Zależność ta jest słuszna dla każdej trójki posobnych próbek, spełniających założenia opisane na wstępie paragrafu:

$$x[n-1] + x[n+1] - 2x[n] \cdot a = 0 \quad (4.61)$$

Dysponując sygnałem fizycznym lewa strona równania (4.60) jest różna od zera

$$x[n-1] + x[n+1] - 2x[n] \cdot a = \varepsilon_1[n] \quad (4.62)$$

Problem polega na minimalizacji średniokwadratowej błędu, ze względu na a:

$$E_1 = \sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1] - 2x[n] \cdot a)^2 \quad (4.63)$$

$$E = E_{\min} \Leftrightarrow \frac{\partial E}{\partial a} = 0 \quad (4.64)$$

a stąd

$$\frac{\partial}{\partial a} \left(\sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1] - 2x[n] \cdot a)^2 \right) = 0 \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a} \left(\sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1] - 2x[n] \cdot a)^2 \right) &= \\ &= \sum_{n=2}^{M-1} 2(x[n-1] + x[n+1] - 2x[n] \cdot a) \cdot (-2x[n]) \end{aligned} \quad (4.66)$$

oraz:

$$2a \sum_{n=2}^{M-1} x^2[n] = \sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1]) \cdot x[n] \quad (4.67)$$

Poszukiwany współczynnik a wynosi

$$a = \frac{\sum_{n=2}^{M-1} [(x[n-1] + x[n+1]) \cdot x[n]]}{2 \sum_{n=2}^{M-1} x^2[n]} \quad (4.68)$$

zaś częstotliwość

$$f = \frac{1}{2\pi T_p} \arccos \left(\frac{\sum_{n=2}^{M-1} [(x[n-1] + x[n+1]) \cdot x[n]]}{2 \sum_{n=2}^{M-1} x^2[n]} \right) \quad (4.69)$$

Zależność (4.69), w dalszej części pracy będzie nazywana **modelem A**.

Przekształcając zależność (4.58) do postaci:

$$\frac{x[0] + x[2]}{2x[1]} - a = 0 \quad (4.70)$$

można, dla dowolnych próbek sygnału rzeczywistego napisać:

$$\frac{x[n-1] + x[n+1]}{2x[n]} - a = \varepsilon_2[n] \quad (4.71)$$

W celu minimalizacji błędu:

$$E_2 = \sum_{n=2}^{M-1} \left(\frac{x[n-1] + x[n+1]}{2x[n]} - a \right)^2 \quad (4.72)$$

należy przyrównać pochodną do zera:

$$\frac{\partial}{\partial a} \left(\sum_{n=2}^{M-1} \left(\frac{x[n-1] + x[n+1]}{2x[n]} - a \right)^2 \right) = 0 \Leftrightarrow 2 \sum_{n=2}^{M-1} \left(\frac{x[n-1] + x[n+1]}{2x[n]} - a \right) = 0 \quad (4.73)$$

Po przekształceniach otrzymujemy:

$$\sum_{n=2}^{M-1} \left(\frac{x[n-1] + x[n+1]}{2x[n]} \right) = a \cdot \sum_{n=2}^{M-1} (1) \quad (4.74)$$

stąd szukana wartość a wynosi:

$$a = \frac{1}{M-2} \sum_{n=2}^{M-1} \left(\frac{x[n-1] + x[n+1]}{2x[n]} \right) \quad (4.75)$$

Szukaną częstotliwość wyznaczamy z zależności:

$$f = \frac{1}{2\pi T_p} \arccos \left(\frac{1}{M-2} \sum_{n=2}^{M-1} \left(\frac{x[n-1] + x[n+1]}{2x[n]} \right) \right) \quad (4.76)$$

Wzór (4.76) w dalszej części pracy będzie nazywany **modelem B**.

Podstawiając:

$$a_1 = \frac{1}{a} = \frac{1}{\cos(\omega T_p)} \quad (4.77)$$

zależność (4.58) może zostać przekształcona do postaci:

$$a_1(x[n-1] + x[n+1]) - 2x[n] = 0 \quad (4.78)$$

Dla próbek sygnału zakłóconego szumem można zapisać:

$$a_1(x[n-1] + x[n+1]) - 2x[n] = \varepsilon_3[n] \quad (4.79)$$

Dla większej liczby próbek, w celu znalezienia częstotliwości sygnału należy zminimalizować błąd określony jako:

$$E_3 = \sum_{n=2}^{M-1} (a_1 \cdot (x[n-1] + x[n+1]) - 2x[n])^2 \quad (4.80)$$

$$\frac{\partial}{\partial a_1} \left(\sum_{n=2}^{M-1} (a_1 \cdot (x[n-1] + x[n+1]) - 2x[n])^2 \right) = 0 \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial a_1} \left(\sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1] - 2x[n] \cdot a)^2 \right) &= \\ &= \sum_{n=2}^{M-1} 2((x[n-1] + x[n+1]) \cdot a - 2x[n]) \cdot (x[n-1] + x[n+1]) \end{aligned} \quad (4.82)$$

Zgodnie z zależnością (4.64), przyrównanie pochodnej do zera prowadzi do równania postaci:

$$\sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1])^2 \cdot a_1 - \sum_{n=2}^{M-1} (2x[n] \cdot (x[n-1] + x[n+1])) = 0 \quad (4.83)$$

Szukana wartość a_1 wynosi:

$$a_1 = \frac{2 \sum_{n=2}^{M-1} ((x[n-1] + x[n+1]) \cdot x[n])}{\sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1])^2} \quad (4.84)$$

zaś, zgodnie z (4.77), szukana częstotliwość wynosi:

$$f = \frac{1}{2\pi T_p} \arccos \left(\frac{\sum_{n=2}^{M-1} (x[n-1] + x[n+1])^2}{2 \sum_{n=2}^{M-1} ((x[n-1] + x[n+1]) \cdot x[n])} \right) \quad (4.85)$$

Łatwo zauważyć, że zależność (4.85) jest identyczna z (4.48), opartej na zmodyfikowanej metodzie Prony'ego pierwszego rzędu. Będzie ona w dalszej części pracy będzie nazywana **modelem C**.

Opisane powyżej algorytmy (model A, B i C) posiadają następującą wspólną cechę: z M próbek znajdujących się w oknie pomiarowym, do obliczeń brane są kolejne trójki, zgodnie z zależnością (4.57). Obliczenia wykonywane na kolejnych trójkach przez konkretne algorytmy różnią się jednak od siebie dla $M > 3$. W równaniu 4.76 wyznaczana jest średnia arytmetyczna wyników dla każdej z trójek próbek. W równaniach 4.68 i 4.85 natomiast, wykonywane są niezależnie operacje sumowania dla licznika oraz mianownika. Szczegółowe badania właściwości algorytmów (model A, B i C) przedstawione zostały w rozdziale 5.

4.3 Aproksymacja przebiegu okresowego jedną składową sinusoidalną.

Aproksymacja przebiegu jedną składową sinusoidalną należy do nieliniowej odmiany metod najmniejszych kwadratów [20]. Zakłada się, że badany sygnał opisany jest wzorem (4.49). Zadaniem aproksymacji jest znalezienie takich wartości A , B i ω , aby błąd średniokwadratowy widziany dla próbek całego okna był minimalny:

$$E = \sum_{n=1}^M \left[x[n] - A \cos(n\omega T_p) - B \sin(n\omega T_p) \right]^2 \quad (4.86)$$

Problem zostanie rozwiązany w przypadku jednoczesnego wyzerowania pochodnych cząstkowych funkcji $E=f(A,B,\omega)$:

$$\begin{cases} F_1(A, B, \omega) = 0 \\ F_2(A, B, \omega) = 0 \\ F_3(A, B, \omega) = 0 \end{cases} \quad (4.87)$$

$$F_1 = \frac{\partial E}{\partial A} = \sum_{n=1}^M \left((-2) \cdot (x[n] - A \cos(n\omega T_p) - B \sin(n\omega T_p)) \cdot \cos(n\omega T_p) \right) \quad (4.88)$$

$$F_2 = \frac{\partial E}{\partial B} = \sum_{n=1}^M \left((-2) \cdot (x[n] - A \cos(n\omega T_p) - B \sin(n\omega T_p)) \cdot \sin(n\omega T_p) \right) \quad (4.89)$$

$$F_3 = \frac{\partial E}{\partial \omega} = \sum_{n=1}^M \left((-2) \cdot (x[n] - A \cos(n\omega T_p) - B \sin(n\omega T_p)) \cdot \left(A \sin(n\omega T_p) - B \cos(n\omega T_p) \cdot n T_p \right) \right) \quad (4.90)$$

Jest to układ trzech równań nieliniowych z trzema niewiadomymi, którego rozwiązanie analityczne dla liczby próbek większej od $M=3$ jest bardzo trudne. Próbę rozwiązania numerycznego oparto na metodzie Newtona - Raphsona [20, 23, 24]. W takim przypadku należy zadać wartości początkowe (A_0, B_0, ω_0) , które będą korygowane w kolejnych iteracjach tak, aby osiągnąć możliwie najbliższe zeru wartości funkcji F_1, F_2, F_3 .

Zastępując poszczególne funkcje F_1, F_2, F_3 pierwszymi członami ich rozwinięć w szereg Taylora, otrzymujemy:

$$\begin{cases} F_1(A_0, B_0, \omega_0) + \frac{\partial F_1}{\partial A}(A - A_0) + \frac{\partial F_1}{\partial B}(B - B_0) + \frac{\partial F_1}{\partial \omega}(\omega - \omega_0) = 0 \\ F_2(A_0, B_0, \omega_0) + \frac{\partial F_2}{\partial A}(A - A_0) + \frac{\partial F_2}{\partial B}(B - B_0) + \frac{\partial F_2}{\partial \omega}(\omega - \omega_0) = 0 \\ F_3(A_0, B_0, \omega_0) + \frac{\partial F_3}{\partial A}(A - A_0) + \frac{\partial F_3}{\partial B}(B - B_0) + \frac{\partial F_3}{\partial \omega}(\omega - \omega_0) = 0 \end{cases} \quad (4.91)$$

W postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial A} & \frac{\partial F_1}{\partial B} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial F_2}{\partial A} & \frac{\partial F_2}{\partial B} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega} \\ \frac{\partial F_3}{\partial A} & \frac{\partial F_3}{\partial B} & \frac{\partial F_3}{\partial \omega} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta B \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1(A_0, B_0, \omega_0) \\ -F_2(A_0, B_0, \omega_0) \\ -F_3(A_0, B_0, \omega_0) \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

gdzie:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial A} & \frac{\partial F_1}{\partial B} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial F_2}{\partial A} & \frac{\partial F_2}{\partial B} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega} \\ \frac{\partial F_3}{\partial A} & \frac{\partial F_3}{\partial B} & \frac{\partial F_3}{\partial \omega} \end{bmatrix} - \text{macierz Jacobiego (Jakobian)}$$

Rozwiązaniem w pojedynczej iteracji układu równań (4.92) jest wektor poprawek:

$[\Delta A, \Delta B, \Delta \omega]^T$, który wyznacza się według zależności:

$$\begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta B \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial A} & \frac{\partial F_1}{\partial B} & \frac{\partial F_1}{\partial \omega} \\ \frac{\partial F_2}{\partial A} & \frac{\partial F_2}{\partial B} & \frac{\partial F_2}{\partial \omega} \\ \frac{\partial F_3}{\partial A} & \frac{\partial F_3}{\partial B} & \frac{\partial F_3}{\partial \omega} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} F_1(A_0, B_0, \omega_0) \\ F_2(A_0, B_0, \omega_0) \\ F_3(A_0, B_0, \omega_0) \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

Poszczególne wyrazy macierzy Jacobiego dla tego przypadku są określone jako:

$$\frac{\partial F_1}{\partial A} = \sum_{n=1}^M (-\cos^2(n\omega T_p)) \quad (4.94)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial B} = \sum_{n=1}^M (-\cos(n\omega T_p) \sin(n\omega T_p)) \quad (4.95)$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \omega} = \sum_{n=1}^M \left(\left(A \sin(n\omega T_p) - B \cos(n\omega T_p) \right) \cos(n\omega T_p) + \left(x[n] - B \sin(n\omega T_p) - A \cos(n\omega T_p) (-\sin(n\omega T_p)) \right) \right) n T_p \quad (4.96)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial A} = \sum_{n=1}^M (-\sin(n\omega T_p) \cos(n\omega T_p)) \quad (4.97)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial B} = \sum_{n=1}^M (-\sin^2(n\omega T_p)) \quad (4.98)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \omega} = \sum_{n=1}^M \left(\left(A \sin(n\omega T_p) - B \cos(n\omega T_p) \right) \sin(n\omega T_p) + \left(x[n] - B \sin(n\omega T_p) - A \cos(n\omega T_p) \cos(n\omega T_p) \right) \right) n T_p \quad (4.99)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial A} = \sum_{n=1}^M \left(\left(A \sin(n\omega T_p) - B \cos(n\omega T_p) \right) \left(-\cos(n\omega T_p) \right) + \right. \\ \left. + \left(x[n] - B \sin(n\omega T_p) - A \cos(n\omega T_p) \right) \sin(n\omega T_p) \right) n T_p \quad (4.100)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial B} = \sum_{n=1}^M \left(\left(A \sin(n\omega T_p) - B \cos(n\omega T_p) \right) \left(-\sin(n\omega T_p) \right) + \right. \\ \left. + \left(x[n] - B \sin(n\omega T_p) - A \cos(n\omega T_p) \right) \left(-\cos(n\omega T_p) \right) \right) n T_p \quad (4.101)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial \omega} = \sum_{n=1}^M \left(\left(A \sin(n\omega T_p) - B \cos(n\omega T_p) \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(x[n] - B \sin(n\omega T_p) - A \cos(n\omega T_p) \right) \cdot \left(n T_p \right)^2 \right. \\ \left. \cdot \left(B \sin(n\omega T_p) + A \cos(n\omega T_p) \right) \right) \quad (4.102)$$

Szukane wartości parametrów sygnału, są określane na podstawie poniższego wzoru:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta A \\ \Delta B \\ \Delta \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \\ \omega_0 \end{bmatrix} \quad (4.103)$$

Proces pokazany w równaniu (4.103) odbywa się iteracyjnie. Podczas pierwszej iteracji wektor poprawek zostanie dodany do wektora wartości początkowych. W kolejnych iteracjach wartościami początkowymi są wartości uzyskane w poprzedniej iteracji.

Proces trwa dotąd, aż wszystkie elementy wektora poprawek będą, co do wartości bezwzględnej, mniejsze od zadanego progu. Algorytm działający iteracyjnie według zależności (4.93 - 4.103) będzie w dalszej części pracy nazywany **modelem D**. Przeliczenie amplitud składowych ortogonalnych sinus i cosinus na wartość amplitudy składowej sinusoidalnej z fazą początkową odbywa się według zależności (4.49, 4.50, 4.51).

5 Dokładność estymacji częstotliwości wybranymi metodami obliczeniowymi

5.1 Wstęp.

Do skonstruowania poprawnie działającego algorytmu pomiarowego konieczny jest właściwy dobór metody obliczeniowej, jak również aparatu przygotowującego próbki badanego sygnału, dostosowując je do wymagań tej metody. Sygnały napięć w układach *MSI* mogą być w znacznym stopniu zniekształcone i dlatego podstawowym zadaniem wstępnej obróbki pobranego sygnału jest filtracja zakłóceń. Ważna jest więc znajomość zdolności estymacyjnych używanych metod obliczeniowych, tak aby istniała możliwość odpowiedniej obróbki wstępnej sygnału. Odwracając ten problem można zapytać, jak powinien zostać przygotowany sygnał, aby był prawidłowo rozpoznawalny przez metodę obliczeniową o znanych właściwościach? Pod pojęciem parametrów określających „przygotowanie sygnału” rozumieć należy:

- częstotliwość próbkowania w odniesieniu do częstotliwości badanej składowej ($k=f_p/f_s$)
- liczba próbek sygnału (M)
- liczba okresów sygnału (m)
- poziom szumu w sygnale po obróbce wstępnej (σ)
- dozwolona liczba składowych w sygnale po wstępnej filtracji.

W literaturze brak jest jednoznacznego określenia, jakie wartości powinny przyjmować powyższe parametry, aby estymacja częstotliwości proponowanymi modelami estymacyjnymi charakteryzowała się najmniejszym błędem, przy możliwie krótkim czasie odpowiedzi. Wiadomo jednak, że użycie metod działających na podstawie modeli parametrycznych wymaga pozostawienia w sygnale nie większej liczby składowych, niż wynosi rząd modelu [12, 13]. W niniejszym rozdziale została przeprowadzona próba znalezienia wartości najważniejszych ze wspomnianych parametrów, dla których w badanym zakresie pomiarowym f_s (5-200Hz) warunki te są spełnione. Przedstawione badania dotyczą pomiaru częstotliwości za pomocą metod obliczeniowych zaprezentowanych w rozdziale 4, jednak ponieważ metody te różnią się od siebie sposobem działania, koniecznym jest zróżnicowanie warunków symulacji oraz kryteriów ich oceny. Badania przeprowadzono przy użyciu sygnałów symulowanych funkcjami matematycznymi zawartymi w pakiecie Matlab.

Podstawowymi wielkościami uwzględnianymi w procesie badania modeli estymacyjnych są:

– względny błąd pomiaru, rozumiany jako moduł różnicy między wartością zadaną a wyznaczoną w odniesieniu do wartości zadanej (δ):

$$\delta = \left| \frac{F_s - f_s}{F_s} \right| \quad (5.1)$$

gdzie:

f_s - wyznaczona częstotliwość sygnału,

F_s - rzeczywista częstotliwość sygnału

– względny błąd pomiaru, uwzględniający znak odchyłki, wyznaczany z zależności:

$$\delta' = \frac{F_s - f_s}{F_s} \quad (5.2)$$

– współczynnik określający czas operacji, rozumiany jako liczba cykli zmiennoprzecinkowych procesora (flops).

Wielkość błędu (δ') wyznaczana z formuły 5.2 używana jest jedynie na rysunkach pokazujących gęstość rozkładu błędu w funkcji badanego parametru. Pozostałe charakterystyki błędów wyznaczane są na podstawie formuły 5.1.

Parametr flops pozwala uniezależnić wynik czasu pomiaru od szybkości używanego procesora [6].

W układach stosowanych do przetwarzania sygnałów o stałej częstotliwości, bądź o częstotliwościach zmieniających się w niewielkim zakresie, najczęściej mówi się o właściwym doborze częstotliwości próbkowania (f_p) oraz szerokości okna pomiarowego (M). Z taką sytuacją mamy do czynienia w przypadku sygnałów napięć i prądów w systemie energetycznym (50 lub 60Hz). W przypadku przetwarzania sygnałów o częstotliwościach zmieniających się w szerokim zakresie, nie można mówić o właściwym doborze częstotliwości próbkowania, czy liczby próbek, gdyż dla różnych częstotliwości badanego sygnału f_s , jego reprezentacja w oknie pomiarowym

przedstawiałyby jego różne długości, zaś w każdym okresie T_s znajdowałyby się różna liczba próbek. Badane modele są modelami nieliniowymi, istnieje zatem prawdopodobieństwo występowania minimum błędu dla pewnego zakresu wartości liczby próbek na okres sygnału k . Dlatego, w prezentowanych badaniach przyjęto, że szukany parametrem, dla którego dana metoda zapewnia najniższy błąd jest gęstość próbkowania (k), nie zaś częstotliwość próbkowania (f_p). Parametr ten jest uniwersalny dla całego zakresu pomiarowego, a nie tylko dla wybranej częstotliwości sygnału (f_s). Dla każdej pary (k , f_s) częstotliwość próbkowania wyznaczana jest z zależności.

$$k = \frac{f_p}{f_s} = \frac{2\pi}{\omega \cdot T_p} \quad (5.3)$$

Dodatkowo wykonano badania dokładności w funkcji liczby okresów sygnału (m), nie zaś szerokości okna (M). Obie wielkości powiązane są natomiast zależnością:

$$M = m \cdot \frac{f_p}{f_s} \quad (5.4)$$

gdzie:

m - zakładana liczba okresów w oknie

f_p - częstotliwość próbkowania

f_s - częstotliwość sygnału

Postępowanie takie pozwala określić tendencję zmian dokładności estymacji badanymi metodami obliczeniowymi w funkcji „kształtu i długości” sygnału, widzianego w oknie pomiarowym, nie zaś w funkcji liczby pobranych próbek.

W konstruowanych algorytmach pomiarowych określenie liczby próbek przypadających na dany fragment sygnału wiąże się z koniecznością oszacowania wartości częstotliwości f_s . Zadanie to zostało szerzej omówione w rozdziale 6 i polega na użyciu wyniku z poprzedniego pomiaru do określenia rzędu f_s . W rzeczywistości, wartości szacowane obarczone są pewnym błędem Δf_s , który wymusza znalezienie nie wartości, lecz zakresu k , dla którego błąd pomiaru (δ) nie przekracza ustalonego progu.

5.2 Badanie modeli pierwszego rzędu, uzyskanych na podstawie optymalizacji rozwiązania jednoznacznego.

5.2.1 Przyjęte warunki symulacji.

Przedstawione w rozdziale 4 metody obliczeniowe: model A (równanie 4.69), model B (równanie 4.76) i model C (równanie 4.85) są badane przy użyciu sygnału generowanego, określonego równaniem:

$$y = \sin(2 \cdot \pi \cdot F_s \cdot t + \phi) + r \quad (5.5)$$

gdzie:

F_s - częstotliwość sygnału w granicach 5-200Hz

ϕ - przypadkowa faza początkowa w granicach $(-\pi; \pi)$

r - pseudolosowy szum o parametrach \bar{x}, σ

t - czas

Sygnał ten zawiera tylko jedną składową harmoniczną, co odpowiada sytuacji, w której składowe zakłócające zawarte w rzeczywistym sygnale napięcia zostają odfiltrowane, a ewentualny błąd filtracji, oraz błędy próbkowania i kwantyzacji reprezentowane są przez szum. W podstawowych badaniach przyjęto szum o parametrach $\bar{x} = 0, \sigma = 0,05$. Przyjęty w symulacjach poziom szumu wynika ze zdolności filtracyjnych filtrów zastosowanych w algorytmach pomiarowych. Dokładny opis postępowania przy wyznaczaniu poziomu szumu w sygnale po filtracji przedstawiono w rozdziale 6. W niniejszym rozdziale natomiast przeprowadzono dodatkowe testy, których celem jest sprawdzenie wpływu poziomu szumu na dokładność estymacji prezentowanymi metodami obliczeniowymi (A, B i C). Wykonywane badania polegają na pomiarach częstotliwości F_s badaną metodą obliczeniową, przy zmienianych wartościach parametrów (k lub m). Testy przeprowadzone zostały rozdzielnie dla obu parametrów, tzn. badanie wpływu na dokładność estymacji jednego z nich odbywa się przy stałej wartości drugiego. Każdy pomiar przy stałej parze (k, m) wykonywany jest 40 razy, dla różnych wartości częstotliwości F_s z zakresu 5-200Hz.

Powstałe w ten sposób wykresy $\delta = f(m, f_s)$, $\delta = f(k, f_s)$ służą do znalezienia szukanych parametrów, dla których wyniki pomiarów spełniają określone wymagania. Dla

ułatwienia, wyniki opracowano statystycznie, na podstawie każdego zbioru 40-stu pomiarów, wykonanych przy różnych częstotliwościach f_s . Badania parametru k przeprowadzono w zakresie ($k=3-500$), natomiast parametru m w zakresie ($m=0,5-20$). Dobór powyższych zakresów został dokonany doświadczalnie, tak aby przedstawione rysunki zawierały jak najwięcej informacji na temat danych charakterystyk, a jednocześnie, aby nie zaciemniać efektów zachodzących przy najmniejszej liczbie próbek oraz najniższej częstotliwości próbkowania. Przyjęta statystyka błędów pomiarów została oparta na każdej próbie 40 wyników dla stałych wartościach (k, m) i zawiera:

- średnią wartość błędów (δ_{sr}), wyznaczanego z zależności (5.1),
- maksymalną wartość błędów (δ_{max}) (5.1),
- procentowy udział wyników z błędem (5.1) nie przekraczającym wartości $\delta=1\%$ ($\mathbf{U}_{1\%}$).

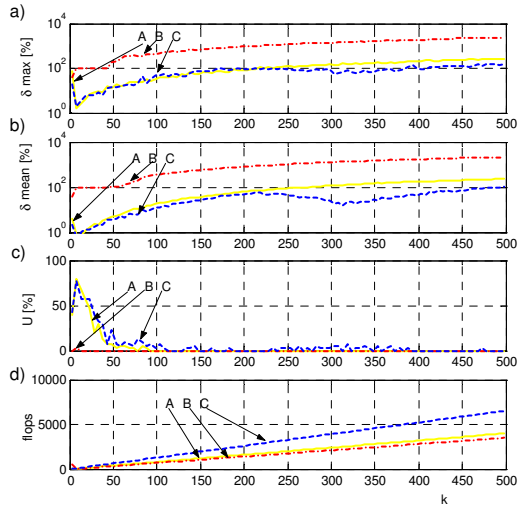
Ponieważ rozkłady błędów nie są symetryczne, zaniechano wprowadzenia statystyki opartej na wartości średniej oraz odchyleniu standardowym. Przyjęta natomiast statystyka ($\delta_{sr}, \delta_{max}, \mathbf{U}_{1\%}$) umożliwia wychwycenie błędów przypadkowych na tle wszystkich wyników oraz określenie ich wpływu na średnią wartość błędów w całym zakresie pomiarowym F_s .

Dodatkowym wskaźnikiem jest średnia wartość czasu obliczeń (flops).

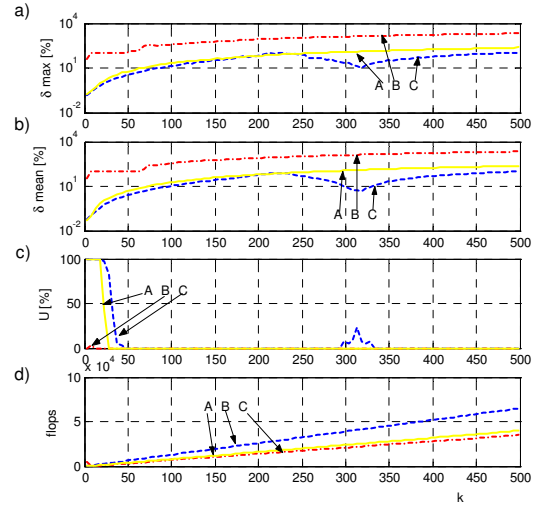
W przeprowadzanych badaniach przyjęto, że wartości optymalne parametrów (k, m) pozwalają na estymację częstotliwości sygnałów testowych z błędem nie przekraczającym $\delta_{max}=1\%$ lub w przypadku nie osiągnięcia tego warunku powinno być spełnione drugie kryterium: $\delta_{sr}<1\%$ przy wskaźniku $\mathbf{U}_{1\%}>90\%$.

5.2.2 Badania symulacyjne

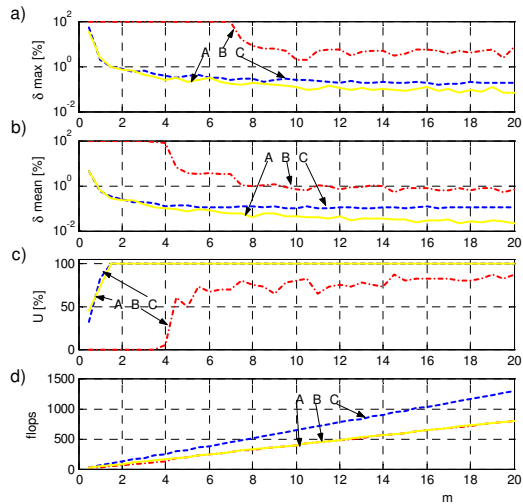
Rysunek 5.1 przedstawia zależność błędów pomiaru, udziału $\mathbf{U}_{1\%}$ oraz czasu obliczeń od gęstości próbkowania k dla $m=1$. Podobną zależność dla $m=10$ przedstawia rysunek 5.2. Wynika z nich wyraźny wzrost błędów przy zagęszczaniu próbek w oknie pomiarowym. Ciekawym fragmentem prezentowanych charakterystyk jest zakres $k<30$, co przedstawiono na oddzielnych rysunkach 5.5 i 5.6.



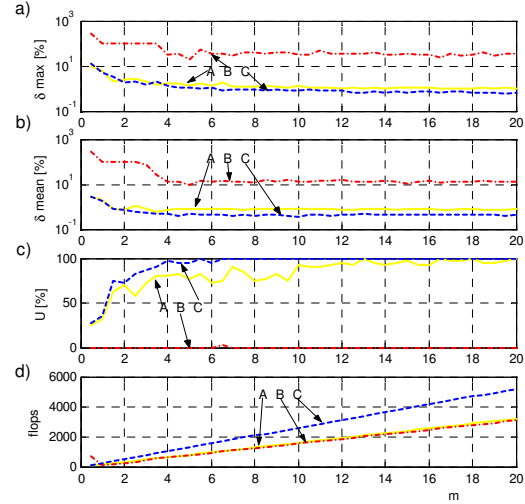
Rysunek 5.1. Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od gęstości próbkowania dla $m=1$. Krzywe A, B, C odpowiadają charakterystykom modeli: (4.69), (4.76) i (4.85). Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz



Rysunek 5.2. Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od gęstości próbkowania dla $m=10$. Krzywe A, B, C odpowiadają charakterystykom modeli: (4.69), (4.76) i (4.85). Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz



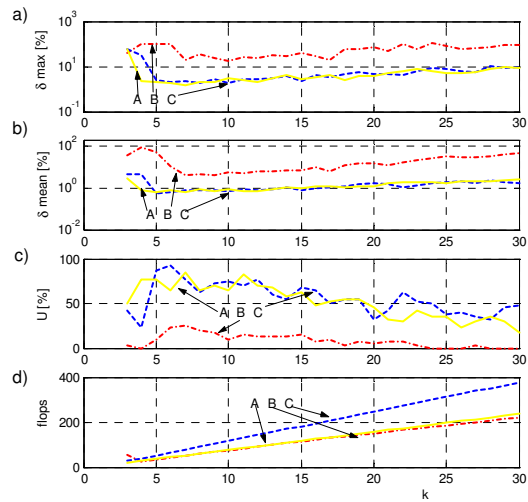
Rysunek 5.3 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od liczby okresów m , dla $k=5$. Krzywe A, B, C odpowiadają charakterystykom modeli: (4.69), (4.76) i (4.85). Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz



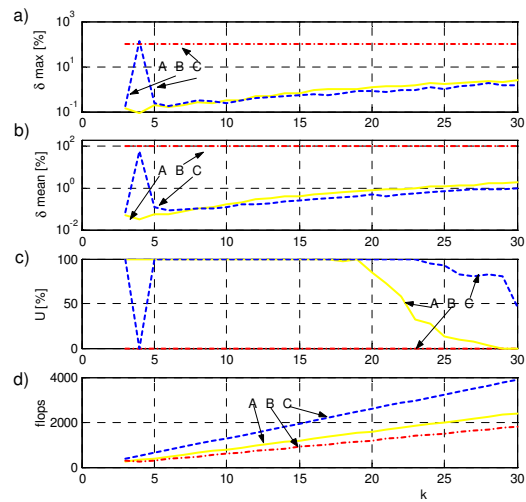
Rysunek 5.4 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od liczby okresów m , dla $k=20$. Krzywe A, B, C odpowiadają charakterystykom modeli: (4.69), (4.76) i (4.85). Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz

Na podstawie wyników obliczeń można stwierdzić, iż badane modele poprawnie estymują częstotliwość sygnału dla $3 < k < 20$ dla modelu A oraz $3 < k < 25$ dla modelu C. Model B, wprawdzie wykazuje tendencję wzrostu błędu przy wzroście wartości k ,

podobną do pozostałych modeli, lecz błąd pomiaru jest w tym wypadku około 1 rząd wyższy.



Rysunek 5.5 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od gęstości próbkowania k dla $m=1$. Krzywe A, B, C odpowiadają charakterystykom modeli: (4.69), (4.76) i (4.85).



Rysunek 5.6 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od gęstości próbkowania k dla $m=10$. Krzywe A, B, C odpowiadają charakterystykom modeli: (4.69), (4.76) i (4.85).

Z rysunków 5.3 i 5.6 wynika, że badane modele reagują znacznym zwiększeniem błędu na zmniejszenie m tylko dla $m < 1$ (dla $k=5$) i $m < 4$ (dla $k=20$). Oznacza to, iż w estymacji badanymi modelami, zwiększenie błędu spowodowane zwiększeniem gęstości próbkowania można skompensować zwiększeniem szerokości okna m . Można to jednak zrealizować tylko w pewnym stopniu, ponieważ już dla $k=100$, średni błąd pomiaru dla $m=1$ i dla $m=10$ jest podobny i wynosi około $\delta=12\%$ (rys. 5.1 i 5.2).

Z rysunków 5.5 oraz 5.6 ponadto wynika, iż dla modelu C istnieje stan „zabroniony” przy $k=4$. Wówczas w równaniu (4.48) można się spodziewać dzielenia $0/0$, a ewentualna wartość liczbowa jest spowodowana błędem numerycznym bądź wpływem szumu zawartego w sygnale. Zjawisko to zostanie wyjaśnione w poniższej analizie:

Sygnal sinusoidalny w postaci dyskretnej przedstawia zależność 4.29. Gęstość próbkowania jest powiązana z pulsacją zależnością (5.3), która po przekształceniu przybiera postać:

$$\omega T_p = \frac{2\pi}{k} \quad (5.6)$$

Zakładając, że aproksymacja jest idealna, można przyjąć:

$$x[n] = y[n] \quad (5.7)$$

więc:

$$x[n] = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{k} + \psi\right) \quad (5.8)$$

dla $k=4$ mamy:

$$x[n] = A \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \psi\right) \quad (5.9)$$

$$x[n+1] = A \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \psi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.10)$$

oraz

$$x[n-1] = A \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \psi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.11)$$

Podstawiając do równania modelu C (4.85) zależności 5.10 i 5.11 otrzymujemy:

$$x[n-1] + x[n+1] = A \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \psi + \frac{\pi}{2}\right) + A \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{2} + \psi - \frac{\pi}{2}\right) \quad (5.12)$$

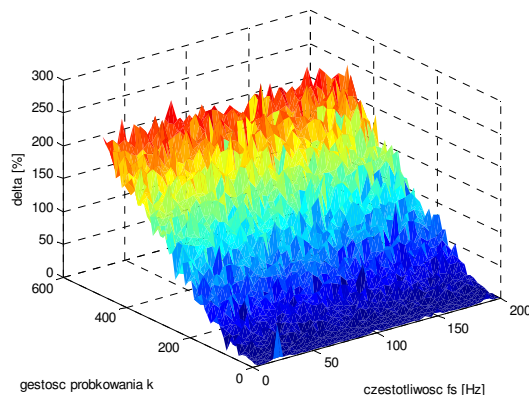
Dla stałej wartości n i ψ można zapisać:

$$x[n-1] + x[n+1] = A \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) + A \cdot \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (5.13)$$

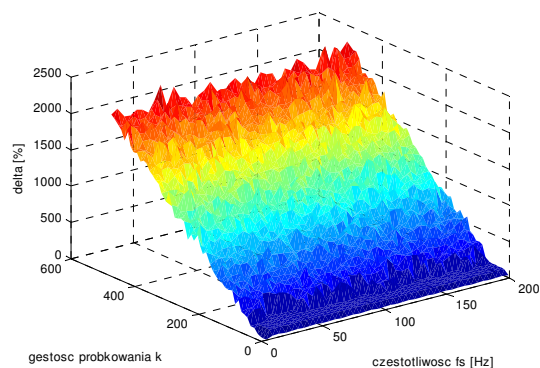
Jak wynika z przeprowadzonej analizy, wynik pomiaru modelem C przy $k=4$ ($\omega T_p = n\pi/2$) jest wartością nieoznaczoną. Wady tej pozbawione są dwa pozostałe modele, osiągające dla tej gęstości próbkowania najlepszą, odpowiednią dla swoich charakterystyk $\delta=f(k)$, dokładność estymacji częstotliwości.

Zależności ujęte statystycznie na rysunkach 5.1 - 5.6 uwidocznione zostały na wykresach powierzchniowych (rysunki 5.7 - 5.9). Obejmują one najbardziej dynamicznie zmieniające się części charakterystyk $\delta=f(k, f_s)$ dla wszystkich badanych modeli. Dodatkowo, rysunek 5.10 przedstawia zależność $\delta=f(m, f_s)$ dla modelu Prony'ego (C). Z rysunków 5.7 - 5.9 wynika, że model C wykazuje większą liczbę przypadkowych błędów od innych badanych metod obliczeniowych i chociaż model B charakteryzuje się najwyższym, spośród badanych metod, błędem w całym zakresie (k, m) , to charakter tego błędu wskazuje na jego systematyczny charakter (błąd metody). Sygnał testowy, użyty w badaniach, opisany zależnością 5.5, zakłócony został szumem pseudolosowym z dyspersją $\sigma=0,05$. Rysunki 5.11 i 5.12 pokazują zależność błędu pomiaru od parametru m przy wyższych poziomach zakłóceń ($\sigma=0,08$ i $\sigma=0,10$). Wyniki w nich zawarte można porównać z wynikami umieszczonymi na rysunku 5.3, dla standardowego sygnału testowego $\sigma=0,05$.

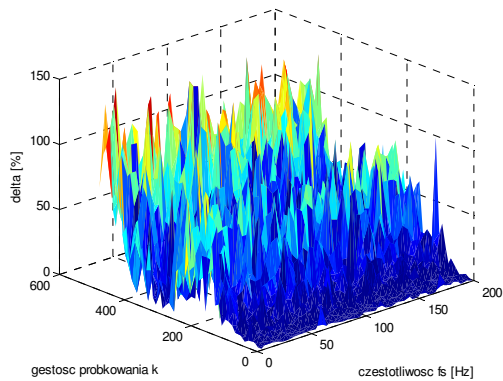
Ponieważ dyspersja (σ) określa, że 95% próbek określających szum posiada amplitudę nie większą od wartości dyspersji [22], można traktować ją jako amplitudę szumu. W odniesieniu do amplitudy sygnału testowego, równej 1 można mówić o szumie 5%, 8% i 10%.



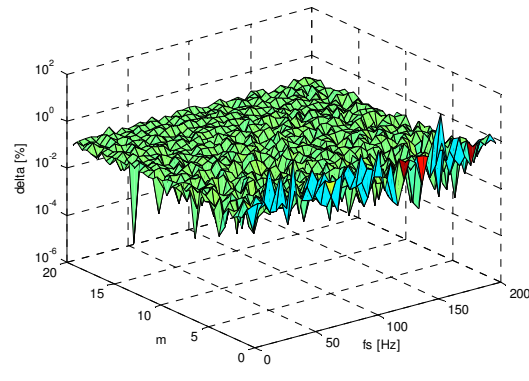
Rysunek 5.7 Zależność $\delta=f(f_s, k)$ dla modelu A , $m=1$



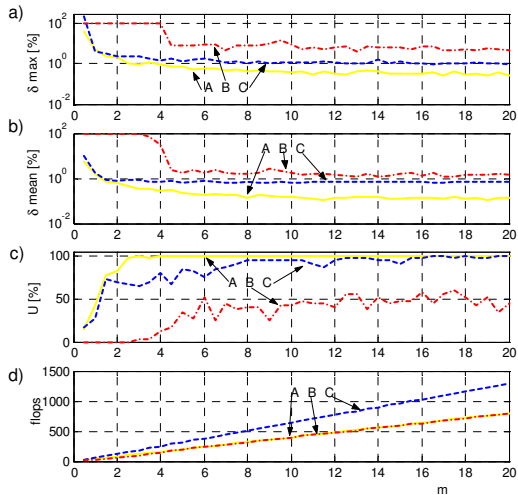
Rysunek 5.8 Zależność $\delta=f(f_s, k)$ dla modelu B , $m=1$



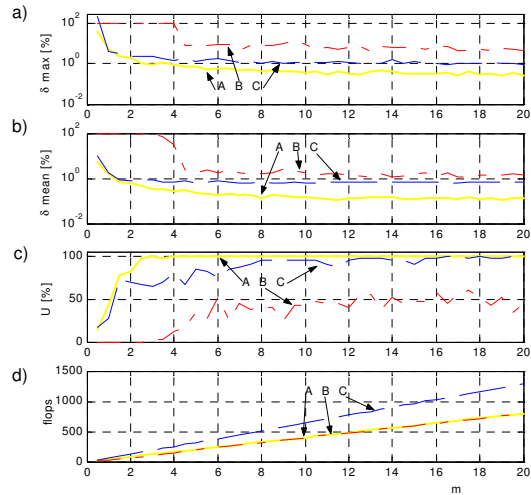
Rysunek 5.9 Zależność $\delta=f(f_s, k)$ dla modelu C, przy $m=1$.



Rysunek 5.10 Zależność $\delta=f(f_s, m)$ dla modelu C, przy $k=5$.



Rysunek 5.11 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od liczby okresów m dla $k=5$, $\sigma=0,08$. Krzywe A, B, C odpowiadają charakterystykom modeli: (4.69), (4.76) i (4.85).

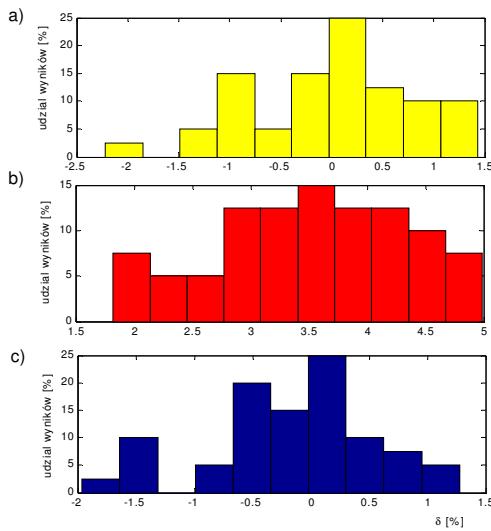


Rysunek 5.12 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od liczby okresów m dla $k=5$, $\sigma=0,10$. Krzywe A, B, C odpowiadają charakterystykom modeli: (4.69), (4.76) i (4.85).

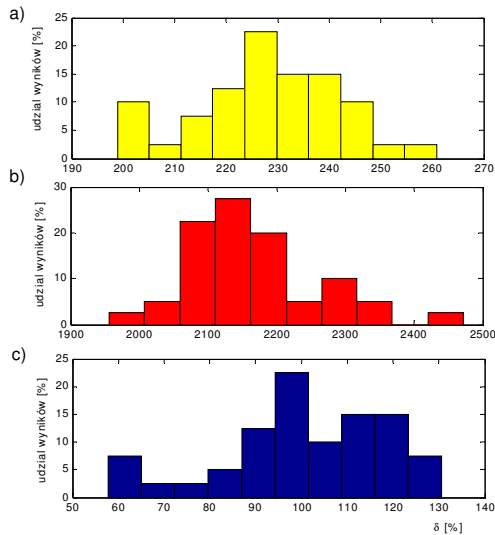
Na podstawie rysunków 5.11 i 5.12 można stwierdzić, że najbardziej odporny na zakłócenia sygnału jest model A, dla którego wzrost szumu z 5% do 10% przy $k=5$ i $m=3$ powoduje wzrost błędu średniego z 0,2 do 1%, natomiast dla modelu C błąd wzrasta z 0,2 do 3%. Należy zwrócić uwagę, iż w przypadku modelu A, pomimo wzrostu zakłócenia można utrzymać stałą wartość błędu poprzez zwiększenie szerokości okna m , natomiast dla modeli B i C, taka operacja nie powoduje ograniczenia wartości błędu. Na rysunku 5.13 przedstawiono rozkład wartości błędu δ' , obliczanego według zależności 5.2, z pomiaru częstotliwości z zakresu $f_s = 5-$

200Hz , przy $k=5$. Wynika z niego, że dla niskich gęstości próbkowania ($k=5$) , dla badanych modeli A i C rozkład błędu jest symetryczny względem wartości oczekiwanej $\delta=0\%$.

Odmierna sytuacja ma miejsce w dla wysokiej wartości k . Z rysunku 5.14 wynika, że dla $k=500$ rozkład błędu jest asymetryczny, a sam błąd przyjmuje wartości dodatnie. Oznacza to, że błąd ten ma charakter systematyczny, w tym wypadku polegający na próbie dopasowania przez metodę obliczeniową sinusoidy wynikowej do zawartej w sygnale wyższej składowej, pochodzącej najprawdopodobniej z szumu.



Rysunek 5.13 Rozkład błędów liczonego według zależności (5.2) dla $k=5$, $m=1$. a) model A, b) model B, c) model C. Statystyka oparta na 40 pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz.



Rysunek 5.14 Rozkład błędów liczonego według zależności (5.2) dla $k=500$, $m=1$. a) model A, b) model B, c) model C. Statystyka oparta na 40 pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz.

W tabeli 5.1 przedstawiono zakresy wartości parametrów k , m , dla których badane modele A i C spełniają warunki przyjęte dla symulacji. Wyniki w niej zamieszczone w dalszej części pracy posłużą do konstrukcji algorytmów pomiarowych, omówionych w rozdziale 6.

Parametr	model A			model C		
k	3-10	10-15	15-20	5-10	10-15	15-23
m	>1,5	>3	>8	>1,5	>3	>4
δ_{sr} [%]	0,1	0,8	0,9	0,1	0,4	0,7
δ_{max} [%]	1,5	2,1	2,0	1,5	2,1	2,5
$U_{1\%}$ [%]	100	95	90	100	99	95
flops (max)	50	150	300	80	300	500

Tabela 5.1 Optymalne wartości parametrów dla modeli A i C w zakresach $k=3-500$ i $m=0,5-20$, przy poziomie szumu $\sigma=0,05$.

W tabeli zamieszczone zostały wyniki jedynie dwóch spośród trzech badanych metod obliczeniowych, gdyż model B nie spełnia założonych kryteriów i chociaż jest on poprawny z matematycznego punktu widzenia, wykazuje zbyt dużą wrażliwość na szum zawarty w sygnale, aby mógł zostać użyty do estymacji parametrów sygnałów napięć w układach przekształtnikowych.

5.3 Badanie modelu aproksymującego sygnał zakłócony, jedną składową sinusoidalną.

5.3.1 Przyjęte warunki symulacji.

Metoda obliczeniowa [15], opisana zależnością 4.103 została poddana podobnym badaniom, jak modele A, B i C. Ponieważ jednak model ten działa w oparciu o metodę Newtona- Raphsona [23, 24], istnieje konieczność doboru warunków początkowych, od których zaczynają się obliczenia wykonywane iteracyjnie. Doświadczenia wskazują, iż próba rozwiązywania nieliniowego układu równań metodami linearyzującymi, może, przy niewłaściwym doborze warunków początkowych, zakończyć się znalezieniem minimum lokalnego minimalizowanej funkcji (w tym wypadku równania 4.86) i stąd wynik estymacji może być przypadkowy. Zaprezentowane wyniki mają za zadanie określenie optymalnych wartości parametrów k , m oraz dopuszczalnych odchyłek przybliżenia początkowego częstotliwości $\Delta\omega_0$ i fazy $\Delta\psi_0$ w funkcji gęstości próbkowania (k) oraz liczby okresów sygnału (m). Do badań użyto sygnału testowego określonego zależnością 5.5. Najniższa przyjęta w symulacjach wartość $k=3$ odpowiada minimalnej wartości, potrzebnej do jednoznacznego rozwiązania układu równań (4.52).

Użyte w badaniach parametry zastępcze, określające poprawność doboru przybliżenia początkowego częstotliwości i fazy, wyznaczane są w następujący sposób:

– odchyłki przybliżenia częstotliwości:

$$\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega_s \quad (5.14)$$

$$k_{f0} = \frac{\omega_0}{\omega_s} \cdot 100\% \quad (5.15)$$

$$\Delta k_{f0} = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_s} \quad (5.16)$$

gdzie:

ω_0 - przybliżenie początkowe pulsacji,

ω_s - rzeczywista pulsacja sygnału.

– odchyłki przybliżenia fazy:

$$\Delta\psi_0 = \psi_0 - \psi_s \quad (5.17)$$

$$\Delta k_{\psi_0} = \frac{\Delta\psi_0}{\psi_s} \cdot 100\% \quad (5.18)$$

gdzie:

ψ_0 - przybliżenie początkowe fazy,

ψ_s - rzeczywista faza sygnału.

Podobnie jak w przypadku modeli A, B i C, w dodatkowych badaniach wyznaczono zdolność tej metody do estymacji parametrów sygnału o wyższej zawartości szumu. Ponieważ w założeniu metoda ta nie będzie służyła do konstrukcji algorytmu pomiarowego, a jedynie do kontroli dokładności pomiarów algorytmami wykorzystującymi zależności 4.69, 4.76 i 4.85, stawiane są dla niej następujące wymagania:

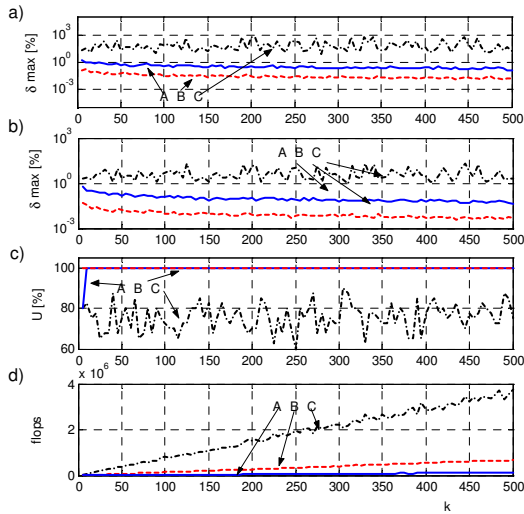
- błąd $\delta_{sr} < 1\%$, przy $\mathbf{U}_{1\%} > 90\%$ dla $m > 1$, $k = 5-100$ oraz $\sigma = 30\%$,
- dopuszczalne odchylenie wartości początkowej częstotliwości $\Delta k_{f_0} > 3\%$,
- dopuszczalne odchylenie wartości początkowej fazy $\Delta\psi_0 > 45\text{deg}$.

Spełnienie powyższych wymagań powinno umożliwić wykorzystanie tej metody obliczeniowej do wyznaczania częstotliwości w celach porównawczych, dla sygnałów zarejestrowanych w rzeczywistych układach *MSI*.

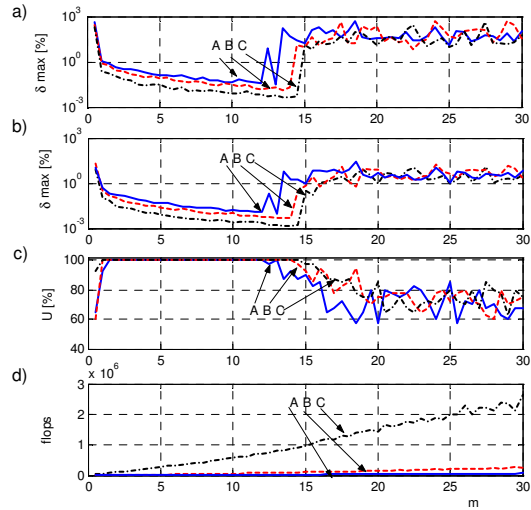
5.3.2 Badania symulacyjne.

Na rysunku 5.15 przedstawiono zależność błędu pomiaru od gęstości próbkowania k dla trzech wartości m . Wynika z niego, że wartość k w prezentowanym zakresie wykazuje niewielki wpływ na dokładność estymacji częstotliwości. Na podstawie badań można stwierdzić, że metodę tę cechuje zmniejszenie błędu estymacji przy wzroście gęstości próbkowania, czyli zależność odwrotną w stosunku obserwowanej dla badanych modeli A, B i C. Jednak w tym przypadku, w całym badanym zakresie k , dla $m=1$ błąd jest niższy od $\delta=1\%$, zaś sama zależność $\delta=f(k)$ jest prawie liniowa. Obserwowane zmniejszenie błędu przy wzroście szerokości okna (m) jest zjawiskiem charakterystycznym również m.in. dla metody Fouriera [11], czy zliczania impulsów [13]. Zwiększenie odległości w dziedzinie czasu między skrajnymi punktami

pomiarowymi prowadzi do uśrednienia wyniku, przez co metoda staje się mniej wrażliwa na lokalne zniekształcenia badanego sygnału.



Rysunek 5.15 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od gęstości próbkowania k dla $m=1$ (A), $m=5$ (B) i $m=20$ (C); $\Delta k_{f0}=1\%$, $\Delta k_{\psi0}=1\%$. Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz.

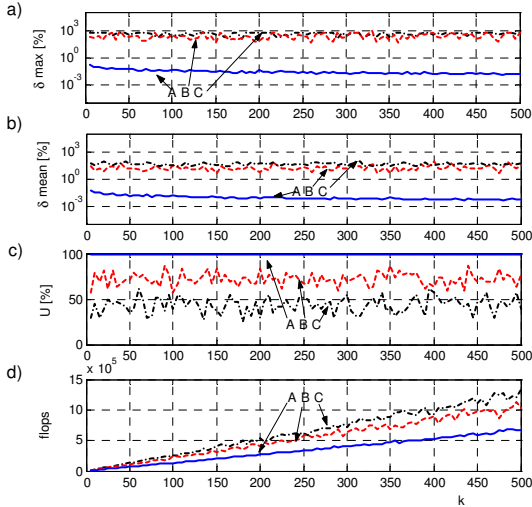


Rysunek 5.16 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od długości sygnału m dla $k=3$ (A), $k=20$ (B) i $k=200$ (C); $\Delta k_{f0}=3\%$, $\Delta k_{\psi0}=1\%$. Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz.

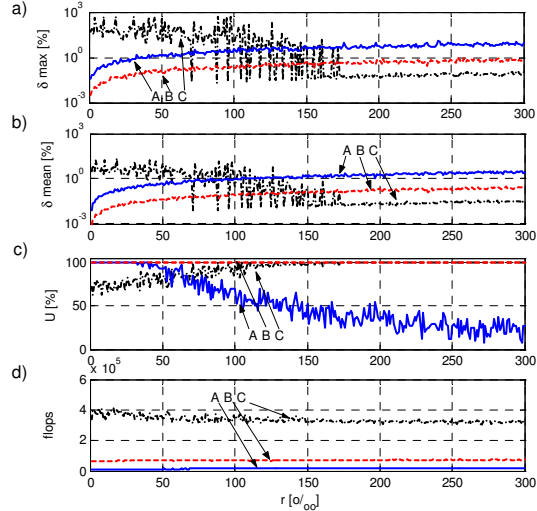
Ciekawym jednak jest fakt, że dla $m=20$ wyniki estymacji są całkowicie przypadkowe dla sporej części prób (około 20%). Efekt ten jest spowodowany niewłaściwym doбором początkowej wartości k_{f0} dla tej wartości m .

Tezę taką potwierdza rysunek 5.16, z którego wynika, że niezależnie od gęstości próbkowania k , dla danego odchylenia przybliżenia początkowego częstotliwości Δk_{f0} , wraz ze zwiększaniem wartości m rośnie prawdopodobieństwo uzyskania przypadkowego wyniku estymacji. Dla przyjętej wartości $\Delta k_{f0}=3\%$ prawidłową estymację zapewnia pobranie próbek w liczbie odpowiadającej nie więcej niż 15 okresom badanego sygnału. Podobny efekt pokazano na rysunku 5.17. Wynika stąd, że dla $m=5$, 100% poprawnych wyników uzyskuje się dla $\Delta k_{f0}<5\%$. Powyższe wyniki są słuszne przy założeniu, że badany sygnał jest zakłócony szumem $\sigma<5\%$. Dla wyższych poziomów zakłóceń (rys. 5.18) wartość błędu estymacji rośnie powyżej $\delta=1\%$ dla $m=1$ i $m=5$. Paradoksalnie, przypadkowe wyniki uzyskiwane dla niskich wartości σ , przy $m=20$, spowodowane zbyt dużą odchyłką przybliżenia początkowego częstotliwości (Δk_{f0}), nie mają miejsca dla sygnału bardziej

zakłóconego. Oznacza to, że właściwe oszacowanie badanej częstotliwości jest bardziej konieczne w przypadku sygnałów niezakłóconych, niż zakłóconych.

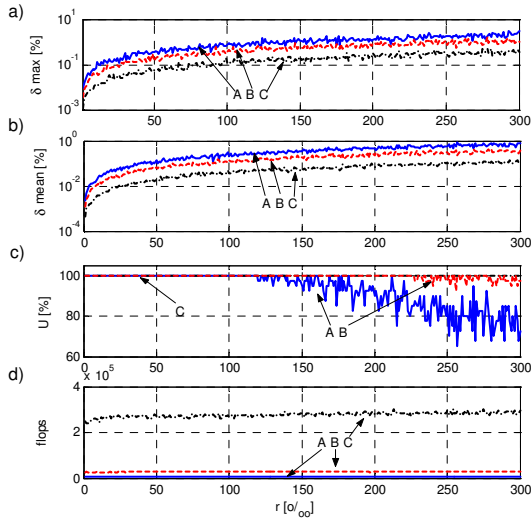


Rysunek 5.17 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od gęstości próbkowania k dla $\Delta k_{f0}=1\%$ (A), $\Delta k_{f0}=5\%$ (B) i $\Delta k_{f0}=10\%$ (C); $m=5$ Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz.

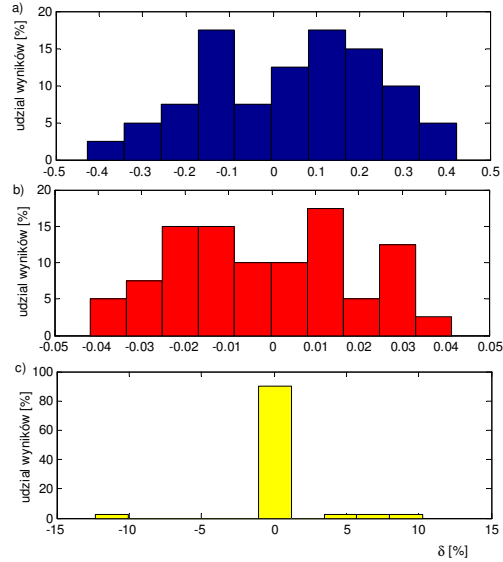


Rysunek 5.18 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od poziomu szumu w sygnale r dla $m=1$ (A), $m=5$ (B) i $m=20$ (C); $k=50$, $\Delta k_{f0}=1\%$, $\Delta k_{\omega 0}=1\%$. Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz.

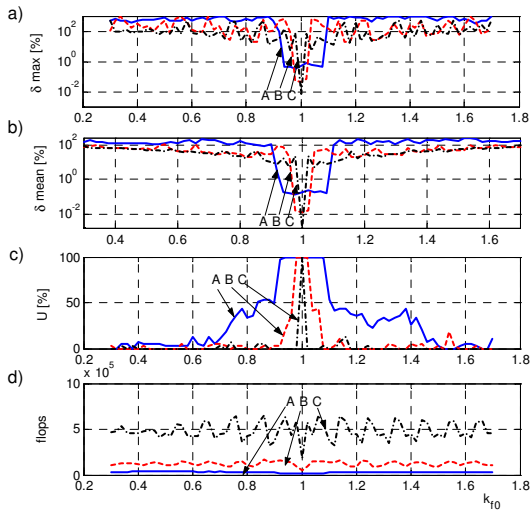
Jak wynika z rysunku 5.19, wartość błędu pomiaru przy wyższym poziomie szumu (σ) zależy od liczby próbek na okres k . Zwiększenie wartości k z 20 na 200 powoduje ograniczenie tego błędu o około 1 rząd. W badanym zakresie $\sigma=0-30\%$, dla standardowego sygnału testowego, wartości błędu, chociaż różnią się znacznie od siebie, jednak nie przekraczają $\delta=1\%$. Rysunek 5.20 przedstawia rozkłady błędów, wyznaczanego z zależności 5.2, dla różnych długości badanego sygnału (m). Wyniki te potwierdzają stawianą tezę, że dopuszczalna dla tej metody odchyłka przybliżenia początkowego częstotliwości jest ściśle związana z liczbą okresów badanego sygnału. Ponadto widać, że wyniki są symetrycznie rozłożone wokół wartości oczekiwanej, zaś maksymalny ich rozrzut zależy od wartości m . W przypadku krótkich sygnałów ($m=1$) błąd osiąga wartości niższe od $\delta=1\%$, dla $m=5$ maksymalny błąd nie przekracza $\delta=0,1\%$, natomiast dla $m=20$ pojawiają się błędy przypadkowe, pochodzące z niewłaściwie dobranej wartości Δk_{f0} .



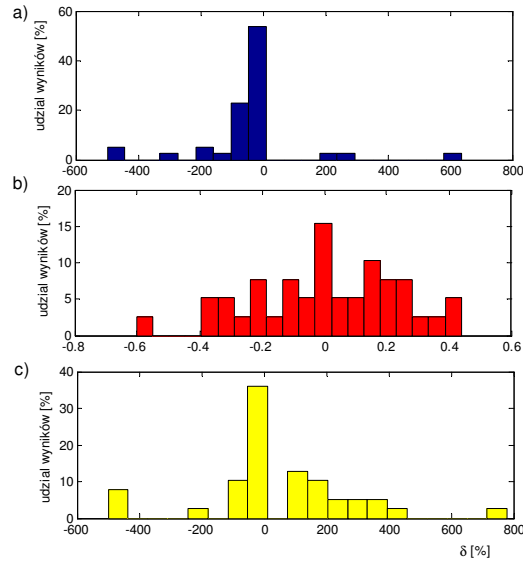
Rysunek 5. 19 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od poziomu szumu w sygnale r dla $k=5$ (A), $k=20$ (B) i $k=200$ (C); $m=5$, $\Delta k_{f0}=1\%$, $\Delta k_{\psi0}=1\%$. Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz.



Rysunek 5.20 Rozkład wartości błędu dla $m=1$ (a), $m=5$ (b), $m=20$ (c), $k=50$, $\Delta k_{f0}=5\%$, $\Delta k_{\psi0}=5\%$. Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz.

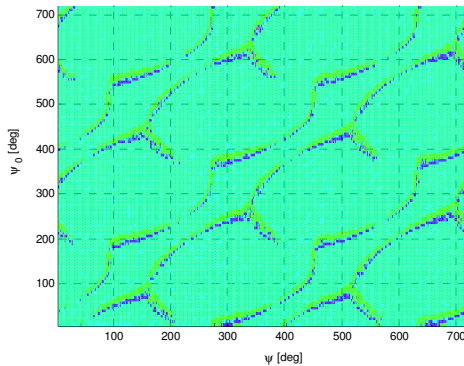


Rysunek 5. 21 Błąd maksymalny (a), średni (b), udział poprawnych wyników (c) oraz czas obliczeń (d), w zależności od współczynnika k_{f0} , dla $m=1$ (A), $m=5$ (B) i $m=20$ (C); $k=50$, $\Delta k_{\psi0}=5\%$. Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz

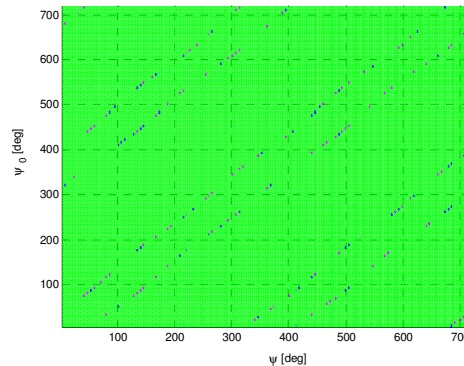


Rysunek 5.22 Rozkład wartości błędu dla $k_{f0}=0,80$ (a), $k_{f0}=1,01$ (b), $k_{f0}=1,20$ (c); $m=1$, $k=50$, $\Delta k_{\psi0}=5\%$. Statystyka oparta na pomiarach f_s z zakresu 5-200Hz

Na rysunkach 5.21 i 5.22 przedstawiono zależności błędu estymacji częstotliwości od założonego odchylenia wartości początkowej częstotliwości k_{f0} . Oba rysunki potwierdzają występowanie ścisłej zależności $\Delta k_{f0}=f(m)$. Z rysunku 5.21 wynika, że poprawnie wykonany pomiar dla $m=1$ jest możliwy dla $\Delta k_{f0}=10\%$, dla $m=5$ $\Delta k_{f0}=3\%$, natomiast dla $m=20$ $\Delta k_{f0}=1\%$. Z kolei rozkłady błędu wyznaczanego z zależności 5.2, (rys. 5.22) wskazują, że występujący błąd grubo przy niewłaściwie dobranej wartości Δk_{f0} ma charakter błędu systematycznego. W takiej sytuacji objawia się to aproksymacją badanego przebiegu funkcją o częstotliwości zaniżonej – w przypadku $\Delta\omega_0 < 0$ oraz zawyżonej dla $\Delta\omega_0 > 0$. Powyższe badania wykonywane były przy założonym przypadkowym odchyleniu fazy Δk_{ψ_0} o określonej wartości dyspersji (1-5%). Rysunki 5.23 i 5.24 pokazują natomiast zależność błędu estymacji od prawidłowości doboru fazy. W celu pokazania jak największej liczby szczegółów, wykonane zostały wykresy w postaci mapy $\delta=f(\psi, \psi_0)$. Jasne obszary map oznaczają poprawnie wyznaczoną częstotliwość, zaś ciemne odpowiadają błędom grubym. W tym wypadku nie została opracowana statystyka błędów, gdyż pomiary wykonywano z użyciem sygnału o stałej częstotliwości ($f_s=10\text{Hz}$), przy zmieniającej się fazie początkowej ψ z krokiem 2 deg, w granicach 0-720 deg. Z podobnym krokiem i w podobnych granicach zmieniano zadaną wartość ψ_0 .



Rysunek 5. 23 Wpływ przybliżenia zerowego fazy ψ_0 , przy określonej fazie sygnału ψ na dokładność pomiaru, dla $k=50$, oraz $m=1$, $\Delta k_{f0}=10\%$, $f_s=10\text{Hz}$.



Rysunek 5.24 Wpływ przybliżenia zerowego fazy ψ_0 , przy określonej fazie sygnału ψ na dokładność pomiaru, dla $k=50$, oraz $m=5$, $\Delta k_{f0}=3\%$, $f_s=10\text{Hz}$.

Z rysunku wynika, że najdokładniejszy pomiar ma miejsce nie tylko, gdy odchyłka przybliżenia fazy $\Delta\psi_0$ jest minimalna. Należy zwrócić uwagę, że występowanie wysokiego błędu (ciemne punkty na wykresie) ma miejsce incydentalnie, okresowo,

co 2π dla danej wartości ψ . Zabroniona wartość $\Delta\psi_0$ jest zależna od szerokości okna (m) i dla $m=5$ wynosi około ± 50 deg. Nie jest to wada uniemożliwiająca używanie tej metody do pomiaru częstotliwości sygnałów zakłóconych, gdyż w przypadku nawet natrafienia na punkt zabroniony, aproksymowana amplituda będzie o kilka rzędów niższa od rzeczywistej, co jest łatwo wykrywalne. W takim wypadku wystarczy zmienić przybliżenie początkowe fazy o niepełną część okresu funkcji sinus i wykonać pomiar ponownie. Zmniejszeniu szerokości okna towarzyszy mniej regularna wartość odchyłki fazy $\Delta\psi_0$ w funkcji rzeczywistej fazy sygnału ψ , lecz pozostaje zachowana okresowość stanów zabronionych na mapie ψ, ψ_0 dla tej metody. Z badań wynika również, że prezentowana metoda testowa wymaga do wykonania obliczeń czasu około 20-krotnie wyższego, niż proponowane metody A, B, C.

5.4 Podsumowanie.

Na podstawie przeprowadzonych doświadczeń można stwierdzić, że bezpośredni pomiar częstotliwości sygnałów napięć, typowych dla układów przekształtnik *MSI* - silnik asynchroniczny, za pomocą metod A, B i C jest niemożliwy. Wiąże się to z faktem, iż w sygnałach tych występuje wysoka rozbieżność pomiędzy częstotliwością składowej podstawowej napięcia, a częstotliwościami znaczących zakłóceń. Do próbkowania sygnału napięcia na wyjściu przekształtnika *MSI* o typowej częstotliwości modulacji $f_m=8\text{kHz}$ należy, zgodnie z twierdzeniem Shannona- Kotelnikowa [3] wybrać częstotliwość próbkowania $f_p > 48\text{kHz}$, gdyż w sygnale tym występują znaczące zakłócenia równe pierwszej, drugiej i trzeciej harmonicznej częstotliwości modulacji f_m [7]. Dla takiej sytuacji otrzymana wartość parametru k wynosi kilka tysięcy, a estymowany błąd pomiaru wynosiłby kilka tysięcy procent. Efekt ten wynika z zależności $\delta=f(k)$ dla prezentowanych metod obliczeniowych A, B i C. Według uzyskanych wyników, wydaje się, że najkorzystniejsze w konstrukcji algorytmów pomiarowych jest użycie modelu A (4.69), gdyż posiada on najszerszy ciągły zakres parametru ($k=3-20$), w którym błąd pomiaru w warunkach testowych nie przekracza $\delta=1\%$, oraz obliczenia są najmniej czasochłonne spośród badanych metod A, B i C. Jednak do prawidłowego działania konstruowanych algorytmów pomiarowych konieczne jest

użycie metody decymacji sygnału, w celu obniżenia jego częstotliwości próbkowania po stronie cyfrowej do poziomu równego około 3-20 krotności częstotliwości składowej podstawowej. Rozwiązania takie zostały szczegółowo opisane w rozdziale 6. Efekt pojawiania się wysokiego błędu δ dla dużej wartości k spowodowany jest specyficznym postawionym problemem minimalizacji błędu średniokwadratowego E w badanych modelach. Jak pokazano w rozdziale 4, działanie tych metod wynika z optymalizacji jednoznacznego rozwiązania układu trzech równań z trzema niewiadomymi (zależność 4.52). W zależności tej obliczana jest średnia arytmetyczna z dwóch skrajnych próbek w odniesieniu do próbki leżącej między nimi (zależność 4.56). Metody A, B i C są wynikiem minimalizacji błędu średniokwadratowego E_1 (4.63), E_2 (4.72) i E_3 (4.80), powstałego z dopasowania rozwiązania jednoznacznego (4.56) do każdej trójki następujących po sobie próbek sygnału rzeczywistego w całym oknie M . Zwiększeniu rozbieżności pomiędzy częstotliwością próbkowania a częstotliwością sygnału badanego towarzyszy zmniejszenie odległości pomiędzy próbkami w dziedzinie $\omega \cdot T_p$. Z matematycznego punktu widzenia, bez znaczenia dla rozwiązania układu 4.56 jest odległość między próbkami na obwodni sinusoidy, pod warunkiem, że znajdują się one w jednym jej okresie. W przypadku sygnałów rzeczywistych, próbki nie tworzą przebiegu sinusoidalnego, a wzrost zagęszczenia próbek powyżej $k=3$ uwrażliwia metodę na istniejące w przebiegu wyższe składowe. Według wyników uzyskanych z przeprowadzonych badań, najkorzystniejsze warunki estymacji częstotliwości modelem A, w warunkach testowych zachodzą dla $m > 1,5$. Właściwy dobór tego parametru zależy jednak od poziomu zakłóceń w badanym sygnale, co oznacza, że zwiększenie poziomu zakłóceń powoduje konieczność zwiększenia minimalnej wartości m , aby błąd pozostał na odpowiednio niskim poziomie. Jednak wpływ zmiany liczby okresów m na dokładność pomiaru jest dużo słabszy od wpływu zmiany gęstości próbkowania k . Prezentowanie wyników badań zdolności estymacyjnych modelu D ma na celu sprawdzenie, czy istnieje możliwość wykorzystania tej metody obliczeniowej do wzorcowania częstotliwości składowej podstawowej sygnałów zarejestrowanych w rzeczywistych układach napędowych, prezentowanych w niniejszej pracy. Według uzyskanych wyników, metoda ta jest w stanie wyznaczać częstotliwość sygnałów z błędem znacznie niższym od badanych modeli A, B i C, również w obecności zakłóceń na poziomie 20%. Wadą tej

metody jest konieczność podania przybliżenia początkowego częstotliwości f_0 , z dopuszczalną wartością odchyłki Δf_0 , odwrotnie proporcjonalną do liczby okresów sygnału m . Oznacza to, że dla krótszego sygnału występuje większa tolerancja metody na nieprawidłowe oszacowanie częstotliwości niż dla sygnału dłuższego. Z drugiej zaś strony, zwiększenie długości sygnału (parametr m) powoduje zwiększenie osiągalnej dokładności pomiaru, w przypadku gdy metoda „znajdzie” minimum globalne funkcji 4.86. Istnienie tych dwóch działających przeciw sobie efektów znacznie utrudnia użycie tej metody obliczeniowej w algorytmach pomiarowych działających w szerokim zakresie częstotliwości f_s . Nie ogranicza to jednak jej zastosowania jako metody wzorcowej, w przypadku sygnałów, których częstotliwość można oszacować, zaś wymagana jest dokładna jej znajomość. Metoda ta została wykorzystana w rozdziale 7 do weryfikacji poprawności pomiarów częstotliwości sygnałów napięć gotowymi algorytmami pomiarowymi.

W jednym z algorytmów prezentowanych w niniejszej pracy została również zastosowana metoda Prony’ego dowolnego rzędu. Jednak jej zadaniem nie jest wyznaczenie bezpośrednio składowej podstawowej napięcia, lecz częstotliwości znaczących składowych zakłócających, w celu ich selektywnej filtracji. Wyniki badań zawarte w pracach [16, 17] dowodzą, że do tego celu metoda ta może być użyta, a błędy wyznaczenia poszczególnych wyższych składowych mogą być niższe niż dla metody FFT. Można jednak sądzić, że przy wysokiej rozbieżności częstotliwości próbkowania i częstotliwości konkretnej składowej ujawni się znana z właściwości metod pierwszego rzędu skłonność do zawyżania wyniku estymacji częstotliwości tej składowej. Do takiego wniosku można dojść analizując wyniki badań zawarte w pracy [25], pokazujące charakterystykę błędu pomiaru częstotliwości podobną metodą, w granicach $f_s=10-80\text{Hz}$.

6 Propozycje metod pomiaru częstotliwości w układach przekształtnikowych

6.1 Wstęp.

W rozdziale 5 opisano przydatność wybranych metod aproksymacyjnych do wyznaczania parametrów sygnału w różnych warunkach pomiarowych. Na podstawie wykonanych badań określono podstawowe wytyczne, aby metody oparte na modelu Prony'ego umożliwiały pomiar częstotliwości typowych napięć w układach falownikowych, z błędem nie przekraczającym 1% w całym badanym zakresie częstotliwości. W niniejszym rozdziale przedstawione zostaną założenia przyjęte w konstrukcji algorytmów pomiarowych. W dalszej jego części pokazane zostaną propozycje gotowych metod”, jak również metod wymagających ręcznego ustawienia pewnych parametrów pomiaru.

6.2 Założenia dla algorytmów pomiarowych.

Na podstawie przedstawionych w rozdziale 5 wyników symulacji można wyciągnąć następujące wnioski:

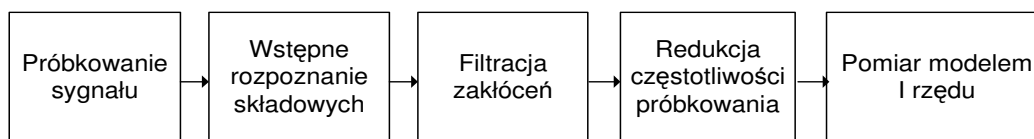
- spośród testowanych algorytmów najdokładniejszym jest model A
- zalecany zakres wartości k wynosi $k=(3-20)$
- zalecany zakres wartości m wynosi $m>1,5$

Powyższe wyniki dają odpowiedź, jaką należy zastosować metodę pomiarową oraz parametry próbkowania (f_p i m), aby był możliwy pomiar częstotliwości składowej podstawowej napięcia falowników *MSI*. Jak wykazano, przedstawione modele estymacyjne mają zbyt małą dokładność dla $k>20-30$. Powyższa wada dotyczy modelu Prony'ego dowolnego rzędu. Oznacza to, że maksymalna częstotliwość próbkowania dla sygnału o częstotliwości $f_s=5\text{Hz}$ powinna wynosić $f_p<150\text{Hz}$, natomiast dla $f_s=200\text{Hz}$ $f_p<6\text{kHz}$. Ponieważ stosunek najwyższej do najniższej częstotliwości z zakresu pomiarowego wynosi 40, nie istnieje możliwość ustalenia jednej częstotliwości próbkowania, uniwersalnej dla całego zakresu f_s . Rzeczywisty sygnał napięcia zawiera zakłócenia o częstotliwościach pochodzących od sygnału modulacji przekształtnika. Częstotliwość modulacji typowych przekształtników wynosi 8kHz, co powoduje, że dla całego zakresu pomiarowego f_s konieczne jest obniżenie

częstotliwości próbkowania, po wstępnej obróbce sygnału, do wartości odpowiadającej optymalnej wartości k , dla danej częstotliwości f_s .

Zakłada się, że przed rozpoczęciem procesu próbkowania sygnał został poddany filtracji analogowej – filtrem antyaliasingowym. Eliminacja analogowa znaczących składowych zakłócających mogłaby być jednak znacznie utrudniona, ze względu na charakter i wartości badanych napięć. Zakłóceniami są często przepięcia o wartości bliskiej 1,5kV, co powoduje, że niosą sporą ilość energii. Aby nie ingerować w badany obwód, należałoby użyć filtrów o dużej impedancji wejściowej oraz odpowiedniej wytrzymałości elektrycznej tak, aby filtr nie został uszkodzony termicznie lub elektrycznie. Spełniające to kryterium filtry analogowe mogłyby jednak zmniejszyć amplitudę rozpatrywanej składowej podstawowej po stronie przetwornika A/C. Z tego powodu, w niniejszej pracy przyjęto, że sygnał napięcia nie jest specjalnie filtrowany analogowo, poza filtracją antyaliasingową, zaś problem separacji zakłóceń rozwiązuje się metodami cyfrowymi.

Uogólniony sposób działania metody pomiarowej przedstawia poniższy rysunek.



Rysunek 6. 1 Ogólna zasada działania algorytmów pomiaru częstotliwości.

Ponieważ występowanie wysokiego błędu dla dużej wartości k jest typowe dla modelu Prony'ego dowolnego rzędu, a ponadto, wraz ze wzrostem rzędu modelu rośnie czas wykonywanych obliczeń, celowym jest zastosowanie w projektowanych algorytmach pomiarowych modelu pierwszego rzędu (model A). Dodatkowym argumentem przemawiającym za taką propozycją jest trudność wyznaczenia rzędu metody, w odniesieniu do badanego przebiegu oraz negatywne konsekwencje płynące z jego ewentualnego zaniżenia. Zaoszczędzony, dzięki redukcji rzędu, czas obliczeń można przeznaczyć na filtrację cyfrową oraz decymację sygnału, bez zmniejszenia dokładności pomiaru. Pomimo wymienionej wady, model Prony'ego rzędu p został użyty w jednej z prezentowanych metod jako narzędzie służące do znalezienia wyższych składowych, w celu ich późniejszej filtracji szybkim filtrem wycinającym [5].

W proponowanych algorytmach, sygnał napięcia jest próbkowany z wysoką częstotliwością w celu uniknięcia zjawiska aliasingu, a następnie filtrowany metodami

cyfrowymi tak, że pozostaje w nim jedynie pożądana składowa podstawowa oraz szum. Następnie, przeprowadzana jest redukcja częstotliwości próbkowania według przyjętych założeń tak, aby sygnał był prawidłowo rozpoznawalny przez algorytm pierwszego rzędu. Sposoby filtracji oraz szczegóły dotyczące działania algorytmów zostaną omówione szerzej w dalszej części rozdziału. Oprócz żądanej dokładności metody, na uwagę zasługuje również czas pomiaru. Przy powstających coraz to nowszych modelach procesorów, trudno traktować czas potrzebny na wykonanie obliczeń numerycznych jako wartość stałą dla danego programu. W obliczeniach symulacyjnych, prezentowanych w niniejszej pracy, przyjęto więc wartość zastępczą, mówiącą nie bezpośrednio o czasie obliczeń wykonywanych za pomocą konkretnego komputera, lecz o liczbie wykonanych cykli zmiennoprzecinkowych (*flops* – *floating point operation*). Oczywistym jest, że wspomniana wartość *flops* nie jest uniwersalnym wskaźnikiem „pracochłonności” konkretnego algorytmu. Ten sam algorytm, napisany w dwóch różnych językach programowania, może wymagać różnych czasów wykonania oraz różnej liczby cykli, nawet, gdy jest on realizowany za pomocą tego samego komputera. Można sobie wyobrazić również sytuację, w której ten sam program wykonywany jest za pomocą dwóch procesorów o różnej architekturze, lub za pomocą komputerów o różnych czasach dostępu do pamięci, przy różnych systemach operacyjnych itd. Wówczas również parametr *flops* może przyjmować różne wartości dla tego samego zadania. Pomimo wymienionych ograniczeń w stosowaniu parametru *flops*, w pracy przyjęto go jako wskaźnik „pracochłonności”, przy założeniu, że obliczenia są wykonywane za pomocą pakietu Matlab® w wersji 5.3 i systemie MS Windows 2000. Przeliczanie wartości *flops* na czas obliczeń, dla dowolnego komputera, przy zastosowaniu pakietu Matlab 5.3, można z przybliżeniem przeprowadzić sposobem opisanym w pracy [6]. Zadanie polega na rozwiązaniu równania macierzowego $AX=B$, gdzie A i B są macierzami generowanymi losowo o wymiarach odpowiednich dla założonego rzędu układu równań. Wynikiem jest uzyskany czas obliczeń oraz wartość *flops*, co pozwala na wyznaczenie prędkości wykonywania operacji przez dany komputer. W pracy przetestowano tą metodą zdolności obliczeniowe trzech komputerów. Wyniki zostały pokazane w tabeli 6.1.

rodzaj komputera	rzęd układu	flops	Δt [s]	flops/sek.	
Pentium 350MHz	II	500	5E8	11,70	4,3E7
		1000	4E9	112,54	3,5E7
Pentium 750MHz	III	500	5E8	6,63	7,5E7
		1000	4E9	64,12	6,2E7
Pentium 2400MHz	IV	500	5E8	1,109	4,5E8
		1000	4E9	8,50	4,7E8

Tabela 6.1 Porównanie prędkości wykonywania operacji, w środowisku Matlab® v.5.3, dla różnych komputerów. Oznaczenia: Δt - czas rozwiązania układu $AX=B$, flops/sek – średnia prędkość rozwiązywania układu równań.

Wartość prędkości obliczeń pochodzi z dzielenia liczby dużej (*flops*) przez małą (Δt). Znaczący wpływ na jej dokładność ma zatem błąd pomiaru czasu. W wersji 5 Matlab, zegar odmierza czas z dokładnością 0,01 sekundy, stąd w celu wyeliminowania błędu numerycznego, należy przyjąć możliwie wysoki rząd układu równań w wykonywanym teście.

W literaturze brak jest jednoznacznego określenia wartości czasu, jaki powinien towarzyszyć pomiarom parametrów sygnału techniką cyfrową. Czas ten może być ustalany w zależności od danego zastosowania metody pomiarowej. Dla pomiarów w układach automatyki sterującej urządzeniem, pomiar powinien trwać nie dłużej niż kilka okresów badanego sygnału [13]. Dla celów kontrolnych, wyświetlanie wartości na ekranie z częstotliwością kilkuset lub kilkudziesięciu herców mija się z celem, gdyż człowiek nie jest w stanie zauważyć lub zapamiętać tak szybko odświeżanych wartości. W praktyce wystarczy zastosować częstotliwość odświeżania 1-2Hz do poprawnego odczytywania danych z wyświetlacza.

Programy online, realizowane na procesorach sygnałowych, w zasadzie wykonują pomiar bezzwłocznie, gdyż po pobraniu próbek pierwszego okna, obliczenia numeryczne wykonywane są podczas pobierania próbek kolejnego okna. Warto zwrócić uwagę na fakt, że obliczenia numeryczne trwają o rząd krócej od czasu potrzebnego na próbkowanie wymaganych kilku okresów sygnału o częstotliwości kilkudziesięciu herców. Oznacza to, że jako czas działania algorytmów można przyjąć sam czas potrzebny na próbkowanie sygnału. Prezentowane w niniejszej pracy metody pomiarowe wykonane zostały w wersji offline, i z tego powodu przyjęty w założeniach czas pomiaru wynosi od 3 do 5 okresów składowej podstawowej badanego napięcia.

6.3 Próbkowanie napięcia wyjściowego przekształtnika.

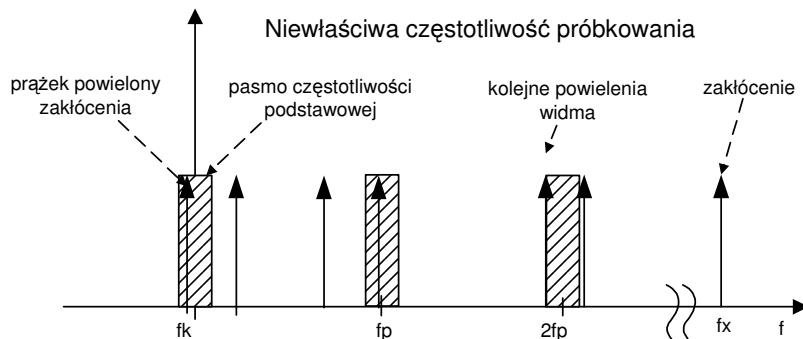
Jak wykazano w poprzednim rozdziale, model Prony’ego nie potrafi poprawnie rozpoznać parametrów składowej sygnału, jeżeli jej częstotliwość znacząco różni się od częstotliwości próbkowania. Cykliczne załączanie tranzystorów w przekształtniku zasilającym indukcyjność generuje w napięciu wyjściowym zakłócenia o częstotliwości kilkukrotnie wyższej od częstotliwości modulacji, a kilkusetkrotnie wyższej od częstotliwości składowej podstawowej. Amplitudy tych zakłóceń nie są pomijalne, toteż częstotliwość próbkowania powinna być tak dobrana, aby uniknąć zjawiska przecieku. W poniższej tabeli została przeprowadzona analiza próbkowania sygnału napięcia dla różnych częstotliwości modulacji przekształtnika (f_m) [8]. Wynika z niej, że aby próbować 1 okres składowej podstawowej napięcia na wyjściu przekształtnika, o częstotliwości $f_s=5\text{Hz}$, zgodnie z twierdzeniem o próbkowaniu, koniecznym jest pobranie wysokiej liczby próbek, równej $M = k_{\max}$, co wymaga zastosowania szybkiego przetwornika A/C. Podana częstotliwość $f_s=5\text{Hz}$ jest początkiem zakresu pomiarowego proponowanej metody pomiarowej i z tego powodu wymaga pobrania największej liczby próbek, w całym tym zakresie, przy założonej częstotliwości próbkowania.

f_m [kHz]	4	8	16
$f_{x\max}$ [kHz]	12	24	48
$f_{p\min}$ [kHz]	24	48	96
k_{\max}	4800	9600	19200

Tabela 6.2 Próbkowanie sygnału PWM dla różnych częstotliwości modulacji przekształtnika. Oznaczenia: f_m - częstotliwość modulacji, $f_{x\max}$ - najwyższa znacząca częstotliwość zakłócająca, $f_{p\min}$ - minimalna częstotliwość próbkowania, zgodnie z tw. o próbkowaniu, k_{\max} - najwyższa gęstość próbkowania dla danej wartości f_p .

Badając częstotliwość napięcia typowego przekształtnika *MSI*, przy częstotliwości modulacji $f_m=8\text{kHz}$ należy, na każdy okres składowej podstawowej napięcia przy $f_s=5\text{Hz}$ pobrać $M=9600$ próbek. Uzyskanie błędu mniejszego od 1% (przy zastosowaniu modelu A) jest możliwe, gdy okno pomiarowe jest szersze od dwóch okresów ($m>2$). W takiej sytuacji wymagana liczba próbek powinna być wyższa od $M=19200$. Dla zakresu pomiarowego $f_s=5\text{-}200\text{Hz}$, wydaje się jednak celowym zastosowanie techniki polegającej na próbkowaniu z niższą częstotliwością, niż wynikająca z twierdzenia o próbkowaniu, uwzględniając wszystkie znaczące składowe zakłócające. Metoda zastosowana w niniejszej pracy oparta jest na

technice próbkowania sygnałów pasmowych [1,2]. W przypadku, gdy znana jest częstotliwość modulacji falownika oraz charakter obwodu odbiornika, można z pewnym przybliżeniem oszacować częstotliwości składowych zakłócających w sygnale. Ich znajomość umożliwia zastosowanie techniki próbkowania, polegającej na próbkowaniu z częstotliwością niższą od częstotliwości Nyquista w odniesieniu do wysokoczęstotliwościowych zakłóceń.

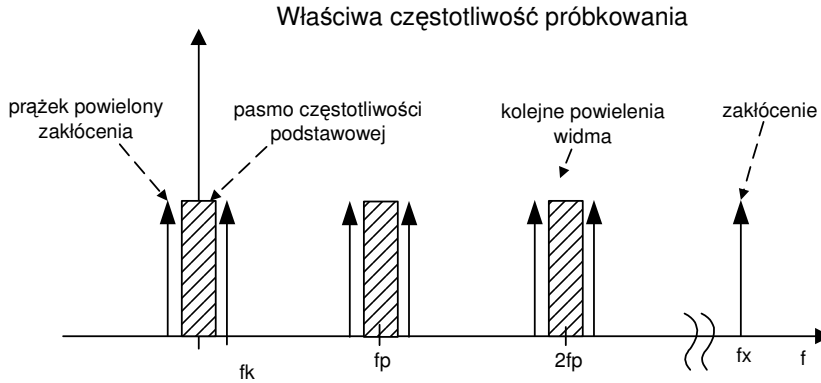


Rysunek 6.1. Schematyczne przedstawienie widma niewłaściwie próbkowanego sygnału. Oznaczenia: f_p - częstotliwość próbkowania, f_x - częstotliwość składowej zakłócającej, f_k - częstotliwość powstała z powielenia prążka zakłócenia f_x , nakładająca się na pasmo zakresu pomiarowego.

Takie próbkowanie umożliwia późniejsze odtworzenie sygnału w żądanym paśmie częstotliwości. Niewłaściwy jej dobór może jednak prowadzić do pojawienia się wtórnych zakłóceń, pochodzących z powielania widma zakłóceń oryginalnych, w paśmie będącym zakresem pomiarowym proponowanej metody.

Rysunek 6.1 przedstawia opisywany przypadek przy dowolnie dobranej częstotliwości próbkowania. Sygnał zawierający zakłócenie o częstotliwości f_x jest próbkowany z częstotliwością $2f_{smax} < f_p < 2f_x$. Prążki pochodzące od niewłaściwie próbkowanego zakłócenia nakładają się na pasmo częstotliwości f_s . Jest to typowy przykład zjawiska aliasingu. Dla właściwie dobranej częstotliwości próbkowania, co pokazuje rysunek 6.2, wysokoamplitudowe składowe nie są wprawdzie próbkowane zgodnie z twierdzeniem Shannona, ale dla opisywanych celów nie ma to znaczenia. Nawet, gdy zajdzie konieczność wyznaczenia częstotliwości składowych zakłócających, w celu ich późniejszego odfiltrowania, wystarczającą informację o nich zawierają wartości f_k , gdyż właśnie składowe o takich częstotliwościach znajdują się w sygnale po jego próbkowaniu. Technika próbkowania pasmowego polega na takim wyborze częstotliwości próbkowania, aby podczas powielania widma sygnału ciągłego, w wyniku próbkowania nie zniekształcać widma składowej

użytecznej [2]. Pozwala to na znaczne ograniczenie szybkości oraz pojemności pamięci przetwornika A/C.



Rysunek 6.2. Schematyczne przedstawienie widma właściwie próbkowanego sygnału techniką pasmową. Oznaczenia: f_p -częstotliwość próbkowania, f_x - częstotliwość danej składowej zakłócającej, f_k -częstotliwość powstała z powielenia prążka zakłócenia f_x

W pracy [2] technikę tę wykorzystano przy założeniu, że w sygnale znajduje się jedna składowa podstawowa i jedna zakłócająca, o znanych częstotliwościach. Dla takiego przypadku znaleziono szereg dopuszczalnych zakresów częstotliwości próbkowania. W niniejszej pracy metoda ta została rozszerzona, aby mogła być użyta dla większej liczby składowych zakłócających, wyznaczonych na podstawie analizy zarejestrowanych sygnałów napięcia wyjściowego przekształtników *PWM*. Przyjęto, że napięcie na zaciskach silnika jest zakłócone przepięciami, o częstotliwości równej częstotliwości modulacji f_m . Przepięcia te mają kształt zbliżony do trójkątnego, co oznacza, że można je aproksymować kolejnymi harmonicznymi tej częstotliwości $f_x=(f_m, 2f_m, 3f_m, \text{ itd.})$ [7]. W celu wyznaczenia dopuszczalnych zakresów częstotliwości próbkowania, dla każdej częstotliwości f_x należy sformułować zależność [1,2]:

$$\frac{2f_x - 2f_{s \max}}{n} \geq f_p \geq \frac{2f_x + 2f_{s \max}}{n + 1} \quad (6.1)$$

gdzie:

n - dowolna parzysta liczba całkowita, taka, że $f_p \geq 4 \cdot f_{s \max}$

$f_{s \max}$ - górna granica zakresu pomiarowego

f_x - częstotliwość kolejnej harmonicznnej zakłócenia ($f_m, 2f_m, 3f_m, \text{ itd.}$)

Otrzymany w ten sposób układ nierówności dla przyjętej liczby częstotliwości f_x należy rozwiązać w takim zakresie n , aby minimalna częstotliwość próbkowania nie była mniejsza od wartości $f_p = 4 \cdot f_{smax}$ [2]. Minimalna wartość n wynosi 2, gdyż n jest liczbą parzystą. Zaznaczyć należy, że wartość n , określająca liczbę powieżeń prążków jest różna dla każdej harmonicznej zakłócenia. Nie narusza to jednak założenia o nie nakładaniu się prążków pochodzących z zakłóceń na pasmo częstotliwościowe zakresu pomiarowego metody.

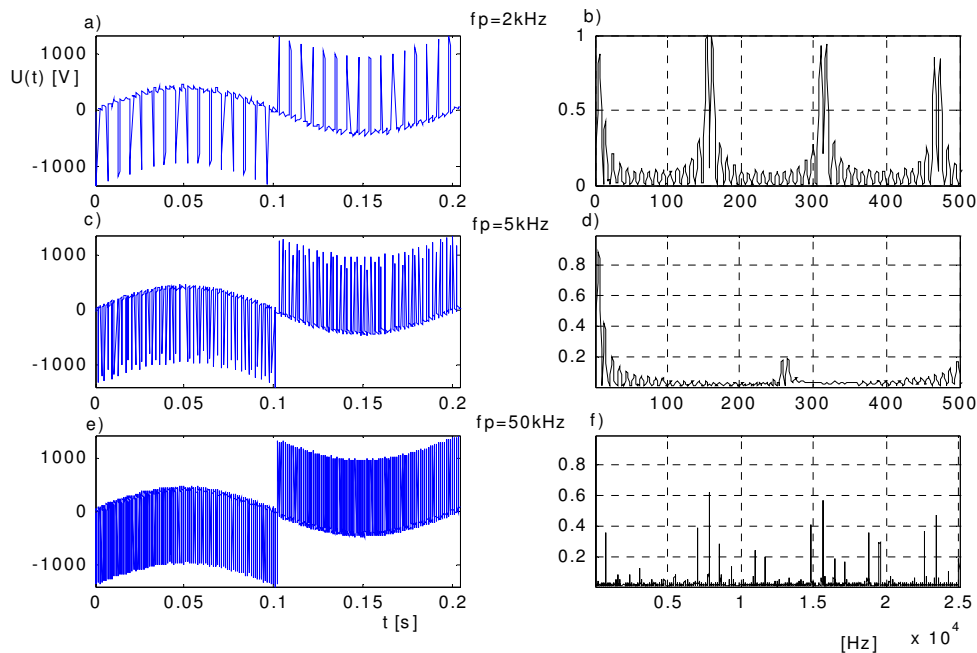
W tabeli 6.3 przedstawiono dopuszczalne zakresy częstotliwości próbkowania techniką pasmową, dla napięć przekształtnika modulowanego z częstotliwościami przedstawionymi w tabeli 6.2. O powodzeniu tej metody decyduje właściwie oszacowana liczba harmonicznym przebiegu zakłócającego. Rozwiązaniem układu nierówności (6.1) jest część wspólna przedziałów częstotliwości próbkowania, wyznaczonych ze względu na każdą z przyjętych wartości f_x . Powoduje to, że wraz ze zwiększeniem zakładanej liczby zakłóceń f_x , maleje prawdopodobieństwo znalezienia rozwiązania tego układu. W pracy nie uwzględniono więc znaczenia wstęg bocznych wokół częstotliwości nośnej sygnału oraz wokół jej harmonicznym. W rozpatrywanym układzie równań przyjęta liczba harmonicznym f_x wynosi 3. Z tego powodu, w widmie obejmującym zakres pomiarowy metody mogą znaleźć się składowe pochodzące z pominiętych zakłóceń, lecz ich amplitudy nie powinny przewyższać amplitudy składowej modulowanej.

Otrzymane w wyniku próbkowania sygnału proponowaną metodą prążki wtórne zakłóceń odpowiadają innym częstotliwościom f_k niż częstotliwości zakłóceń w sygnale analogowym f_x . Nie jest to jednak przeszkodą do zapamiętania i późniejszego wykorzystania tych wtórnych częstotliwości, gdyż można założyć, że są one quasi - stałe w czasie i zależą od częstotliwości modulacji oraz charakteru obwodu zasilanego.

f_m [kHz]	kolejne przedziały dopuszczalnych częstotliwości próbkowania									
4	f_{pmin}	4651	1877							
	f_{pmax}	4930	1900							
8	f_{pmin}	6914	4723	2547	1936					
	f_{pmax}	7800	5111	2600	1950					
16	f_{pmin}	13771	7415	5073	3856	3109	2605	2241	1967	1752
	f_{pmax}	15800	7900	5266	3950	3160	2633	2257	1975	1755

Tabela 6.3 Zakresy dopuszczalnych częstotliwości próbkowania [Hz] techniką pasmową dla $f_{smax}=200\text{Hz}$ i niektórych częstotliwości modulacji falownika f_m (wielkości zaokrąglone do 1Hz).

Z tabeli 6.3 wynika, że liczba możliwych zakresów f_p jest zależna od częstotliwości modulacji sygnału. Efekt ten spowodowany jest faktem, że wraz z jej wzrostem rośnie „odległość” między częstotliwością f_m , a zakresem pomiarowym metody i związanej z tym możliwej liczby powieleń prążków zakłóceń f_x . Dla każdej z wymienionych częstotliwości f_m szerokość dopuszczalnego pasma f_p zawęża się w kolejnych powieleniach widma zakłóceń. Możliwości ustawienia dowolnej częstotliwości próbkowania, z podanych zakresów w tabeli 6.3, zależą od rodzaju przetwornika A/C.



Rysunek 6.3. Sygnał napięcia międzyfazowego U_{ab} na zaciskach silnika, zasilanego z przekształtnika Siemens 6SE9217-3DB50, przy częstotliwości modulacji $f_m=8\text{kHz}$, $f_s=5\text{Hz}$, próbkowany z różną częstotliwością f_p (rys. a, c, e), oraz widma sygnału odpowiednio dla każdej częstotliwości f_p (rys. b, d, f).

W urządzeniach droższych wartość ta może być ustawiana dowolnie, z pewną rozdzielczością; w tańszych, częstotliwość próbkowania może być wybierana spośród pewnych dyskretnych wartości. Niestabilność zegara szybkości próbkowania oraz nieznaczne niedokładności dostępnych przetworników A/C sprawiają, że należy unikać wykorzystywania częstotliwości próbkowania leżących na skraju prezentowanych zakresów [1]. Wykorzystywane do badań w niniejszej pracy urządzenie ScopeMeter® Fluke 124 umożliwia próbkowanie z częstotliwością 1; 2,5; 5; 12,5; 25; 50 oraz 100 kHz [4]. Ponieważ badano napięcia z przekształtników przy częstotliwości modulacji 8kHz, zgodnie z tabelą 6.3, zalecaną częstotliwością próbkowania, przy użyciu tego przyrządu pomiarowego jest $f_p=5\text{kHz}$. Na rysunku 6.3

przedstawiono fragment sygnału napięcia próbkowanego z częstotliwością 50kHz (rys. e) i podpróbkowanego z częstotliwościami 5kHz (rys. c) i 2kHz (rys. a) oraz odpowiadające im wykresy gęstości mocy widmowej. Wynika z nich prawidłowość działania techniki opartej na próbkowaniu sygnałów pasmowych. Sporym problemem okazuje się jednak konieczność określenia częstotliwości modulatora przeksztalnika oraz wąskie zakresy dopuszczalnych częstotliwości próbkowania. W przypadku zastosowania tańszych przetworników A/C, istnieje wysokie prawdopodobieństwo nie pokrywania się dostępnej sprzętowo częstotliwości próbkowania z dopuszczalnym zakresem częstotliwości próbkowania w technice pasmowej (tabela 6.3). Z tego powodu zastosowanie proponowanej metody próbkowania jest ograniczone do sygnałów pochodzących z falowników o znanej częstotliwości modulatora, przy wykorzystaniu przetworników A/C o regulowanej w szerokim zakresie częstotliwości próbkowania sprzętowego.

6.4 Filtracja napięcia.

Filtracja sygnału napięcia jest konieczna w celu wyeliminowania z niego składowych o wyższych częstotliwościach, przed podaniem próbek do właściwego algorytmu obliczeniowego (model A). Filtracja analogowa stosowana jest jedynie w celu uniknięcia zjawiska aliasingu. Należy jednak pamiętać, że zakłócenia spowodowane przepięciami w badanym obwodzie niosą sporą ilość energii, która przy zastosowaniu filtracji analogowej byłaby tracona na elementach filtru. Stąd użyty filtr analogowy powinien cechować się odpowiednią wytrzymałością elektryczną oraz możliwością rozproszenia tej energii. Podstawowymi zadaniami stawianymi filtrom cyfrowym w proponowanych metodach pomiarowych jest:

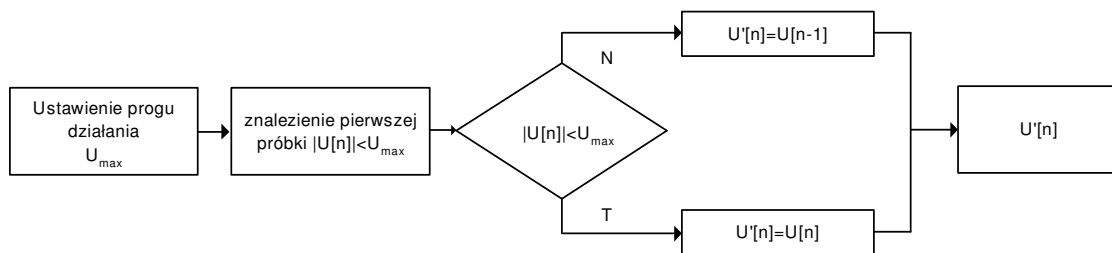
- eliminacja przepięć łączeniowych,
- filtracja pozostawiająca w badanym zakresie pomiarowym jedynie składową modulowaną,
- decymacja sygnału.

Ponadto, składowa podstawowa sygnału poddanego filtracji cyfrowej powinna mieć tę samą amplitudę, co analogowy sygnał modulowany.

Zastosowanie konkretnych typów filtrów cyfrowych jest zależne od sposobu działania algorytmów pomiarowych, dlatego niektóre z nich zostały opisane poniżej.

6.4.1 Filtracja zgrubna.

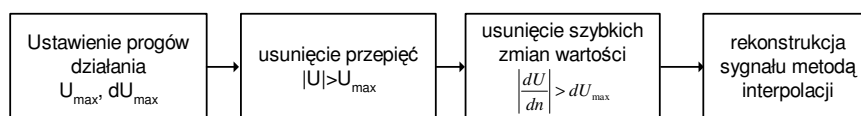
Filtracja zgrubna ma za zadanie eliminację zakłóceń pochodzących z przepięć łączeniowych. Może również służyć łagodzeniu negatywnych skutków zjawiska aliasingu przy niewłaściwie dobranym filtrze analogowym. Zakładając zakres napięcia pracy przekształtnika, można zastosować prosty algorytm filtryjny, polegający na wycinaniu próbek odpowiadających wartościom wyższym od zadanego progu. W niniejszej pracy zastosowano dwa rodzaje algorytmów działających na tej zasadzie. Pierwszy z nich działa na podstawie poniższego schematu.



Rysunek 6. 4 Schemat działania filtracji cyfrowej polegającej na wycinaniu próbek o wartościach wykraczających poza założony zakres. Oznaczenia: U_{max} - próg zadziałania filtru, $U[n]$ - n-ta próbka wejściowa, $U'[n]$ - n-ta próbka wyjściowa.

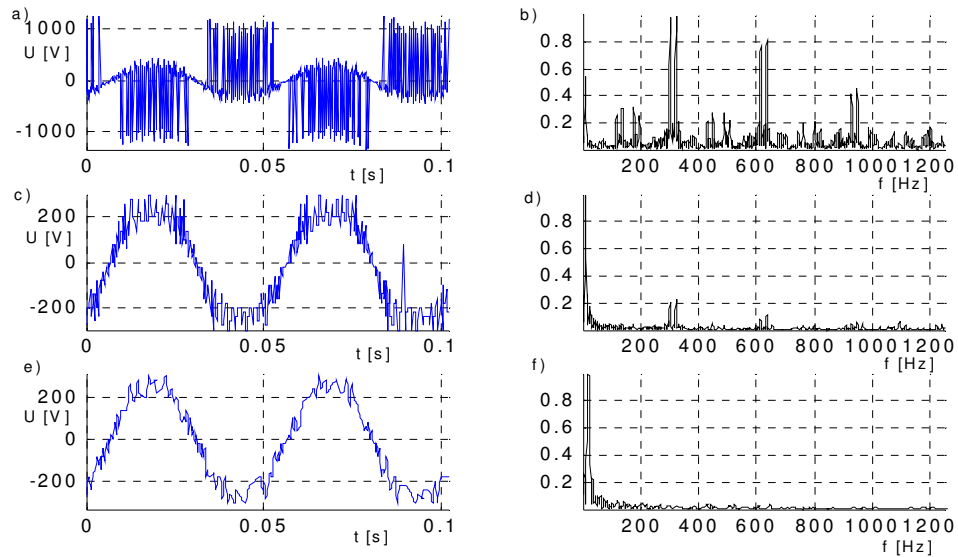
Przedstawiony filtr ograniczający działa na zasadzie zastępowania próbek o wartościach wykraczających poza przyjęty zakres, próbką poprzednią, o ile jej wartość mieści się w żądanym zakresie. Przykładowy przebieg sygnału przed i po filtracji przedstawia rysunek 6.6. Pomimo, iż sygnał wynikowy daleko odbiega od sinusoidy, wyższe harmoniczne zawarte w nim mają niskie amplitudy w stosunku do składowej podstawowej, co pozwala na jej dokładne odtworzenie. Poważną zaletą tego filtru jest szybkość jego działania, gdyż nie zawiera on procedur dodawania oraz mnożenia próbek. Zastosowanie tego rodzaju filtru umożliwi próbkowanie sygnału napięcia z dowolną częstotliwością f_p , spełniającą twierdzenie o próbkowaniu dla zakresu pomiarowego metody. Oznacza to, że sprzętowa częstotliwość próbkowania może być wówczas rzędu kilkuset herców. Wadą tej metody jest trudność ustawienia progu działania filtru. Wartość progu powinna być ustawiona możliwie „blisko” amplitudy składowej podstawowej, gdyż w sygnale zdarzyć się mogą piki zakłóceń znaczących o wartościach znacznie niższych od większości przepięć. Jest to szczególnie trudne w falownikach sterowanych strategią $U/f=const$, w których maksymalna amplituda napięcia zależy od nieznanego początkowo częstotliwości.

W przekształtnikach nie wyposażonych w ograniczniki przepięć, wartości progów można ustawić nieco wyżej od dopuszczalnej wartości napięć roboczych. W przekształtnikach wyposażonych w zabezpieczenia przeciwprzepięciowe, próbki odpowiadające przepięciom mają wartości znacznie niższe i zbliżone do amplitudy składowej podstawowej, co może powodować problemy z odseparowaniem ich od „właściwych” próbek sygnału dla wyższych napięć wyjściowych. Problemy te rozwiązuje następujący algorytm filtracyjny (rys. 6.5), gdyż oprócz usuwania próbek o wartościach spoza zadanego zakresu, limituje różnice wartości pomiędzy sąsiednimi próbkami. Rekonstrukcja usuniętych próbek sygnału odbywa się jedną ze znanych metod interpolacyjnych; na przykład metodą najbliższego sąsiada, interpolacją liniową, kwadratową lub sześcienną [11].



Rysunek 6. 5 Schemat działania filtracji cyfrowej polegającej na wycinaniu próbek o wartościach oraz zmianach jednostkowych wykraczających poza założony zakres. Rekonstrukcja utraconych próbek przy pomocy metod interpolacyjnych.

Metoda ta daje znacznie lepsze efekty niż opisana poprzednio, lecz odbywa się to kosztem zwiększonego nakładu obliczeń. Wspomniany algorytm interpolacyjny realizuje funkcja *interp1* w programie Matlab. W proponowanym algorytmie uwzględniono konieczność zastosowania filtra interpolującego [3]. Jest on filtrem dolnoprzepustowym o unormowanej pulsacji granicznej $\Omega_0 = \pi/K$, gdzie (K-1) oznacza liczbę próbek rekonstruowanych w sygnale. Ważną cechą tego filtru jest fakt, że w wyniku filtracji nie są modyfikowane znane („stare”) próbki sygnału, a jedynie (K-1) próbek „wciśniętych” między nie. Powoduje to, iż w przebiegu wynikowym nie zmienia się amplituda, faza, ani częstotliwość w stosunku do sygnału wejściowego.



Rysunek 6.6. Wyniki działania algorytmów filtracji zgrubnej. a) - typowy przebieg napięcia $f_s=20\text{Hz}$, $f_p=2,5\text{kHz}$, c) - sygnał po filtracji filtrem z rysunku 6.4, e) - sygnał po filtracji filtrem z rysunku 6.5, b, d, f) - widma.

Na podstawie powyższego rysunku można stwierdzić, że stosowanie filtracji zgrubnej (wariant 1 lub 2) dla opisywanych zastosowań skutecznie zastępuje metodę próbkowania, omówioną w rozdziale 6.3, co pozwala na stosowanie dostępnych częstotliwości próbkowania danego typu przyrządu rejestrującego.

6.4.2 Filtracja dokładna i decymacja sygnału.

Przedstawione w rozdziale 5 badania przeprowadzono przy użyciu generowanego sygnału testowego, zawierającego jedną składową sinusoidalną oraz szum. Przyjęty poziom szumu (5%) został ustalony jako orientacyjna wartość, dla sygnału napięcia po filtracji wstępnej i dolnoprzepustowej. Wyniki przedstawione w rozdziale 5 dowodzą, że w przypadku metod (model A i C) zwiększenie poziomu szumu z 0,05 na 0,10 (10%) nie zwiększy błędów estymacji modelem A powyżej 1%, o ile szerokość okna zwiększy się z $m=2$ do $m=4$. Algorytmy prezentowane w niniejszej pracy wykorzystują trzy rodzaje filtracji sygnału, przed wykonaniem obliczeń metodą Prony'ego:

- filtracja dolnoprzepustowa,
- filtracja zerująca (notchfilter),
- filtracja podczas decymacji sygnału.

Głównym celem konstruowanych algorytmów pomiarowych jest uzyskanie wyniku pomiaru z określoną dokładnością, w możliwie najkrótszym czasie. W paragrafie 6.2 stwierdzono, że głównym składnikiem wpływającym na czas obliczeń jest długość okna pomiarowego. Przyjęto więc, że sposobem na ograniczenie czasu wykonywania pomiaru jest minimalizacja tej długości do wartości $m=2-5$ [5]. Z tego punktu widzenia ważnym jest, aby filtracja cyfrowa nie wprowadzała dużego opóźnienia grupowego, przy jednoczesnym zachowaniu odpowiednio wysokiego tłumienia dla filtrowanych składowych. Do takiego zadania nadają się filtry IIR, gdyż ich podstawową zaletą jest możliwość uzyskania bardzo stromych charakterystyk amplitudowo - częstotliwościowych przy stosunkowo niewielkiej liczbie współczynników wagowych. W niniejszej pracy zostały wykorzystane cyfrowe filtry dolnoprzepustowe, oraz filtry wycinające (notch filter) [9,10]. Zadaniem tych ostatnich jest eliminacja składowych zakłócających o wyznaczonych wcześniej częstotliwościach [5]. Przedstawione w niniejszej pracy cyfrowe filtry dolnoprzepustowe zostały zaprojektowane metodą bezpośrednią oraz pośrednią, przez symulację filtrów analogowych, za pomocą transformacji biliniowej lub metodą niezmienności odpowiedzi impulsowej [3,11]. Zastosowanie filtracji dolnoprzepustowej umożliwia znaczne zmniejszenie nakładu obliczeń, gdyż widmo sygnału zgrubnie filtrowanego, w zakresie działania metody pomiarowej, obejmuje jedynie składową podstawową i szum. Z tego powodu częstotliwość odcięcia filtru można ustawić na wartość nieco powyżej zakresu pomiarowego. Takie postępowanie upraszcza obliczenia, gdyż nie trzeba przy każdym pomiarze obliczać współczynników filtru. Ogranicza jednak zakres pomiarowy i może wprowadzać zwiększenie błędu pomiaru w górnym przedziale tego zakresu, gdyż filtr o ograniczonej długości zaczyna tłumić składową podstawową sygnału. W projektowanym filtrze dolnoprzepustowym należy tak dobrać częstotliwość odcięcia, aby możliwie cały zakres szukanej częstotliwości znajdował się w „płaskiej” części charakterystyki amplitudowej. Używany do badań symulacyjnych program Matlab® zawiera szereg przydatnych do projektowania filtrów cyfrowych funkcji, które zostały wykorzystane w projektowaniu filtrów prezentowanych w niniejszej pracy [11]:

- *yulewalk* znajduje współczynniki filtru cyfrowego na podstawie wybranych punktów żądanej charakterystyki amplitudowej,
- *cheby1*, *cheby2*, *butter*, *ellip* wyznaczają współczynniki filtru cyfrowego na

- podstawie założonych parametrów dla konkretnego prototypu filtru analogowego; do konwersji A/C używana jest transformacja biliniowa,
- *cheb1ord*, *cheb2ord*, *buttord*, *ellipord* obliczają minimalny rząd filtru cyfrowego, dla założonych charakterystyk amplitudowych,
 - *bilinear* wyznacza współczynniki filtru cyfrowego dla założonych współczynników filtru analogowego, przy zadanej częstotliwości próbkowania, za pomocą transformacji biliniowej,
 - *impinvar* działa podobnie do *bilinear* z tym, że wykorzystuje metodę niezmienności odpowiedzi impulsowej.

Założenia projektowe dla przedstawionych filtrów zamieszczono w tabeli 6.4. W tabeli 6.5 przedstawiono przykładowe rozwiązania dolnoprzepustowej filtracji cyfrowej oraz ich zdolności filtracji zakłóceń w napięciach charakterystycznych dla układów przekształtnikowych.

f_p [Hz]	5000
f_{pass} [Hz]	200
f_{stop} [Hz]	300
A_{pass} [dB]	3
A_{stop} [dB]	60

Tabela 6. 4 Założenia projektowe dla filtrów dolnoprzepustowych, prezentowanych w tabeli powyżej. Oznaczenia: f_p - częstotliwość próbkowania, f_{pass} – granica pasma przepustowego, f_{stop} – początek pasma zaporowego przy założonym tłumieniu, A_{pass} – maksymalne tłumienie w paśmie przepustowym, A_{stop} – minimalne tłumienie w paśmie zaporowym.

W badaniach został użyty sygnał testowy, będący przebiegiem napięcia międzyfazowego na wyjściu przekształtnika Siemens 6SE9217-3DB50. Sygnał ma częstotliwość $f_s=10\text{Hz}$, i był próbkowany z częstotliwością $f_p=5\text{kHz}$, przy szerokości okna $M=512$ próbek, ($m=1$).

Sygnał testowy został przefiltrowany zgrubnie filtrem (rys. 6.5), zaś po filtracji badanym filtrem dolnoprzepustowym następuje jego aproksymacja metodą weryfikującą, przedstawioną w rozdziale 4.3 Parametrem decydującym o jakości filtracji jest poziom szumu występującego w filtrowanym dolnoprzepustowo sygnale. Poziom ten jest określony jako odchylenie standardowe (σ) sygnału będącego różnicą między próbkami sygnału aproksymującego, a sygnału na wyjściu z filtru.

rodzaj filtru	technika projektowania	rzęd	A_{pass} [dB]	f_{co} [Hz]	σ_{noise} [%]
Chebyshev 1	transformacja biliniowa	8	3	200	7,8
	niezmienność odp. impulsowej	8	3	200	7,7
Chebyshev 2	transformacja biliniowa	8	1	300	5,6
	niezmienność odp. impulsowej	8	1	290	5,8
Butterworth	transformacja biliniowa	17	2	210	9,0
	niezmienność odp. impulsowej	18	3	230	9,6
eliptyczny	transformacja biliniowa	6	3	200	6,6
	niezmienność odp. impulsowej	6	3	200	6,9
bierny RC	transformacja biliniowa	2	3	200	7,3
	niezmienność odp. impulsowej	2	2	250	7,6
zadana char. ampl.	bezpośrednia	15	3	230	7,9

Tabela 6.5 Zastosowanie niektórych filtrów dolnoprzepustowych do filtracji sygnału napięcia przekształtnika *MSI*. Oznaczenia: A_{pass} - amplituda falowania wzmocnienia w paśmie przepustowym, f_{co} - częstotliwość odcięcia (-3dB), σ_{noise} - poziom szumów w sygnale po filtracji.

Przy takiej metodologii badań jest możliwe porównanie wartości σ z tabeli (6.5) z wartościami określającymi poziom szumu, przy których model A zapewnia akceptowalny błąd pomiaru w konkretnych warunkach (rysunek 5.11 i 5.12). Przyjęta metoda weryfikująca, przy poprawnie dobranych parametrach początkowych, jest w stanie właściwie wyznaczać nie tylko częstotliwość aproksymowanego sygnału, lecz także jego amplitudę i fazę początkową. Z tabeli wynika, że założony warunek dotyczący poziomu szumu w sygnale wyjściowym $\sigma \approx 0,05$ spełnia jedynie filtr Czebysheva drugiego rzędu, chociaż wszystkie badane filtry pozwalają na uzyskanie sygnału o zawartości szumu na poziomie $\sigma < 0,10$.

W takim wypadku jednak, w celu uzyskania dokładności $\delta < 1\%$ należy się liczyć z koniecznością zwiększenia szerokości okna do $m > 3$. Filtr Czebysheva, w porównaniu z filtrem Butterwortha posiada ponad dwukrotnie niższy rząd, co powoduje skrócenie czasu odpowiedzi. Jego nieliniowa charakterystyka fazowa nie jest tutaj problemem, gdyż do zakładanych celów wystarczy znajomość częstotliwości i ewentualnie amplitudy składowej podstawowej.

Filtracja selektywna należy do metod filtracji bardziej wyrafinowanych, niż filtracja dolnoprzepustowa. Umożliwia ona bowiem selektywne usuwanie „niepożądanych zakłóceń, nawet gdy znajdują się one w paśmie będącym zakresem pomiarowym metody. Wymagają one jednak zastosowania metody nadrzędnej, określającej częstotliwości składowych „do wycięcia”. W tym przypadku na poprawność filtracji ma wpływ nie tylko charakterystyka użytego filtru, lecz głównie poprawność

wyznaczenia niechcianych składowych. Dlatego wybrany sygnał testowy zawiera dwie składowe, z których jedną należy odfiltrować.

Filtracja selektywna w proponowanych metodach pomiarowych może być realizowana nierekursywnymi filtrami wycinającymi trzeciego rzędu (notch filter), o transmitancji: [5,12]

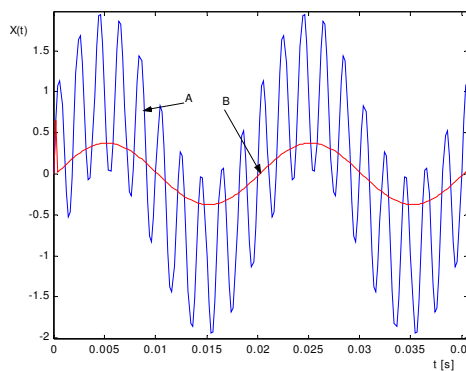
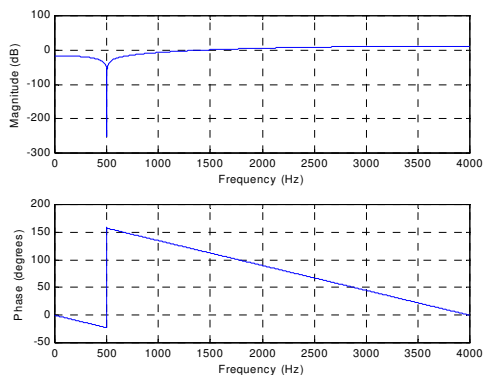
$$H(z) = 1 - \alpha_i z^{-1} + z^{-2} \quad (6.2)$$

gdzie

$$\alpha_i = 2 \cdot \cos(\omega_i T_p) \quad (6.3)$$

ω_i – pulsacja kolejnego składnika o wyższej częstotliwości, który należy wytłumić

Przykładowe charakterystyki amplitudową i fazową przedstawia rysunek 6.7. Wynika z nich, że pomimo niskiego rzędu filtra określona częstotliwość „niepożądana” jest całkowicie wytłumiona.



Rysunek 6.7 Charakterystyka amplitudowa i fazowa filtra selektywnego SOI dla $f_p=5\text{kHz}$, Rysunek 6.8 Przebieg sygnału przed filtracją (A) i po filtracji (B) dla $f_p=5\text{kHz}$, $f_s=50\text{Hz}$, $f_x=500\text{Hz}$

Prezentowany filtr jest w stanie tłumić selektywnie jedną składową o znanej częstotliwości, a w przypadku konieczności, tłumienia większej ich liczby, filtry te można łączyć kaskadowo, co wprawdzie zwiększa rząd „łącznego” filtra zastępczego, ale liczba próbek obejmujących stan przejściowy wynosi zaledwie:

$$N = 3 \cdot i \quad (6.4)$$

gdzie

i – liczba składowych podlegających wycięciu

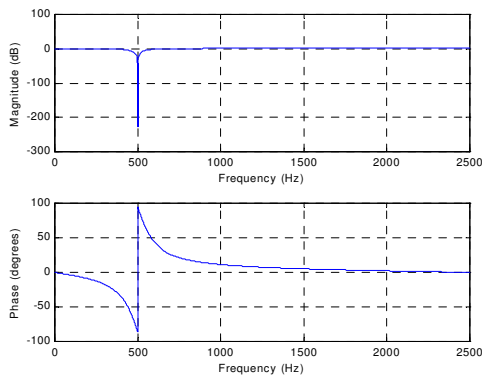
Jest to wartość znacznie niższa od opóźnienia wywołanego przez rekursywne filtry dolnoprzepustowe o podobnej długości, jak grupa filtrów selektywnych. Z rysunków 6.7 i 6.9 wynika jednak, że filtry takie charakteryzują się tłumieniem również w paśmie przepustowym, dla częstotliwości niższych od ω_i . Może ono wynosić nawet do 10dB przy jednoczesnym wzmocnieniu składowych o częstotliwościach wielokrotnie wyższych. Powoduje to, że amplituda składowej podstawowej w sygnale wyjściowym jest zmniejszana kilkukrotnie, podczas gdy zakłócenia o częstotliwościach znacznie wyższych są wzmacniane. Połączenie kaskadowe filtrów zwiększa negatywne skutki tego zjawiska. W celu więc zastosowania tego rodzaju filtrów należy, w procesie rozpoznawania zakłóceń, uwzględnić również składowe o amplitudzie rzędu kilku procent amplitudy składowej podstawowej. Wady opisanej powyżej można uniknąć stosując pętlę sprzężenia zwrotnego w prezentowanych filtrach. Wówczas transmitancja filtra *NOI* wynosi:

$$H(z) = \frac{1 - \alpha z^{-1} + z^{-2}}{1 - \alpha \beta z^{-1} + \beta^2 z^{-2}} \quad (6.5)$$

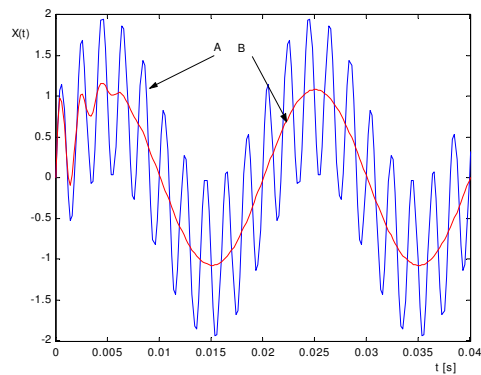
gdzie:

β - współczynnik określający kształt charakterystyki filtru, $0 \leq \beta < 1$

Na rysunku 6.9 przedstawiono charakterystykę filtra *NOI* (równanie 6.5) dla współczynnika $\beta = 0,9$.



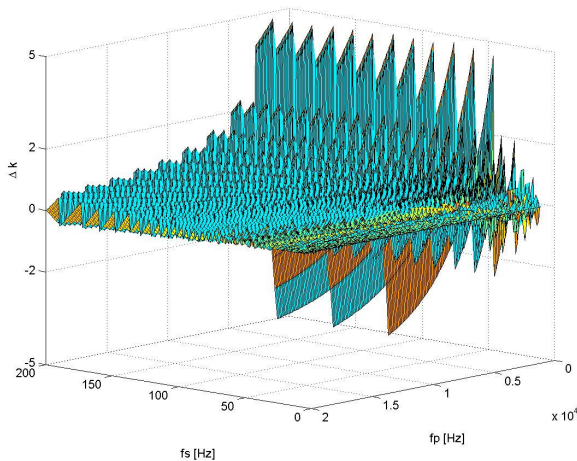
Rysunek 6.9 Charakterystyka amplitudowa i fazowa filtru selektywnego *NOI* dla $f_p=5\text{kHz}$, $f_s=500\text{Hz}$, $\beta = 0,9$



Rysunek 6.10. Przebieg sygnału przed i po filtracji (A) i po filtracji (B) dla $f_p=5\text{kHz}$, $f_s=50\text{Hz}$, $f_x=500\text{Hz}$

Jak wynika z powyższych rysunków, filtr *NOI* posiada prawie stałe wzmocnienie, równe 1 w paśmie przepustowym, i jest w stanie równie skutecznie tłumić składowe o znanych częstotliwościach. Jego wadą, w porównaniu z filtrem *SOI*, jest dłuższy czas odpowiedzi, co powoduje, że okno próbkowania powinno być dłuższe, dla zachowania wymaganej dokładności metody. Wada ta jednak nie dyskwalifikuje tego typu filtrów w metodach pomiarowych prezentowanych w niniejszej pracy, ponieważ, w porównaniu do filtra *SOI* nie jest konieczne wyznaczanie wszystkich, nawet najmniejszych amplitudowo zakłóceń, gdyż wartość amplitudy składowej podstawowej sygnału wejściowego nie jest systematycznie zmniejszana.

Decymacja sygnału jest potrzebna w celu dopasowania gęstości próbkowania (liczby próbek na okres sygnału) do optymalnych warunków estymacji modelem Prony'ego. Dokonując zmiany częstotliwości próbkowania sygnałów dyskretnych należy pamiętać o konieczności spełnienia twierdzenia Shannona. Co prawda twierdzenie to mogło już raz zostać uwzględnione podczas sprzętowego próbkowania sygnału, ale także obowiązuje podczas jego dalszego „reprodukowania” po stronie cyfrowej [3]. Do obniżenia częstotliwości próbkowania stosuje się układ L –krotnego decymatora cyfrowego. Układ taki współpracuje z filtrem dolnoprzepustowym, tzw. filtrem decymującym [3]. Metoda decymacji (podpróbkowania) pozwala na uzyskanie częstotliwości próbkowania niższej od częstotliwości pierwotnej, ale częstotliwość wynikowa należy do zbioru wartości dyskretnych. Wynika to z faktu, że L -krotna decymacja oznacza wybieranie z pamięci co L -tej próbki. W przypadku konieczności uzyskania częstotliwości próbkowania „leżącej” pomiędzy wartościami dyskretnymi, należy połączyć kaskadowo układ K -krotnego interpolatora oraz L -krotnego decymatora. Układ taki pozwala na zmianę częstotliwości próbkowania w stosunku K/L [3]. Na rysunku (6.11) przedstawiony został rozkład odchyłki od wartości założonej ($k=10$) rzeczywistej gęstości próbkowania w procesie decymacji, w zależności od mierzonej częstotliwości f_s i częstotliwości próbkowania f_p , bez stosowania dodatkowej K -krotnej interpolacji.



Rysunek 6.11. Odchyłka od założonej gęstości próbkowania ($k=10$) w zależności od częstotliwości sygnału f_s oraz częstotliwości próbkowania pierwotnego f_p

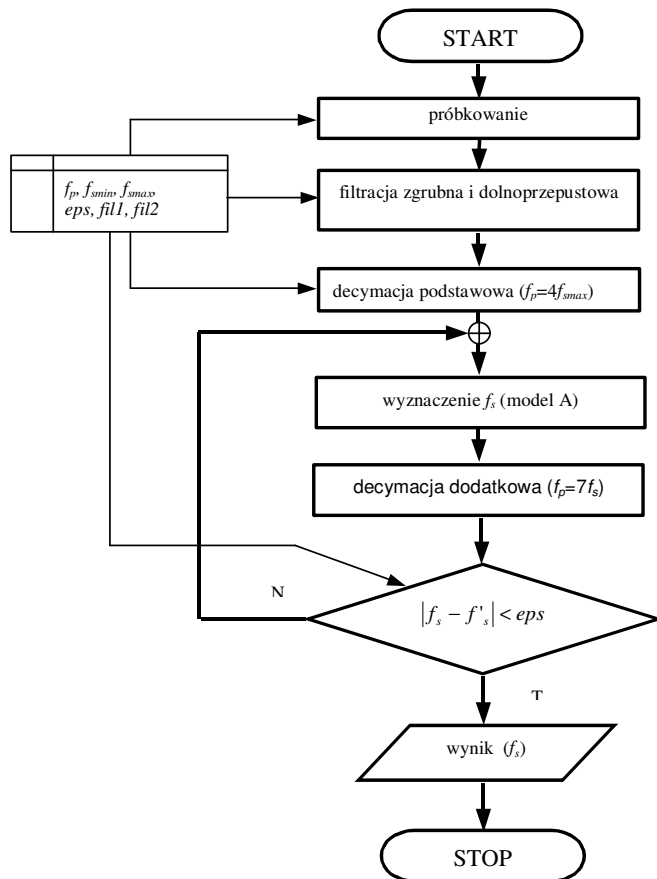
Z rysunku tego wynika, że dla stosowanej częstotliwości próbkowania $f_p=5\text{kHz}$ maksymalna odchyłka liczby próbek na okres wynosi $\Delta k=\pm 2$. Oznacza to, że dyskretne wartości wtórnej częstotliwości próbkowania po L -krotnej decymacji nie powodują wykroczenia otrzymanej gęstości próbkowania poza optymalny dla modelu Prony'ego zakres ($k=3-23$). Oznacza to, że w opisywanym przypadku nie zachodzi konieczność wcześniejszego K -krotnego nadpróbkowania sygnału.

6.5 Propozycje algorytmów pomiarowych

6.5.1 Algorytmy wykorzystujące filtrację dolnoprzepustową.

Schemat blokowy jednego z algorytmów wykorzystujących filtrację dolnoprzepustową przedstawia rysunek 6.12. Jego zasada działania wykorzystuje fakt, że wyniki uzyskiwane przez model A, przy kolejnych coraz mniejszych częstotliwościach próbkowania, począwszy od $f_p = 4 \cdot f_{s\max}$ są zbieżne do wartości rzeczywistej f_s , wyznaczonej przy optymalnej częstotliwości próbkowania $f_p = 7 \cdot f_s$. Wynika to z faktu, że błąd pomiaru w najbardziej niekorzystnym przypadku ($f_{s\min}=5\text{Hz}$) osiągnie, dla $f_p = 4 \cdot f_{s\max} = 800\text{Hz}$ szacunkową wartość 250-300% i jest to błąd dodatni, jak wykazano w poprzednim rozdziale. Oznacza to, że maksymalnie zafalszowany wynik będzie miał wartość kilkunastu herców. Dobierając dla np. $f_s'=15\text{Hz}$ optymalną gęstość próbkowania $k=7$ otrzymamy, $f_p=105\text{Hz}$, co dla rzeczywistej $f_s=5\text{Hz}$ daje $k=21$. Otrzymana wartość k należy nadal do optymalnego zakresu dla modelu A, stąd wynik uzyskany w drugim kroku powinien być obarczony

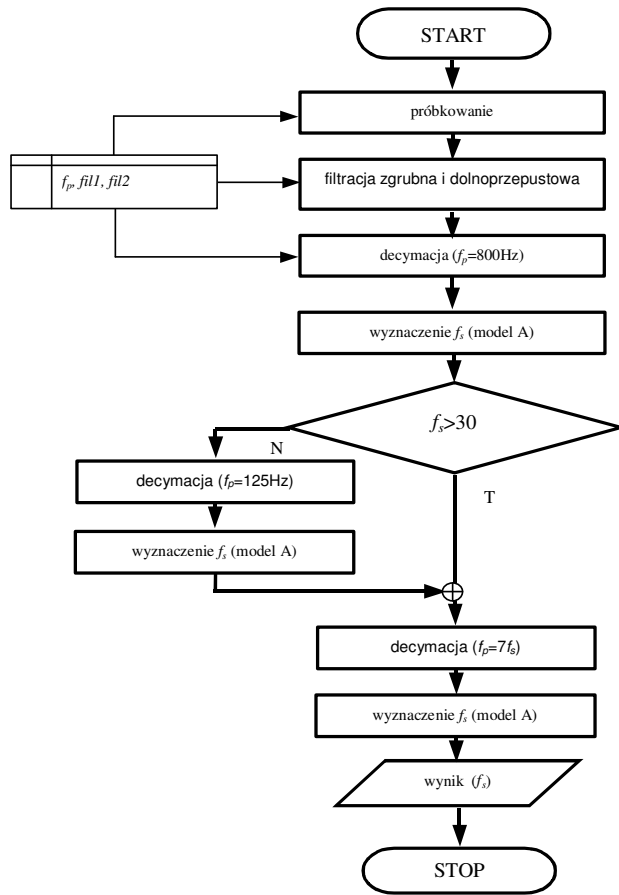
błędem nie przekraczającym wartości 1%. Rzeczywista liczba kroków obliczeniowych zależy od przyjętej wartości różnicy wyników uzyskanych w kolejnych krokach (eps), dzięki czemu, przy właściwie przeprowadzonej filtracji jest możliwe uzyskanie niższego błędu niż $\delta=1\%$.



Rysunek 6.12. Schemat blokowy algorytmu do pomiaru częstotliwości f_s , wykorzystującego filtrację dolnoprzepustową oraz decymację, z adaptacyjnym doбором częstotliwości próbkowania f_p . Oznaczenia: eps - założona różnica wyników uzyskanych w kolejnych krokach, f_{smax}, f_{smin} - zakres pomiarowy metody, f'_s – wynik uzyskany w kolejnym kroku obliczeniowym, $fil1, fil2$ - parametry filtrów; zgrubnego i dolnoprzepustowego.

Dolna granica błędu jest ograniczona przez poziom szumu w badanym sygnale, po jego filtracji. Nie jest zatem zalecane ustalenie bardzo niskiej wartości eps (np. 0,001), gdyż nie spowoduje to znacznego ograniczenia błędu, natomiast może doprowadzić do „rozbiegania” algorytmu. Przedstawiony algorytm został zaprojektowany dla zakresu pomiarowego, opisywanego w niniejszej pracy, jednak nie istnieją przesłanki uniemożliwiające wykorzystanie go do zakresu rozszerzonego do kilkuset herców. Jedynym ograniczeniem wartości f_{smax} jest skuteczność filtracji dolnoprzepustowej przy rozszerzeniu pasma przepustowego. Ograniczeniem

zakresu od dołu jest trudność z pierwotnym rozpoznaniem częstotliwości f_s przy wysokiej wartości k (np. $k=1000$). W takiej sytuacji wynik może być przypadkowy, co uniemożliwia poprawne działanie algorytmu. Dla wybranego zakresu pomiarowego oraz częstotliwości próbkowania należy dobrać parametry filtrów, zgrubnego i dolnoprzepustowego, oznaczonych na schemacie *fil1*, *fil2*. Dla obu prezentowanych filtrów zgrubnych ustawiono wartości graniczne $U_{max}=\pm 500$ V, natomiast dodatkowo dla filtru z rysunku 6.5 wartość $dU_{max}=50$ V. Takie ustawienia sprawdziły się dla większości badanych sygnałów. Wartość *eps* może zostać wprowadzona na stałe na optymalnym poziomie - w praktyce *eps*=0,05-0,1. Proponowany algorytm może współpracować zarówno z próbkowaniem techniką pasmową, jak również z filtracją zgrubną, lecz zastosowanie techniki pasmowej wiąże się z ograniczeniem możliwości rozszerzenia zakresu pomiarowego. Na uwagę zasługuje sposób doboru liczby próbek pomiarowych M . W pierwszym pomiarze, gdy nieznana jest wartość częstotliwości f_s , należy założyć wariant najbardziej pesymistyczny, t.j. $f_s=5$ Hz, dla którego należy pobrać największą liczbę próbek (dla $f_p=5$ kHz, $m=1$, $M=1000$). Częstotliwość otrzymaną w pierwszym pomiarze można wykorzystać do określenia liczby próbek potrzebnych do wykonania kolejnego pomiaru. Błędy spowodowane takim założeniem mogą być znaczące, szczególnie w przypadku prezentowanych algorytmów działających w trybie offline. Trudna bądź niemożliwa do wyznaczenia jest bowiem maksymalna szybkość zmian częstotliwości sygnału napięcia dla danego przekształtnika, w trakcie kolejnych pomiarów. Błędy takie mogą być jednak łatwo wykryte, gdyż w przypadku zbyt małej liczby próbek następuje utrata zbieżności wyników do wartości rzeczywistej f_s , wyznaczonej przy optymalnej częstotliwości próbkowania. W takim przypadku można powrócić do domyślnej liczby próbek, odnoszącej się do początku zakresu pomiarowego. Z doświadczeń wynika, że powyższy algorytm wykonuje 4-7 kroków do momentu ustalenia wartości ostatecznej f_s . W programie zastosowano blokadę uniemożliwiającą przekroczenie 10 kroków obliczeniowych, co zapobiega ewentualnemu „rozbieganiu” algorytmu. W dalszej części pracy opisany powyżej algorytm będzie nazywany algorytmem **P1**. Uproszczoną wersję tego algorytmu przedstawia schematycznie rys. 6.13.



Rysunek 6.13. Schemat blokowy algorytmu do pomiaru częstotliwości f_s , wykorzystującego filtrację dolnoprzepustową oraz decymację, z rozdzielaniem zakresu pomiarowego f_p . Oznaczenia: $fil1$, $fil2$ -parametry filtrów; zgrubnego i dolnoprzepustowego.

Metoda ta została zaprojektowana dla zakresu pomiarowego $f_s=5-200\text{Hz}$. Dodatkowym celem było ograniczenie liczby wykonywanych kroków pomiarowych. Dla prawidłowego działania algorytmu podzielono zakres pomiarowy na możliwie niewielką liczbę podzakresów, w których pomiar, przy stałej częstotliwości próbkowania f_p nie spowoduje wykraczania wartości k poza optymalny zakres dla modelu A. Przykładowy podział przedstawiono w tabeli 6.6.

zakres >>	1	2
f_{smin} [Hz]	5	32
f_{smax} [Hz]	32	200
f_p [Hz]	125	800

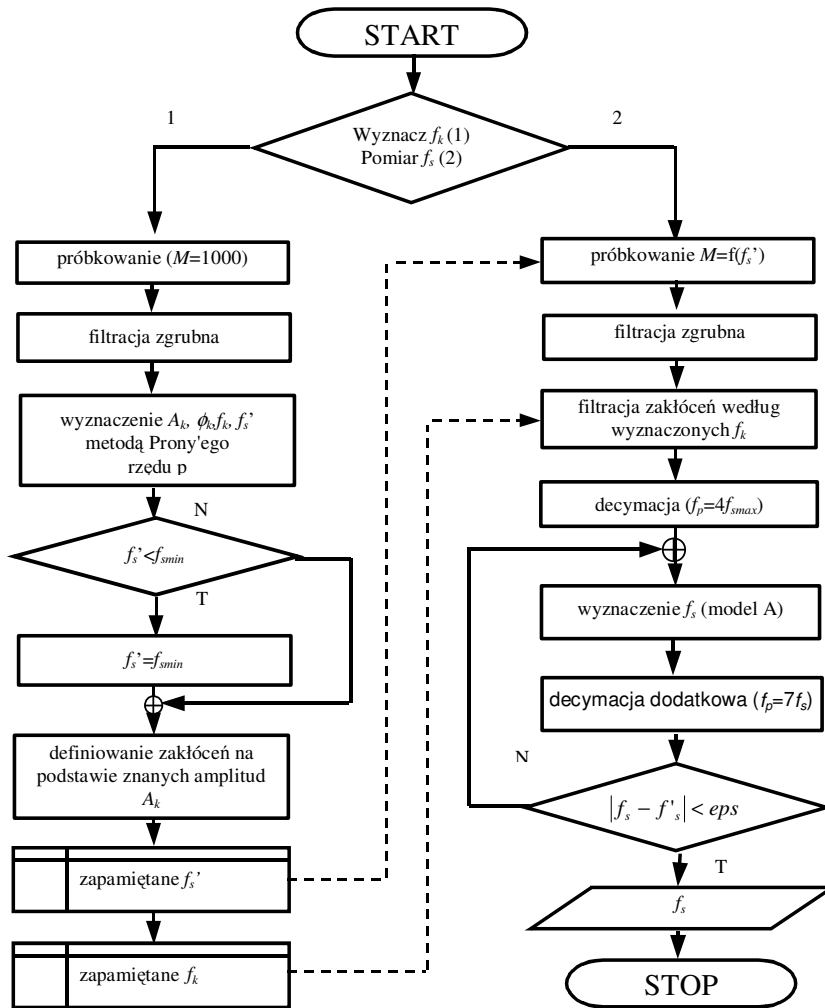
Tabela 6.6 Podzakresy działania metody (model A), obejmujące stałą częstotliwość próbkowania.

Sygnal jest poddany obróbce wstępnej podobnie, jak w przypadku pierwszego algorytmu. Po pierwszym pomiarze, przy częstotliwości próbkowania $f_p=800\text{Hz}$ błąd poniżej 1% uzyskany zostanie dla częstotliwości $f_s>32\text{Hz}$. Niższe częstotliwości będą

obarczone błędem dodatnim, zależnym od współczynnika k . Granica $f_s'=30\text{Hz}$ pozwala rozróżnić „klasę” częstotliwości (zakres 1 lub 2), W przypadku informacji o wyznaczaniu częstotliwości z zakresu pierwszego, częstotliwość próbkowania zostaje dostosowana do tego zakresu ($f_p=125\text{Hz}$). Częstotliwość f_s jest wyznaczana po zastosowaniu metody według modelu A. Następnie wykonywany jest pomiar kontrolny, którego wynik jest ostateczny. Wynik zakwalifikowany do zakresu drugiego jest również potwierdzany pomiarem kontrolnym z częstotliwością próbkowania dostosowaną do otrzymanej częstotliwości f_s . Zaletą tego rozwiązania jest prostota i szybkość działania, spowodowana znaną liczbą kroków obliczeniowych, równą 2 lub 3 oraz faktem, że badanie warunku wykonywane jest tylko raz. Dodatkowo, w algorytmie tym nie zakłada się wartości ϵ , która jest główną przyczyną dużego rozrzutu szybkości działania algorytmu **P1**. Wadą metody jest dostosowanie tylko do prezentowanego zakresu pomiarowego. W obu proponowanych algorytmach przyjęto optymalną wartość $k=7$. Wartość tę otrzymano uwzględniając ewentualny błąd Δk , spowodowany dyskretyzacją częstotliwości próbkowania po decymacji sygnału. Algorytm ten będzie w dalszej części pracy oznaczony **P2**.

6.5.2 Algorytmy wykorzystujące filtrację selektywną (notch filter).

W celu zastosowania filtracji selektywnie wycinającej poszczególne składowe zakłócające, należy wykorzystać metody działające w sposób dwuetapowy. W pierwszym etapie należy przeprowadzić rozpoznanie zakłóceń znaczących w badanym sygnale, natomiast drugi etap obejmuje filtrację sygnału oraz właściwy pomiar metodą pierwszego rzędu. W niniejszej pracy przedstawiono dwa przykładowe algorytmy, działające w opisany sposób. Różnią się one jednak narzędziem określającym widmo badanego sygnału.

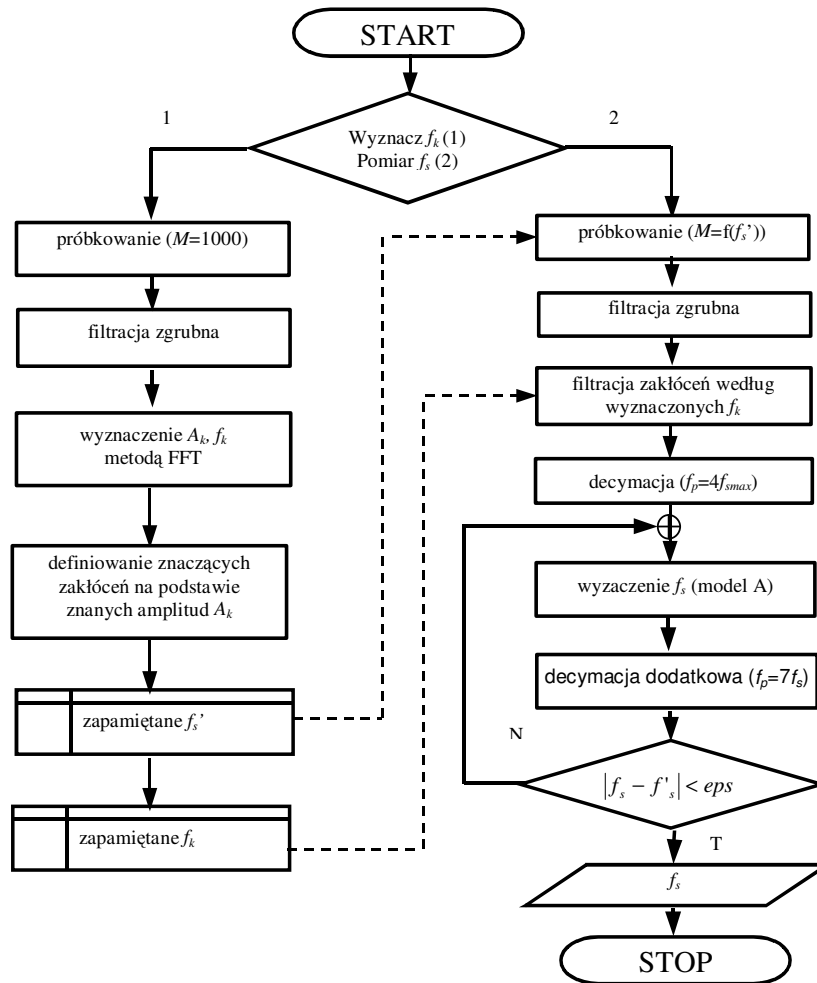


Rysunek 6.14 Algorytm wyznaczania częstotliwości z filtracją selektywną, wykorzystujący model Prony'ego rzędu p . Oznaczenia: M - liczba próbek, f_p - częstotliwość próbkowania, f_{p2} -częstotliwość po podpróbkowaniu, f_s - częstotliwość badanego sygnału, f_s' -wyznaczona wstępnie częstotliwość podstawowa m - liczba okresów w oknie, k - liczba próbek na okres, A_k, ϕ_k, f_k – parametry pozostałych składowych, eps - założona różnica wyników uzyskanych w kolejnych krokach obliczeniowych.

W pierwszym algorytmie (rys. 6.14) do wstępnego (skalującego) badania częstotliwości składowych zakłócających zastosowano metodę opartą na modelu Prony'ego rzędu p . Ponieważ metoda ta, podobnie jak model A, wykazuje znaczny błąd dla wysokiej wartości współczynnika k , wiarygodne wyniki dotyczą tylko składowych zakłócających, gdyż posiadają one częstotliwości podobnego rzędu co częstotliwość próbkowania. W przypadku, gdy rzeczywista częstotliwość f_s jest wyższa od około 30 Hz, błąd jest nie większy od 50%. Pozwala to na określenie rzędu tej wartości, co ułatwia dobór liczby próbek w kolejnym pomiarze. W przypadku badania sygnału o częstotliwości składowej podstawowej niższej niż 30Hz wynik może być przypadkowy. Może się zdarzyć wówczas, że metoda aproksymuje

składową modulowaną poprzez składową aperiodyczną, dla której częstotliwość $f_s'=0$. W celu zapobieżenia takiej sytuacji, wartości $f_s'<f_{smin}$ są zastępowane dolną granicą zakresu pomiarowego, równą f_{smin} . Wybór składowych zakłócających polega na znalezieniu wszystkich składowych o częstotliwościach wyższych od f_{smax} , których stosunek amplitudy A_k do współczynnika tłumienia α_k jest maksymalny. W praktyce, zaleca się brać pod uwagę co najwyżej 10 składowych o największym współczynniku A/α . Dodatkowo przyjęto warunek dotyczący amplitudy, która dla znaczącego zakłócenia powinna być większa od 1% amplitudy największej wykrytej składowej oraz warunek dotyczący częstotliwości. Ten ostatni ma na celu pominięcie zakłóceń, których częstotliwości leżą blisko wykrytej składowej podstawowej. Dotyczy to szczególnie częstotliwości leżących blisko f_{smax} , gdyż mogłyby one zostać odfiltrowane przy okazji filtracji zakłóceń, wyznaczonych jako wstęga boczna składowej podstawowej. Etap drugi obejmuje filtrację cyfrową oraz właściwy pomiar metodą opartą na modelu pierwszego rzędu. Liczba próbek potrzebnych do wykonania każdego kolejnego pomiaru jest, podobnie jak w metodach **P1** i **P2**, obliczana na podstawie wyniku otrzymanego w pomiarze poprzednim. Takie postępowanie jest słuszne jedynie wówczas, gdy kolejne pomiary wykonywane są z częstotliwością kilku herców oraz gdy jest znany charakter pracy zasilanego napędu. W metodzie tej właściwy blok pomiarowy jest identyczny z zastosowanym w algorytmie **P1**, stąd łatwe są do wykrycia ewentualne błędy oszacowania częstotliwości zakłóceń f_k oraz wymaganej liczby próbek M . W przypadku wykrycia takiego błędu, następuje pomiar skalujący, na podstawie którego ustalane są współczynniki filtrów zerujących oraz wymagana liczba próbek. Dobór rzędu modelu Prony'ego w bloku skalującym jest problemem rozwiązany doświadczalnie. Czas odpowiedzi metody, podczas pomiaru skalującego nie musi spełniać przyjętych rygorów dotyczących szybkości właściwego pomiaru. Czas ten nie jest zatem czynnikiem ograniczającym wysokość rzędu modelu. Należy jednak pamiętać, że maksymalny rząd nie może przekroczyć wartości równej połowie liczby próbek M [13]. Wysokość rzędu ustalana na poziomie kilkuset nie jest jednak zalecana, gdyż wówczas metoda Prony'ego aproksymuje wysokoamplitudowe zakłócenia funkcjami aperiodycznymi. Uniemożliwia to ustalenie ich częstotliwości wymaganej do późniejszej filtracji. Rząd modelu użytego w zastosowanej metodzie powinien odpowiadać podwojonej liczbie oczekiwanych składowych, gdyż wyniki podawane są w postaci zespolonej. W toku przeprowadzonych doświadczeń stwierdzono, że

optymalnym zakresem wartości p jest przedział 20-30, w którym odnotowano najmniej znaczących pomyłek. Opisany algorytm został oznaczony jako **P3**. W alternatywnym rozwiązaniu zastosowano zamiast modelu Prony'ego rzędu p , krótkoczasową transformatę Fouriera FFT. W przypadku liczby próbek, obejmującej niepełny okres składowej modulowanej, jej częstotliwość nie zostanie poprawnie rozpoznana. Ponieważ jednak składowe zakłócające mają częstotliwości znacznie wyższe, można przyjąć, że ich wartości zostaną rozpoznane z dokładnością umożliwiającą wykorzystanie ich do doboru filtrów wycinających. Schemat blokowy tego algorytmu przedstawia rysunek 6.15.



Rysunek 6.15 Algorytm wyznaczania częstotliwości z filtracją selektywną, wykorzystujący algorytm FFT. Oznaczenia zgodne z rysunkiem 6.14.

Blok skalujący, wyposażony w algorytm Fouriera, nie musi zawierać warunku dotyczącego minimalnej wartości f_s' , gdyż niezależnie od wartości współczynnika k , wyniki otrzymane tą metodą korespondują rzędem wielkości z wartościami rzeczywistymi f_s . Poprawniejszy niż w algorytmie **P3** jest również wybór znaczących składowych zakłócających, gdyż algorytm FFT wyznacza widmo sygnału bez dodatkowych składowych aperiodycznych. Ten wybór polega na wychwyceniu założonej liczby harmonicznnych o największych amplitudach. Prezentowana metoda oznaczona została jako **P4**. W metodzie tej zastosowano ten sam blok pomiarowy jak w algorytmach **P1** i **P3**. Dobór początkowej liczby próbek oraz sposób próbkowania sygnału analogowego jest identyczny jak w metodzie **P3**.

7 Badania algorytmów pomiarowych

7.1 Wstęp.

W rozdziale tym zostały zaprezentowane wyniki pomiarów częstotliwości z zastosowaniem algorytmów:

- **P1** – z filtracją dolnoprzepustową i adaptacyjnym doбором częstotliwości próbkowania (Rys. 6.12 i 6.13),
- **P2** – z filtracją dolnoprzepustową i częstotliwością próbkowania dopasowaną do zakresu pomiarowego,
- **P3** – z selektywną filtracją zakłóceń wyznaczonych modelem Prony'ego wysokiego rzędu i filtracją, jak metoda P1 (Rys. 6.14),
- **P4** – z selektywną filtracją zakłóceń wyznaczonych metodą FFT, i filtracją, jak metoda P1 (Rys. 6.15).

Badania przeprowadzono przy użyciu sygnałów generowanych za pomocą programu Matlab® oraz sygnałów zarejestrowanych w rzeczywistych przekształtnikach *MSI*. Celem przedstawionych badań jest określenie rzeczywistej dokładności proponowanych metod w różnych warunkach pomiaru.

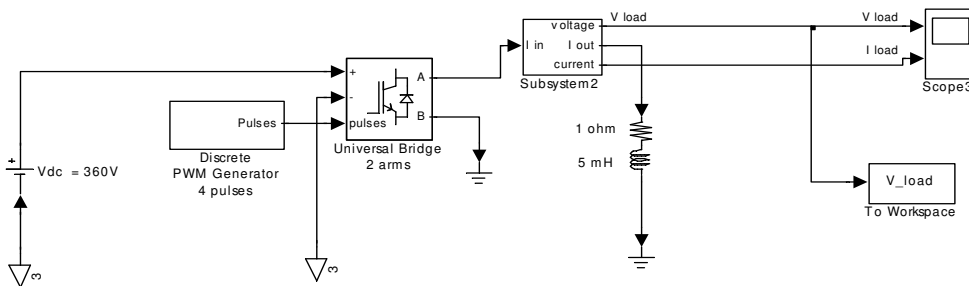
7.2 Badania z użyciem sygnałów symulowanych.

W celu przeprowadzenia badań symulacyjnych zamodelowano, przy użyciu programu Simulink (Matlab® 6.5), obwód zasilany z przekształtnika *MSI* (rys. 7.1). Badany układ symulacyjny zaczerpnięty został z programu demonstracyjnego *psb1phPWM.mdl*, dołączonego do biblioteki *SimPowerSystem*. Składa się on z modulowanego jednobiegunowo, jednofazowego falownika, zasilanego ze sztywnego źródła napięcia stałego oraz z obciążenia szeregowego RL. Podstawowe parametry modelu symulacyjnego przedstawione zostały w tabeli 7.1. Sygnał napięcia otrzymany w wyniku symulacji wyznaczany jest pośrednio, na podstawie znanego przebiegu prądu na elemencie o znanych parametrach RL [6.14]. Metoda taka pozwala na wyznaczenie rzeczywistego przebiegu napięcia na elemencie zawierającym indukcyjność, podczas gdy napięcie na wyjściu przekształtnika, wyznaczone za pomocą standardowego „wirtualnego woltomierza” jest przebiegiem prostokątnym o częstotliwości f_m oraz modulowanym współczynnikiem wypełnienia. Jak wynika z badań, jest to pewne ograniczenie programu *Simulink* w tym zastosowaniu.

<i>parametry modelu</i>		<i>parametry symulacji</i>	
liczba kluczy	4	metoda obliczeń	Dorman-Prince (ODE) zmienny krok całk.
rez. wewn. klucza R_{on} [Ω]	1e-4	max. krok [μ s]	1e-6
czas załączenia T_r [μ s]	2	min. krok [μ s]	auto
czas rozłączenia T_f [μ s]	1	czas symulacji [s]	3/ f_s
rezystancja obciążenia [Ω]	1	M_{min}	0,2
indukcyjność obciążenia [H]	0,005	M=1 dla f_s [Hz]	50
napięcie zasilające U_{DC} [V]	360		

Tabela 7.1 Podstawowe dane badanego układu symulacyjnego.

W modelowanym układzie zastosowano strategię sterowania amplitudą $U/f=const$ w zakresie częstotliwości $f_s=10-50\text{Hz}$. W przypadku częstotliwości niższych od 10Hz zastosowano technikę podbicia momentu [26]. Dla częstotliwości wyższych od 50Hz, z uwagi na osiągnięcie maksymalnej dostępnej amplitudy napięcia wyjściowego, równej U_{DC} , strategia $U/f=const$. wykonywana jest w odniesieniu do wartości skutecznej napięcia wyjściowego poprzez zmianę jego kształtu. W tym celu, zastosowana została technika nadmodulacji. Wartość napięcia stałego, zasilającego falownik, ustalono jako wartość średnią napięcia jednofazowego (230V), wyprostowanego dwufalowo. Sygnał „analogowy” otrzymany z symulacji jest przedstawiony za pomocą sygnału dyskretnego o zmiennej częstotliwości próbkowania. Sygnał stosowany w badanych algorytmach obliczeniowych podlega decymacji do żądanej częstotliwości próbkowania (f_p). Wartość amplitudy napięcia w modelu symulacyjnym regulowana jest wartością współczynnika mod_ind [11].



Rysunek 7.1 Schemat układu do generacji przebiegów testowych.

Podczas symulacji wygenerowano 12 różnych przebiegów napięć o przyjętych częstotliwościach, obejmujących zakres pomiarowy badanych metod **P1-P4** ($f_s=5-200\text{Hz}$). Zakres ten podzielono na 3 podzakresy: 5-30 Hz, 31-100 Hz i 101-200 Hz, dla których wykonano osobne analizy statystyczne wyników. W celu określenia

dokładności pomiarowej badanych metod, wygenerowane sygnały próbkowano z trzema częstotliwościami $f_p=2,5\text{kHz}$, $f_p=5\text{kHz}$ i $f_p=12,5\text{kHz}$, dla których wykonano oddzielne pomiary częstotliwości f_s . Częstotliwość modulacji symulowanych przebiegów wynosi $f_m=8\text{kHz}$. Głównym parametrem określającym niedokładność pomiarów jest błąd względny, wyznaczany z zależności 5.1, w której wartością poprawną jest zadana częstotliwość F_s . W poniższych tabelach błąd ten przedstawiony jest w zapisie procentowym. Przyjęta statystyka wyników opiera się na udziale wyników z błędem nie przekraczającym założonych wartości: $\delta < 1\%$, $\delta < 3\%$ i $\delta < 5\%$. Rozkłady te są badane w odniesieniu do przyjętych podzakresów częstotliwości f_s oraz częstotliwości próbkowania f_p . Dodatkową informację o wynikach zawiera wartość średnia dla konkretnej grupy wyników, np. dla konkretnej częstotliwości próbkowania lub dla konkretnego podzakresu częstotliwości f_s . W poniższych tabelach zamieszczono wyniki badań symulacyjnych wraz z badanymi przebiegami.

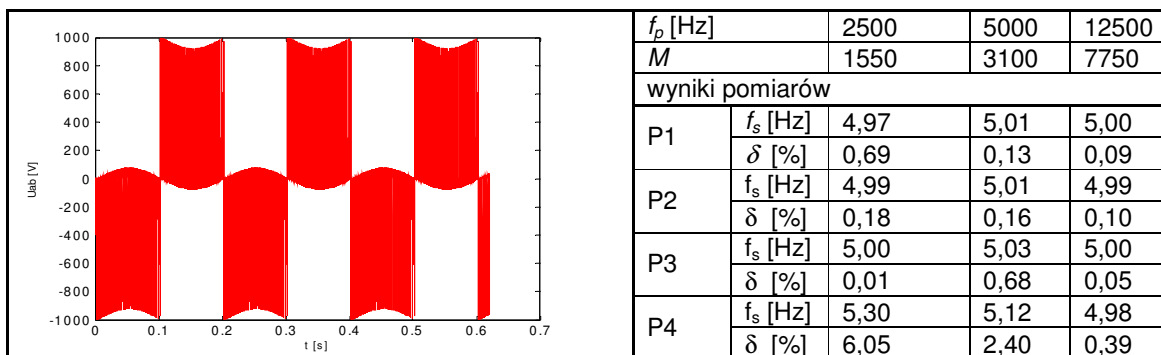


Tabela 7.2 Wyniki badań symulacyjnych metod **P1–P4** z użyciem sygnału o częstotliwości $F_s = 5\text{Hz}$.

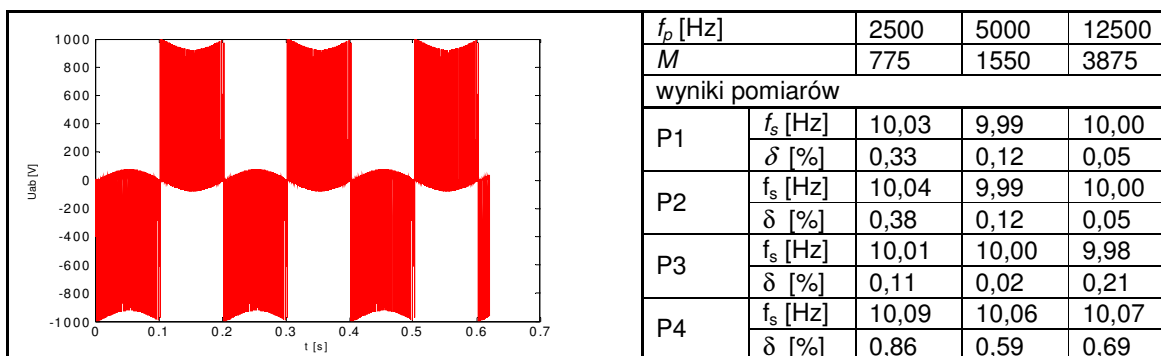


Tabela 7.3 Wyniki badań symulacyjnych metod **P1–P4** z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s = 10\text{Hz}$.

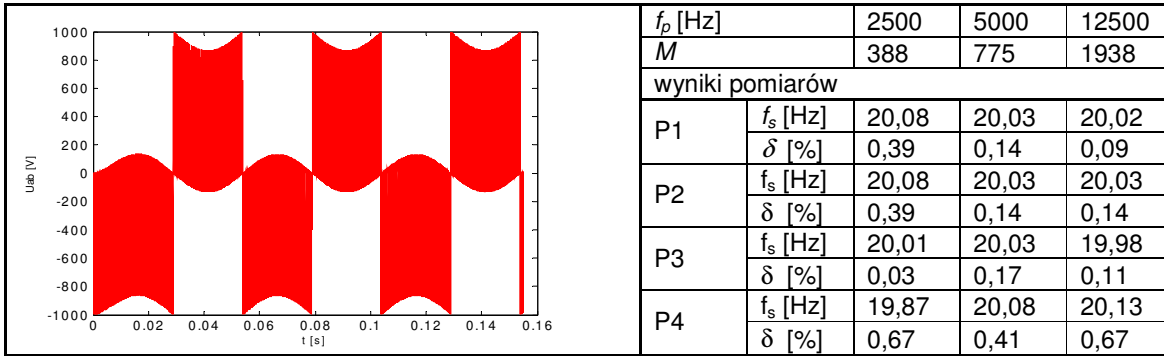


Tabela 7.4 Wyniki badań symulacyjnych metod P1–P4 z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s=20$ Hz.

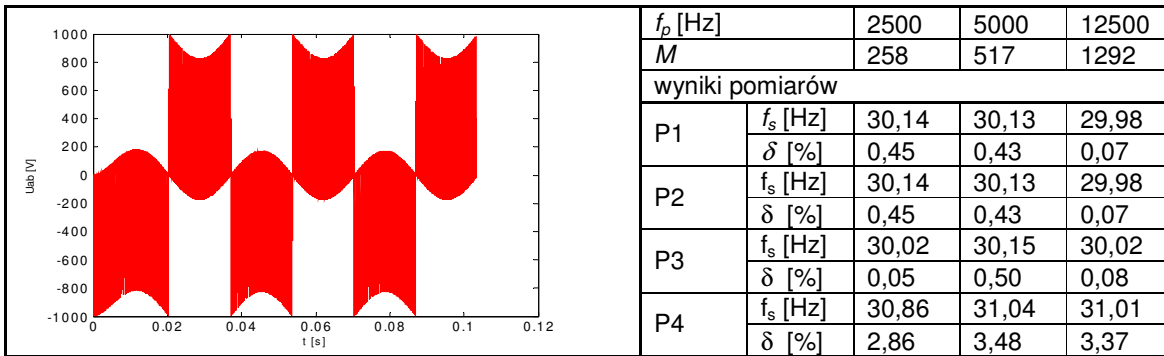


Tabela 7.5 Wyniki badań symulacyjnych metod P1–P4 z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s=30$ Hz.

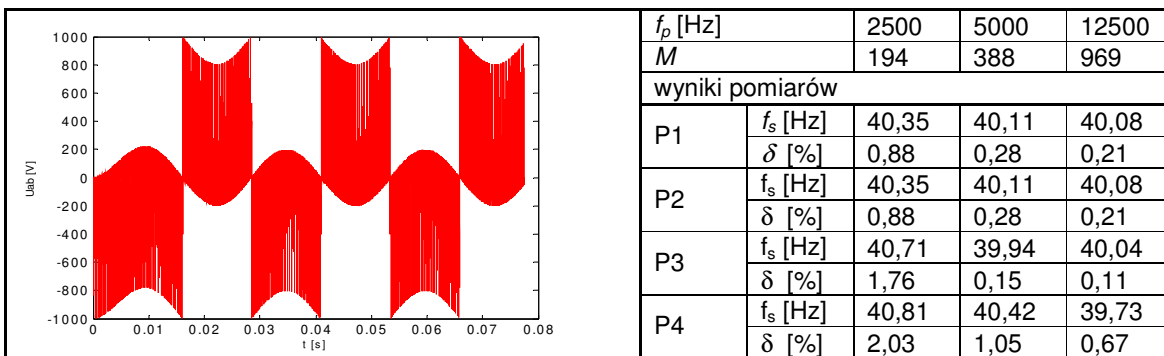


Tabela 7.6 Wyniki badań symulacyjnych metod P1–P4 z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s=40$ Hz.

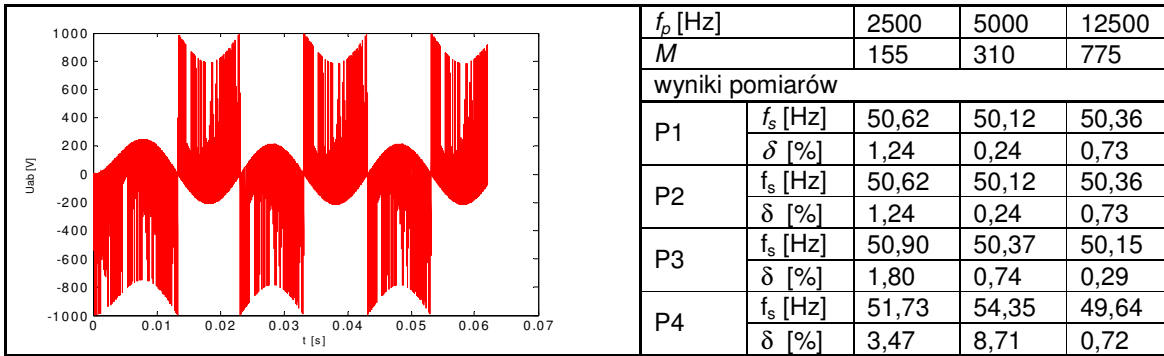


Tabela 7.7 Wyniki badań symulacyjnych metod P1–P4 z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s=50$ Hz.

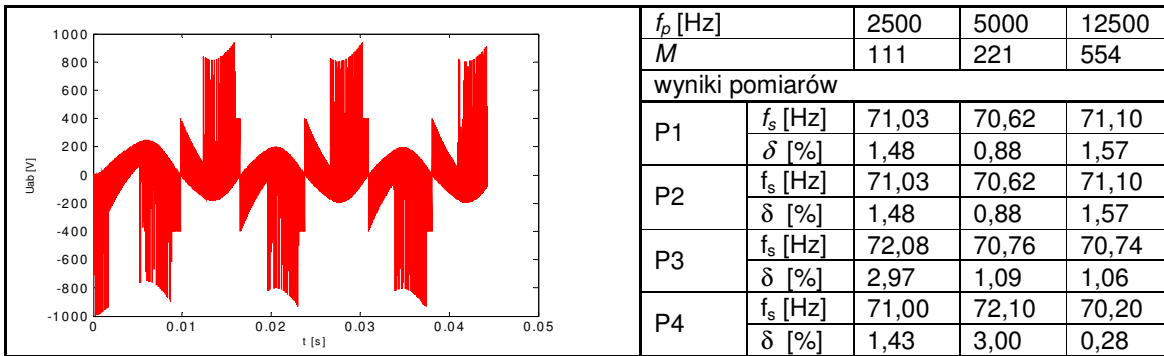


Tabela 7.8 Wyniki badań symulacyjnych metod P1–P4 z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s=70$ Hz.

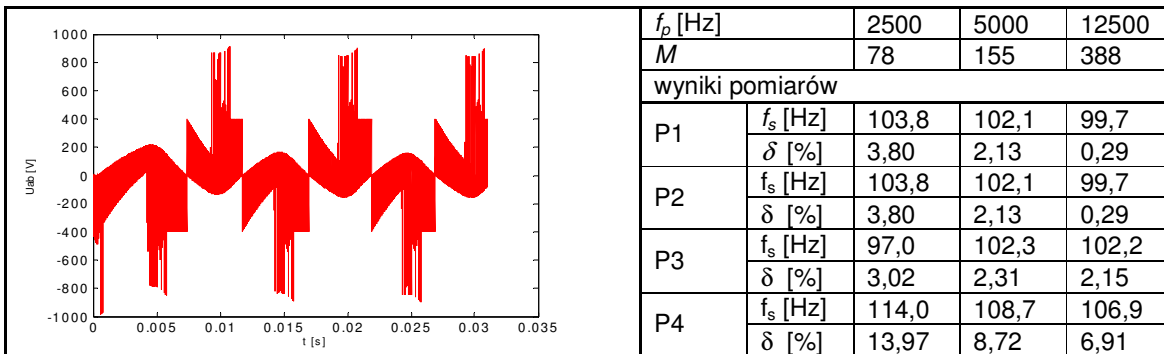


Tabela 7.9 Wyniki badań symulacyjnych metod P1–P4 z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s=100$ Hz.

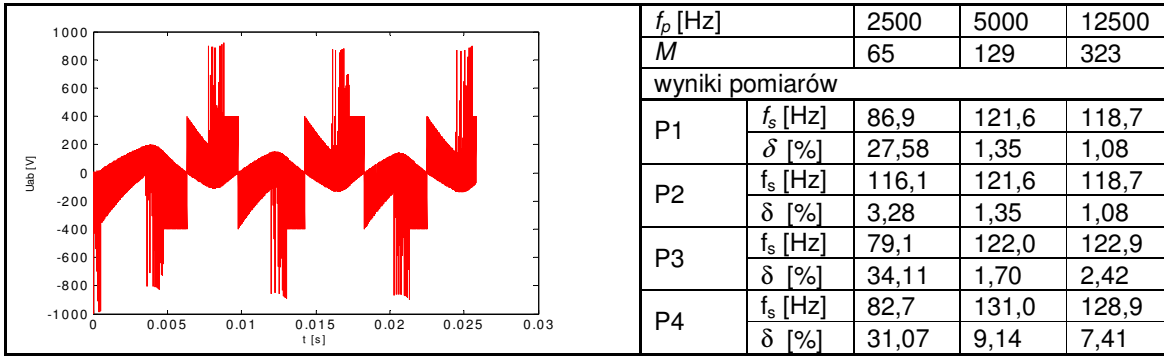


Tabela 7.10 Wyniki badań symulacyjnych metod **P1–P4** z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s=120$ Hz.

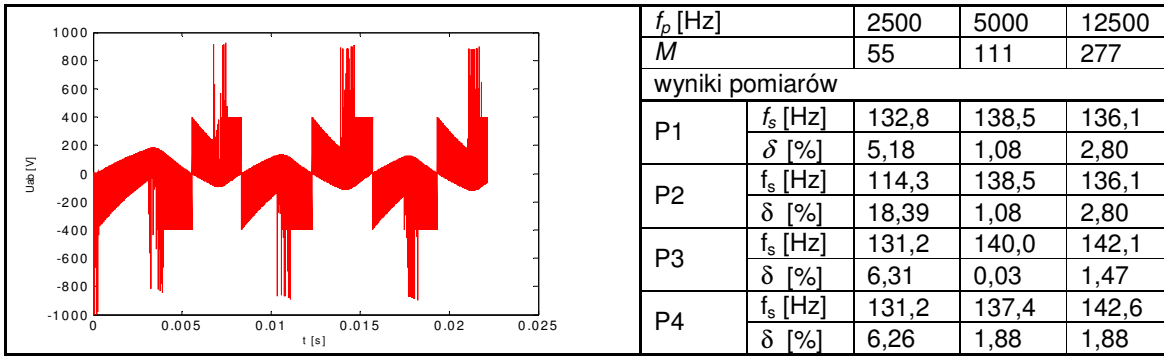


Tabela 7.11 Wyniki badań symulacyjnych metod **P1–P4** z użyciem sygnału o częstotliwości $f_s=140$ Hz.

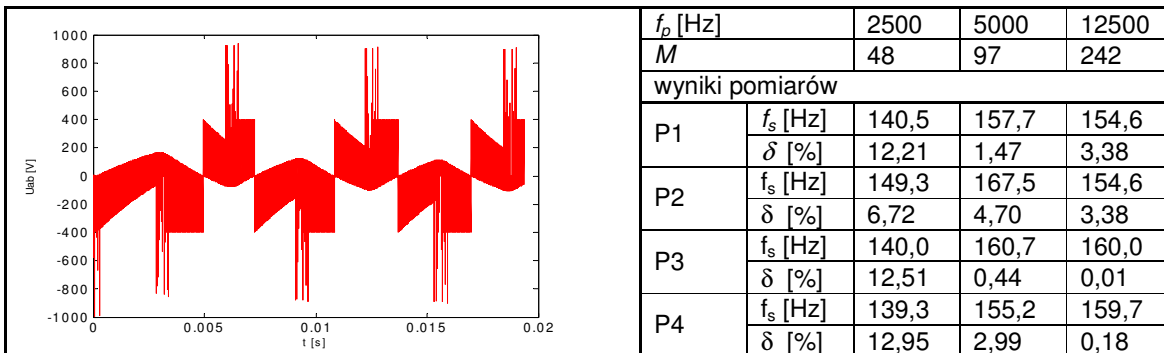


Tabela 7.12 Wyniki badań symulacyjnych metod **P1–P4** z użyciem sygnałów o częstotliwości $f_s=160$ Hz.

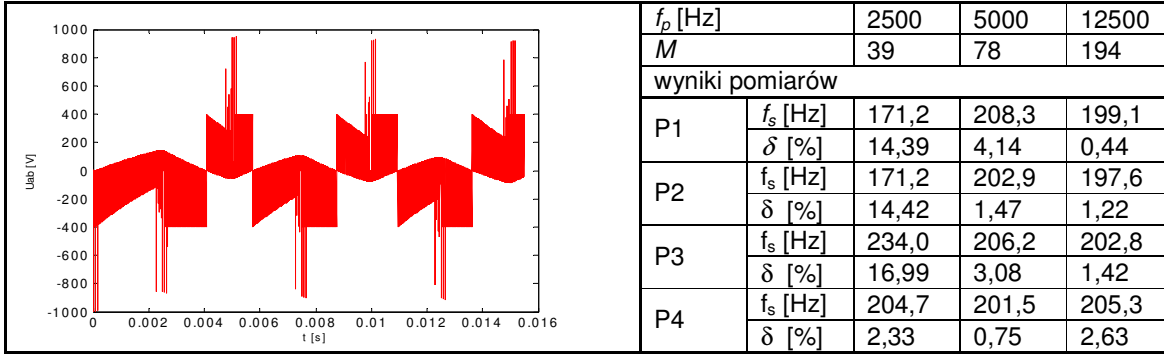
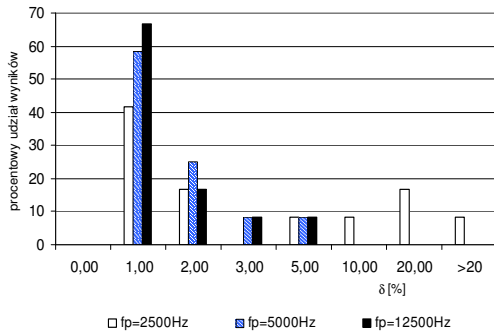
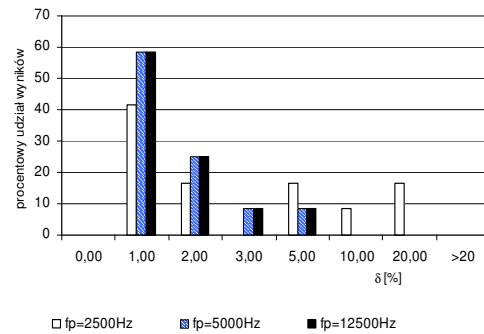


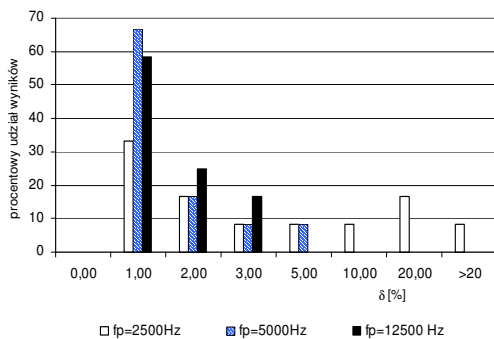
Tabela 7.13 Wyniki badań symulacyjnych metod **P1–P4** z użyciem sygnałów o częstotliwości $f_s=200\text{Hz}$.



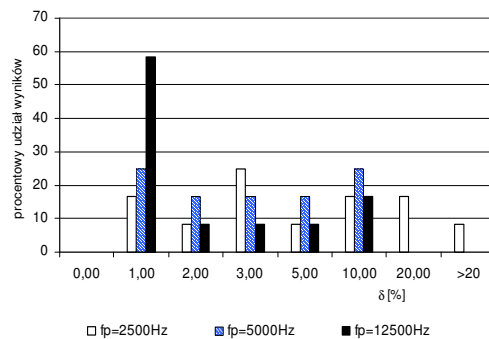
Rysunek 7.2 Histogram błędów pomiaru (δ) dla algorytmu **P1** przy różnych częstotliwościach próbkowania. Liczebność próby $n=12$.



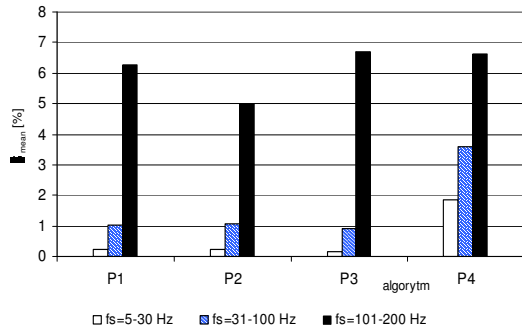
Rysunek 7.3 Histogram błędów pomiaru (δ) dla algorytmu **P2** przy różnych częstotliwościach próbkowania. Liczebność próby $n=12$.



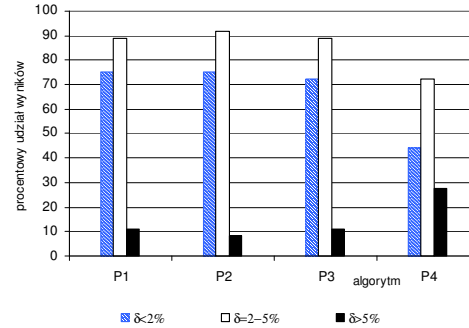
Rysunek 7.4 Histogram błędów pomiaru (δ) dla algorytmu **P3** przy różnych częstotliwościach próbkowania. Liczebność próby $n=12$.



Rysunek 7.5 Histogram błędów pomiaru (δ) dla algorytmu **P4** przy różnych częstotliwościach próbkowania. Liczebność próby $n=12$.



Rysunek 7.6 Średni błąd pomiaru w wyszczególnionych podzakresach częstotliwości dla badanych algorytmów **P1-P4**. Liczebność próby $n=12$.



Rysunek 7.7. Udziały wyników z błędem $\delta < 1\%$ w wyszczególnionych podzakresach częstotliwości f_s dla badanych metod **P1-P4**. Liczebność próby $n=12$.

Z przeprowadzonych badań symulacyjnych wynika, że błąd pomiaru prezentowanymi metodami zależy od podzakresu mierzonej częstotliwości f_s . Dla $f_s < 30\text{Hz}$, (rys. 7.6), najmniej dokładny okazuje się algorytm **P4**, dla którego średni błąd w tym podzakresie wynosi $\delta=2\%$, natomiast udział wyników z błędem nie przekraczającym $\delta=1\%$ wynosi $U_{1\%}=60\%$ (rys. 7.7). Wady tego algorytmu są widoczne również w pozostałych podzakresach mierzonej częstotliwości. Najbardziej stabilne wyniki uzyskuje się natomiast algorytmem **P2**. Z rysunku 7.3 wynika, że algorytm ten nie powoduje błędów grubych ($\delta > 20\%$). Ponadto, algorytm ten cechuje najniższy spośród prezentowanych algorytmów, średni błąd w całym zakresie pomiarowym (rys. 7.6), natomiast większość wyników obciążona jest błędem z przedziału $\delta=1-2\%$. Niewystępowanie w metodzie tej wyników z błędem $\delta < 1\%$, dla trzeciego podzakresu ($f_s=101-200\text{Hz}$) jest najprawdopodobniej spowodowane faktem, że metoda nie wykorzystuje adaptacyjnego doboru częstotliwości próbkowania. Szczególnie dla wysokich częstotliwości mierzonego sygnału, przy jednostopniowej decymacji zwiększa się prawdopodobieństwo oddalenia się od optymalnej gęstości próbkowania ($k=7$), co powoduje błąd o charakterze systematycznym. Jednocześnie taki sposób decymacji zmniejsza prawdopodobieństwo „rozbiegania” metody i powstania błędów grubych. Algorytmy **P1** i **P3** charakteryzują się nieco większą średnią wartością błędu, niż algorytm **P2**, lecz jednocześnie wykazują większą liczbę poprawnych pomiarów w górnym podzakresie częstotliwości f_s (rys. 7.7). W przypadku algorytmów **P1** i **P3** obserwuje się jednak występowanie błędów grubych (rys. 7.2 i 7.4). Występowanie większych wartości błędów w górnej części zakresu

pomiarowego, charakterystyczne dla metod (**P1** i **P2**) może być częściowo spowodowane przez tłumienie częstotliwości leżących blisko częstotliwości odcięcia f_{co} przez filtr dolnoprzepustowy. Wady takiej częściowo pozbawione są algorytmy **P3** i **P4**, dla których w górnym podzakresie f_s obserwuje się wyższy udział wyników z błędem $\delta < 1\%$, niż w przypadku metod z filtracją dolnoprzepustową. Na podstawie przeprowadzonych badań można jednak stwierdzić, że prezentowane metody wykazują zwiększoną wartość błędu w górnym podzakresie f_s , w stosunku do niższych częstotliwości. Prawdopodobną przyczyną takiego efektu jest fakt, że napięcie z tego podzakresu podlega nadmodulacji. Wówczas w jego widmie pojawiają się znaczące harmoniczne składowej podstawowej, które nie są poprawnie filtrowane przez zastosowane w metodach filtry. Oznacza to, iż prezentowane metody mają ograniczone zastosowanie w pomiarach częstotliwości napięć MSI , dla $f_s > 100\text{Hz}$.

Innym kryterium przyjętym w opracowanej statystyce jest częstotliwość próbkowania. Z badań wynika, że stosowanie niskiej częstotliwości próbkowania ($f_p = 2,5\text{kHz}$) sprzyja powstawaniu wysokich błędów, dla wszystkich testowanych algorytmów (rys. 7.2 - 7.5). W przypadku metody **P3**, pobierana dla wyższych wartości częstotliwości f_s niewielka liczba próbek M , może dla niskich wartości f_p ograniczać rząd modelu Prony'ego, co powoduje niewłaściwe oszacowanie zakłóceń. Podobny efekt ujawnia się w metodzie **P4**, pomimo iż metoda ta nie wymaga założenia liczby harmonicznych, jednak krótki fragment sygnału w oknie metody zwiększa prawdopodobieństwo niewłaściwego oszacowania częstotliwości „do wycięcia”. Obecność wysokiego udziału wyników z niskim błędem dla metod **P1**, **P2** i **P3**, przy $f_p = 5\text{kHz}$ można tłumaczyć pozytywnym wpływem próbkowania pasmowego, gdyż ta częstotliwość próbkowania należy do zakresu uprzywilejowanego (tabela 6.3). Użycie wysokiej częstotliwości próbkowania ($12,5\text{kHz}$) przynosi pozytywny efekt dla wszystkich badanych metod pomiarowych ($U_{1\%} \approx 60\%$). Ponadto dla algorytmów **P1**, **P2** i **P3** maksymalny błąd wynosi $\delta_{\max} = 5\%$, zaś dla **P4** - $\delta_{\max} < 10\%$ (rys. 7.2 - 7.5).

Z powyższej analizy błędów wynika, że do zastosowań technicznych, dla $m = \text{const.}$, nadaje się metoda **P2**, z powodu stabilnego działania. W przeprowadzonych badaniach około 80% pomiarów wykonanych tą metodą, obarczonych zostało błędem $\delta = 1-2\%$.

7.3 Badania sygnałów rzeczywistych.

Użyte w badaniach sygnały napięciowe pochodzą z dwóch przekształtników *MSI* działających jako źródło napięcia trójfazowego o zmiennej częstotliwości w napędach z silnikami klatkowymi. Parametry użytych urządzeń przedstawia tabela 7.14.


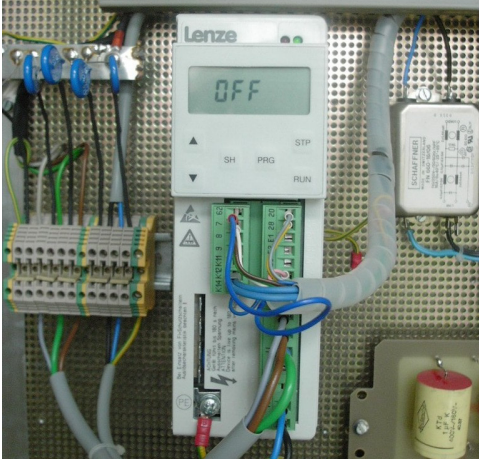
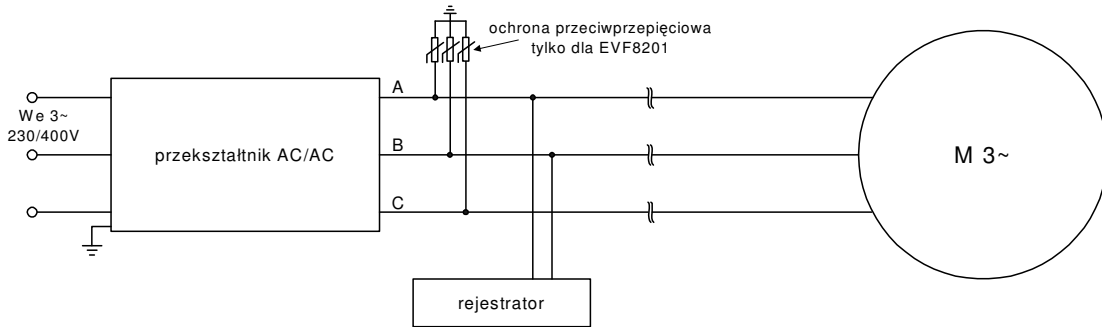
Falownik		
typ:	6SE9217-3DB50	
U_{wy}	3X 0-480V	
I_{wy}	max. 3X 7,7A	
f_{wy}	0-400Hz	
sterowanie	U/f	
Obwód zasilany		
ochrona p-przebieciowa	NIE	
moc silnika	3kW	
napięcie	3X380/220V	
$\cos\phi$	0,84	
dł. przew. zasil.	ok. 20m	
Falownik		
typ:	EVF 8201-E	
U_{wy}	0-230V	
I_{wy}	2,6A	
f_{wy}	0-480Hz	
sterowanie	U/f	
Obwód zasilany		
ochrona p-przebieciowa	TAK	
moc silnika	0,37kW	
napięcie	3X220V	
$\cos\phi$	0,87	
dł. przew. zasil.	0,3m	

Tabela 7. 14 Parametry techniczne układów używanych w badaniach sygnałów rzeczywistych.

Schemat układu do rejestracji sygnałów w układach przekształtnika przedstawiono na rysunku 7.8. Urządzeniem rejestrującym użytym w badaniach był przyrząd ScopeMeter® FLUKE 124 [4]. Posiada on pamięć wystarczającą do zapisania 26 wektorów próbek o długościach $M=512$. Częstotliwość próbkowania jest wybieralna spośród wartości dyskretnej [4].

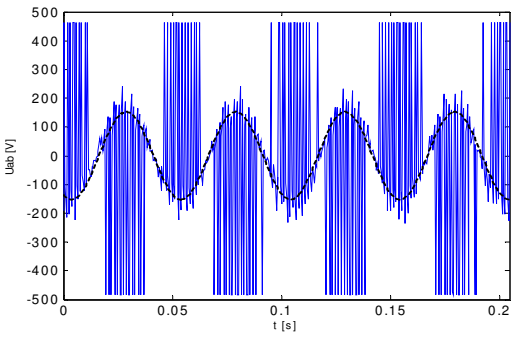
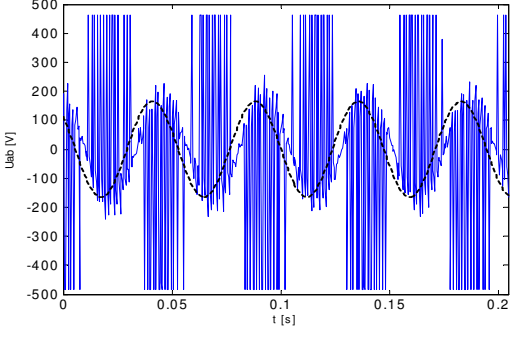
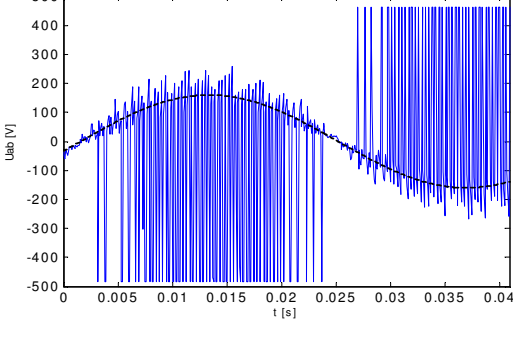
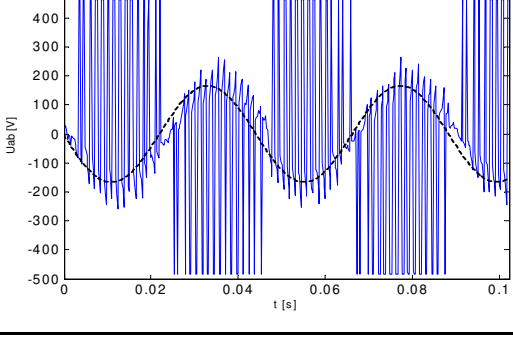


Rysunek 7. 8 Schemat układu do rejestracji sygnałów rzeczywistych.

W badaniach zostały użyte częstotliwości próbkowania 1250, 2500, 5000 oraz 12500 Hz. W przeprowadzonych testach zostały zarejestrowane sygnały o maksymalnej częstotliwości $f_s=50\text{Hz}$, z uwagi na możliwość uszkodzenia obiektu napędzanego przy przekroczeniu dopuszczalnej prędkości obrotowej silnika. Z tego powodu w zarejestrowanych sygnałach napięciowych nie obserwujemy efektu nadmodulacji, przedstawionego w sygnałach symulowanych.

Ponieważ badane częstotliwości nie są znane, wyznaczenie ich rzeczywistych wartości wykonano za pomocą metody testowej (4.103). W związku z koniecznością właściwego doboru przybliżenia początkowego częstotliwości w metodzie testowej, nie jest ona stosowana w pomiarach częstotliwości nieznanych. Jej działanie w celach kontrolnych jest możliwe dzięki zastosowaniu wstępnego określenia częstotliwości inną metodą, np. FFT. Poprawność działania jest każdorazowo weryfikowana poprzez wykreślenie przebiegu zarejestrowanego oraz przebiegu otrzymanego z aproksymacji metodą testową i porównanie obu wykresów. Przyjęto, że pokrywanie się obu wykresów oznacza właściwe wyznaczenie parametrów badanego sygnału. W prezentowanych wynikach badań wartość poprawną częstotliwości, wyznaczoną za pomocą modelu D oznaczono F_s . Badane przebiegi napięć oznaczono odpowiednio B1-B20, przy czym przebiegi B1-B6 pochodzą z przekształtnika *Lenze*, natomiast B7-B20 – z przekształtnika *Siemens*. Przekształtnik *Lenze*, zainstalowany w transformatorze rezonansowym RKE 75 zasila silnik regulujący szczelinę powietrzną rdzenia ferromagnetycznego transformatora. Z uwagi na zewnętrzny algorytm regulujący prędkość zmiany wielkości szczeliny w tym urządzeniu, w otrzymanych przebiegach B1-B6 nie obserwujemy znacznego zróżnicowania częstotliwości f_s . Przekształtnik *Siemens* zasila silnik napędzający dmuchawę, której prędkość obrotową może regulować użytkownik, zmieniając

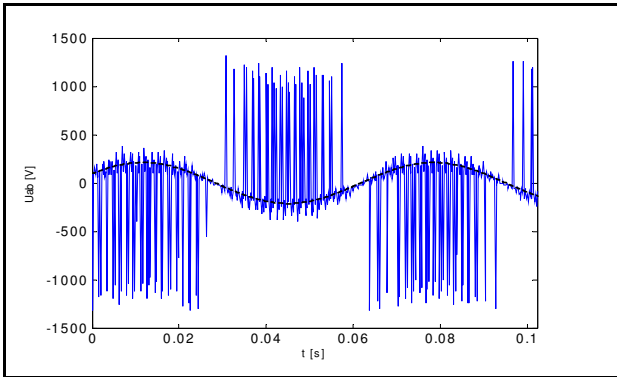
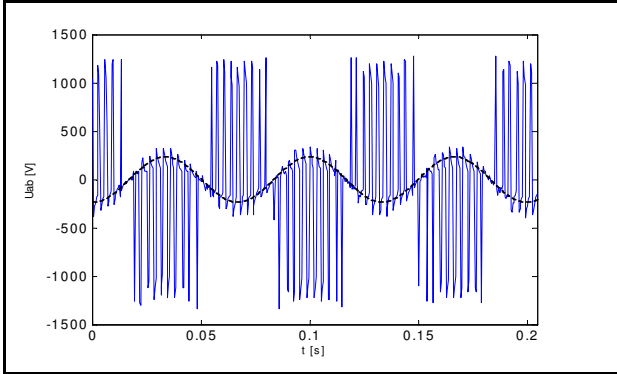
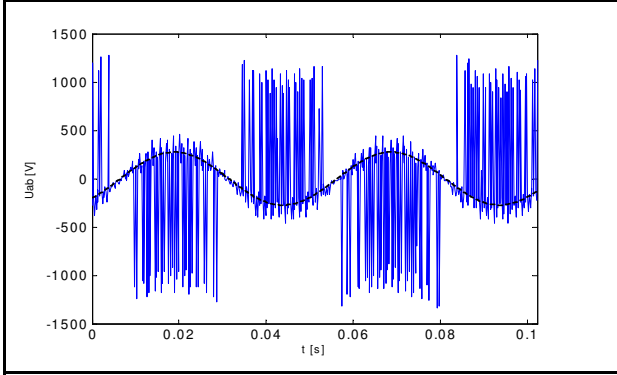
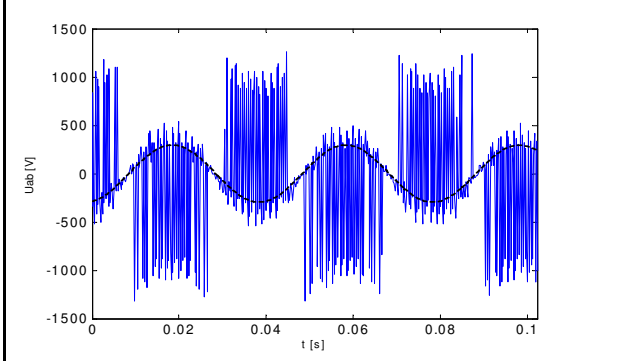
częstotliwość napięcia przekształtnika w granicach 5-50Hz. Wyniki badań zestawiono w tabelach 7.15 i 7.16.

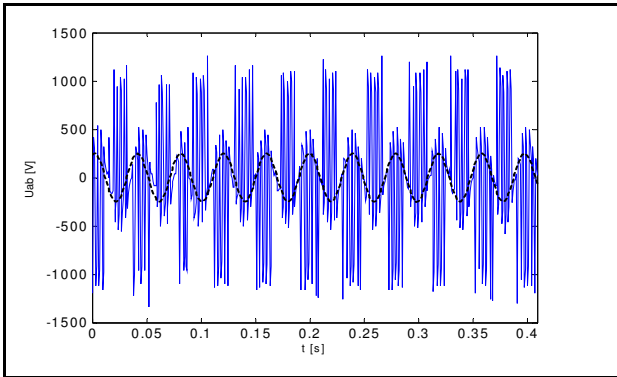
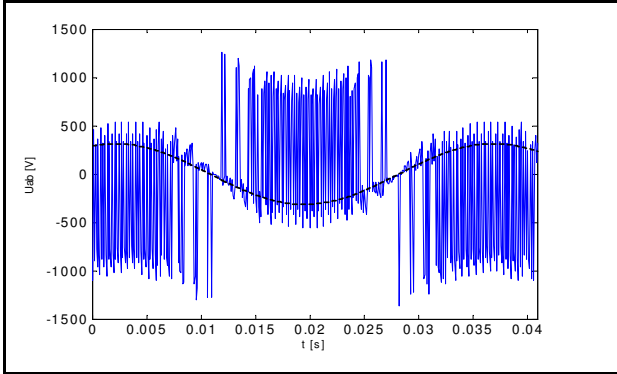
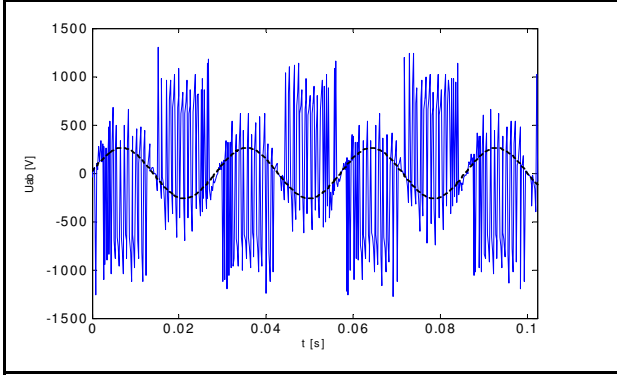
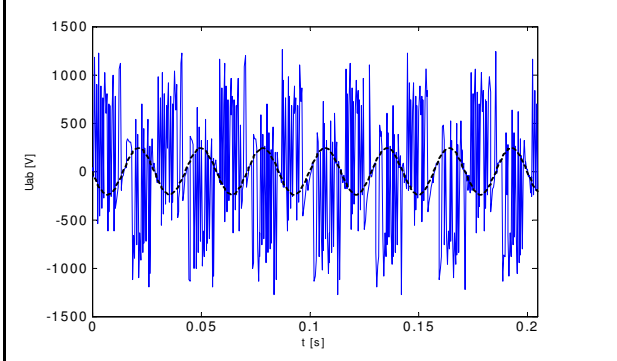
	przebieg: B1		
	F_s [Hz] 19,94		
	f_p [Hz] 2500		
	M 512		
	m 4,1		
	przebieg: B2		
	F_s [Hz] 21,21		
	f_p [Hz] 2500		
	M 512		
	m 4,3		
	przebieg: B3		
	F_s [Hz] 21,28		
	f_p [Hz] 12500		
	M 512		
	m 0,9		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	21,87	2,79
	P2	21,35	0,31
	P3	24,66	15,88
P4	21,41	0,61	
	przebieg: B4		
	F_s [Hz] 22,53		
	f_p [Hz] 5000		
	M 512		
	m 2,3		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	22,84	1,39
	P2	22,93	1,77
	P3	23,00	2,07
P4	22,68	0,66	

	przebieg: B5		
	F_s [Hz] 26,64		
	f_p [Hz] 2500		
	M 512		
	m 5,5		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	27,07	1,61
	P2	27,52	3,28
	P3	26,94	1,10
	P4	26,84	0,72
	przebieg: B6		
	F_s [Hz] 34,69		
	f_p [Hz] 5000		
	M 512		
	m 3,6		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	36,89	6,35
	P2	34,56	0,37
	P3	34,14	1,58
	P4	35,12	1,24

Tabela 7.15 Wyniki pomiarów częstotliwości napięć w układzie przekształtnika LENZE.

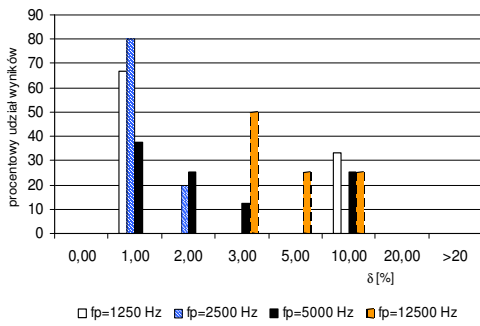
	przebieg: B7		
	F_s [Hz] 4,96		
	f_p [Hz] 1250		
	M 512		
	m 2,0		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	4,62	6,88
	P2	4,92	0,79
	P3	4,70	5,30
	P4	4,67	5,95
	przebieg: B8		
	F_s [Hz] 10,14		
	f_p [Hz] 2500		
	M 512		
	m 2,1		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	10,11	0,36
	P2	11,56	13,98
	P3	10,08	0,61
	P4	10,10	0,45

	<table border="1"> <tbody> <tr><td>przebieg:</td><td colspan="2">B9</td></tr> <tr><td>F_s [Hz]</td><td colspan="2">15,08</td></tr> <tr><td>f_p [Hz]</td><td colspan="2">5000</td></tr> <tr><td>M</td><td colspan="2">512</td></tr> <tr><td>m</td><td colspan="2">1,5</td></tr> <tr><td>algorytm</td><td>f_s [Hz]</td><td>δ [%]</td></tr> <tr><td>P1</td><td>13,97</td><td>7,32</td></tr> <tr><td>P2</td><td>15,29</td><td>1,43</td></tr> <tr><td>P3</td><td>14,17</td><td>6,05</td></tr> <tr><td>P4</td><td>14,75</td><td>2,20</td></tr> </tbody> </table>	przebieg:	B9		F_s [Hz]	15,08		f_p [Hz]	5000		M	512		m	1,5		algorytm	f_s [Hz]	δ [%]	P1	13,97	7,32	P2	15,29	1,43	P3	14,17	6,05	P4	14,75	2,20
przebieg:	B9																														
F_s [Hz]	15,08																														
f_p [Hz]	5000																														
M	512																														
m	1,5																														
algorytm	f_s [Hz]	δ [%]																													
P1	13,97	7,32																													
P2	15,29	1,43																													
P3	14,17	6,05																													
P4	14,75	2,20																													
	<table border="1"> <tbody> <tr><td>przebieg:</td><td colspan="2">B10</td></tr> <tr><td>F_s [Hz]</td><td colspan="2">15,08</td></tr> <tr><td>f_p [Hz]</td><td colspan="2">2500</td></tr> <tr><td>M</td><td colspan="2">512</td></tr> <tr><td>m</td><td colspan="2">3,1</td></tr> <tr><td>algorytm</td><td>f_s [Hz]</td><td>δ [%]</td></tr> <tr><td>P1</td><td>15,12</td><td>0,25</td></tr> <tr><td>P2</td><td>16,29</td><td>8,03</td></tr> <tr><td>P3</td><td>15,09</td><td>0,08</td></tr> <tr><td>P4</td><td>15,23</td><td>1,00</td></tr> </tbody> </table>	przebieg:	B10		F_s [Hz]	15,08		f_p [Hz]	2500		M	512		m	3,1		algorytm	f_s [Hz]	δ [%]	P1	15,12	0,25	P2	16,29	8,03	P3	15,09	0,08	P4	15,23	1,00
przebieg:	B10																														
F_s [Hz]	15,08																														
f_p [Hz]	2500																														
M	512																														
m	3,1																														
algorytm	f_s [Hz]	δ [%]																													
P1	15,12	0,25																													
P2	16,29	8,03																													
P3	15,09	0,08																													
P4	15,23	1,00																													
	<table border="1"> <tbody> <tr><td>przebieg:</td><td colspan="2">B11</td></tr> <tr><td>F_s [Hz]</td><td colspan="2">20,20</td></tr> <tr><td>f_p [Hz]</td><td colspan="2">5000</td></tr> <tr><td>M</td><td colspan="2">512</td></tr> <tr><td>m</td><td colspan="2">2,1</td></tr> <tr><td>algorytm</td><td>f_s [Hz]</td><td>δ [%]</td></tr> <tr><td>P1</td><td>20,12</td><td>0,38</td></tr> <tr><td>P2</td><td>19,93</td><td>1,33</td></tr> <tr><td>P3</td><td>20,05</td><td>0,73</td></tr> <tr><td>P4</td><td>20,09</td><td>0,54</td></tr> </tbody> </table>	przebieg:	B11		F_s [Hz]	20,20		f_p [Hz]	5000		M	512		m	2,1		algorytm	f_s [Hz]	δ [%]	P1	20,12	0,38	P2	19,93	1,33	P3	20,05	0,73	P4	20,09	0,54
przebieg:	B11																														
F_s [Hz]	20,20																														
f_p [Hz]	5000																														
M	512																														
m	2,1																														
algorytm	f_s [Hz]	δ [%]																													
P1	20,12	0,38																													
P2	19,93	1,33																													
P3	20,05	0,73																													
P4	20,09	0,54																													
	<table border="1"> <tbody> <tr><td>przebieg:</td><td colspan="2">B12</td></tr> <tr><td>F_s [Hz]</td><td colspan="2">25,03</td></tr> <tr><td>f_p [Hz]</td><td colspan="2">5000</td></tr> <tr><td>M</td><td colspan="2">512</td></tr> <tr><td>m</td><td colspan="2">2,6</td></tr> <tr><td>algorytm</td><td>f_s [Hz]</td><td>δ [%]</td></tr> <tr><td>P1</td><td>25,32</td><td>1,15</td></tr> <tr><td>P2</td><td>25,50</td><td>1,89</td></tr> <tr><td>P3</td><td>25,26</td><td>0,92</td></tr> <tr><td>P4</td><td>25,24</td><td>0,85</td></tr> </tbody> </table>	przebieg:	B12		F_s [Hz]	25,03		f_p [Hz]	5000		M	512		m	2,6		algorytm	f_s [Hz]	δ [%]	P1	25,32	1,15	P2	25,50	1,89	P3	25,26	0,92	P4	25,24	0,85
przebieg:	B12																														
F_s [Hz]	25,03																														
f_p [Hz]	5000																														
M	512																														
m	2,6																														
algorytm	f_s [Hz]	δ [%]																													
P1	25,32	1,15																													
P2	25,50	1,89																													
P3	25,26	0,92																													
P4	25,24	0,85																													

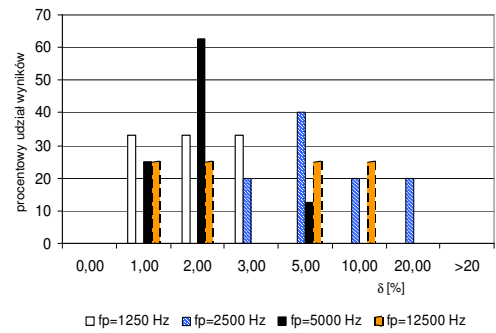
	<table border="1"> <tr><td>przebieg:</td><td colspan="2">B13</td></tr> <tr><td>F_s [Hz]</td><td colspan="2">25,34</td></tr> <tr><td>f_p [Hz]</td><td colspan="2">1250</td></tr> <tr><td>M</td><td colspan="2">512</td></tr> <tr><td>m</td><td colspan="2">10,4</td></tr> <tr><td>algorytm</td><td>f_s [Hz]</td><td>δ [%]</td></tr> <tr><td>P1</td><td>25,44</td><td>0,40</td></tr> <tr><td>P2</td><td>26,00</td><td>2,58</td></tr> <tr><td>P3</td><td>25,12</td><td>0,86</td></tr> <tr><td>P4</td><td>25,42</td><td>0,31</td></tr> </table>	przebieg:	B13		F_s [Hz]	25,34		f_p [Hz]	1250		M	512		m	10,4		algorytm	f_s [Hz]	δ [%]	P1	25,44	0,40	P2	26,00	2,58	P3	25,12	0,86	P4	25,42	0,31
przebieg:	B13																														
F_s [Hz]	25,34																														
f_p [Hz]	1250																														
M	512																														
m	10,4																														
algorytm	f_s [Hz]	δ [%]																													
P1	25,44	0,40																													
P2	26,00	2,58																													
P3	25,12	0,86																													
P4	25,42	0,31																													
	<table border="1"> <tr><td>przebieg:</td><td colspan="2">B14</td></tr> <tr><td>F_s [Hz]</td><td colspan="2">29,69</td></tr> <tr><td>f_p [Hz]</td><td colspan="2">12500</td></tr> <tr><td>M</td><td colspan="2">512</td></tr> <tr><td>m</td><td colspan="2">1,2</td></tr> <tr><td>algorytm</td><td>f_s [Hz]</td><td>δ [%]</td></tr> <tr><td>P1</td><td>30,34</td><td>2,18</td></tr> <tr><td>P2</td><td>29,38</td><td>1,05</td></tr> <tr><td>P3</td><td>30,23</td><td>1,83</td></tr> <tr><td>P4</td><td>30,20</td><td>1,73</td></tr> </table>	przebieg:	B14		F_s [Hz]	29,69		f_p [Hz]	12500		M	512		m	1,2		algorytm	f_s [Hz]	δ [%]	P1	30,34	2,18	P2	29,38	1,05	P3	30,23	1,83	P4	30,20	1,73
przebieg:	B14																														
F_s [Hz]	29,69																														
f_p [Hz]	12500																														
M	512																														
m	1,2																														
algorytm	f_s [Hz]	δ [%]																													
P1	30,34	2,18																													
P2	29,38	1,05																													
P3	30,23	1,83																													
P4	30,20	1,73																													
	<table border="1"> <tr><td>przebieg:</td><td colspan="2">B15</td></tr> <tr><td>F_s [Hz]</td><td colspan="2">29,97</td></tr> <tr><td>f_p [Hz]</td><td colspan="2">5000</td></tr> <tr><td>M</td><td colspan="2">512</td></tr> <tr><td>m</td><td colspan="2">3,1</td></tr> <tr><td>algorytm</td><td>f_s [Hz]</td><td>δ [%]</td></tr> <tr><td>P1</td><td>29,94</td><td>0,11</td></tr> <tr><td>P2</td><td>29,83</td><td>0,48</td></tr> <tr><td>P3</td><td>30,29</td><td>1,06</td></tr> <tr><td>P4</td><td>30,35</td><td>1,24</td></tr> </table>	przebieg:	B15		F_s [Hz]	29,97		f_p [Hz]	5000		M	512		m	3,1		algorytm	f_s [Hz]	δ [%]	P1	29,94	0,11	P2	29,83	0,48	P3	30,29	1,06	P4	30,35	1,24
przebieg:	B15																														
F_s [Hz]	29,97																														
f_p [Hz]	5000																														
M	512																														
m	3,1																														
algorytm	f_s [Hz]	δ [%]																													
P1	29,94	0,11																													
P2	29,83	0,48																													
P3	30,29	1,06																													
P4	30,35	1,24																													
	<table border="1"> <tr><td>przebieg:</td><td colspan="2">B16</td></tr> <tr><td>F_s [Hz]</td><td colspan="2">30,12</td></tr> <tr><td>f_p [Hz]</td><td colspan="2">2500</td></tr> <tr><td>M</td><td colspan="2">512</td></tr> <tr><td>m</td><td colspan="2">6,2</td></tr> <tr><td>algorytm</td><td>f_s [Hz]</td><td>δ [%]</td></tr> <tr><td>P1</td><td>30,36</td><td>0,80</td></tr> <tr><td>P2</td><td>31,28</td><td>3,86</td></tr> <tr><td>P3</td><td>30,30</td><td>0,60</td></tr> <tr><td>P4</td><td>30,39</td><td>0,89</td></tr> </table>	przebieg:	B16		F_s [Hz]	30,12		f_p [Hz]	2500		M	512		m	6,2		algorytm	f_s [Hz]	δ [%]	P1	30,36	0,80	P2	31,28	3,86	P3	30,30	0,60	P4	30,39	0,89
przebieg:	B16																														
F_s [Hz]	30,12																														
f_p [Hz]	2500																														
M	512																														
m	6,2																														
algorytm	f_s [Hz]	δ [%]																													
P1	30,36	0,80																													
P2	31,28	3,86																													
P3	30,30	0,60																													
P4	30,39	0,89																													

	przebieg: B17		
	F_s [Hz] 34,94		
	f_p [Hz] 12500		
	M 512		
	m 1,5		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	37,03	5,96
P2	36,98	5,83	
P3	37,19	6,44	
P4	36,16	3,49	
	przebieg: B18		
	F_s [Hz] 40,60		
	f_p [Hz] 5000		
	M 512		
	m 4,2		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	40,20	0,96
P2	39,90	1,71	
P3	39,79	1,99	
P4	40,18	1,03	
	przebieg: B19		
	F_s [Hz] 34,96		
	f_p [Hz] 12500		
	M 512		
	m 1,4		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	33,29	4,78
P2	36,32	3,89	
P3	31,13	10,96	
P4	32,91	5,85	
	przebieg: B20		
	F_s [Hz] 39,97		
	f_p [Hz] 5000		
	M 512		
	m 4,1		
	algorytm	f_s [Hz]	δ [%]
	P1	41,07	2,75
P2	41,40	3,57	
P3	41,09	2,80	
P4	41,76	4,48	

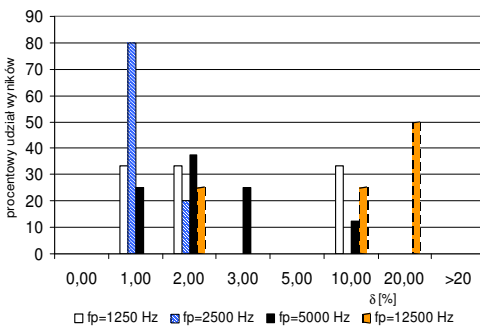
Tabela 7.16 Wyniki pomiarów częstotliwości napięć w układzie przekształtnika SIEMENS.



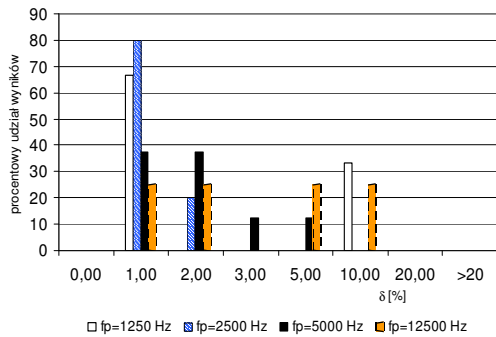
Rysunek 7.9 Rozkład błędów pomiaru (δ) dla algorytmu **P1** przy różnych częstotliwościach próbkowania.



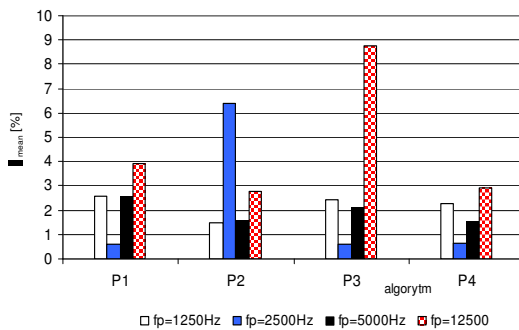
Rysunek 7.10 Rozkład błędów pomiaru (δ) dla algorytmu **P2** przy różnych częstotliwościach próbkowania.



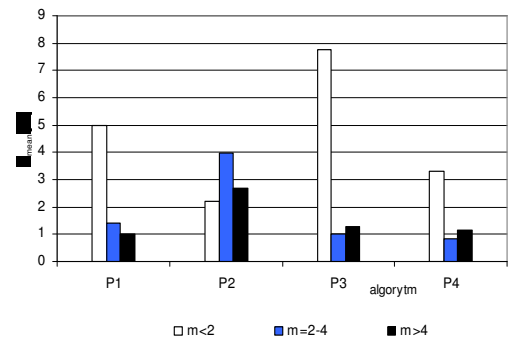
Rysunek 7.11 Rozkład błędów pomiaru (δ) dla algorytmu **P3** przy różnych częstotliwościach próbkowania.



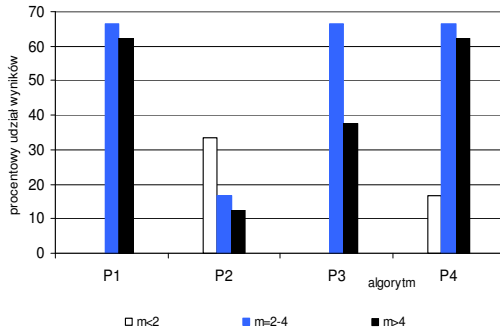
Rysunek 7.12 Rozkład błędów pomiaru (δ) dla algorytmu **P4** przy różnych częstotliwościach próbkowania.



Rysunek 7.13 Udział wyników dla $\delta < 1\%$ w poszczególnych zakresach m , dla badanych metod **P1-P4**.



Rysunek 7.14 Średni błąd pomiaru w poszczególnych zakresach m , dla badanych algorytmów **P1-P4**.



Rysunek 7.15 Średni błąd pomiaru w wyszczególnionych zakresach f_p , dla badanych algorytmów **P1-P4**.

Wykonane badania, w odróżnieniu od badań przy użyciu sygnałów symulowanych, zostały przeprowadzone na sygnałach o stałej długości (M). Przy takim sposobie rejestracji sygnałów, zachowując w rozsądnym zakresie wartość m , należy odpowiednio ograniczyć zakres pomiarowy f_s . Uniemożliwia to opracowanie wyników w oparciu o podzakresy mierzonej częstotliwości. Z tego powodu przedstawione wyniki badań opracowano w oparciu o częstotliwość próbkowania oraz liczbę okresów badanego sygnału. Ponieważ rejestracje wykonano przy 4 częstotliwościach próbkowania, różniących się od siebie aż dziesięciokrotnie, dla sygnałów o częstotliwościach z zakresu 5-50Hz, zróżnicowanie wartości m sięga od niespełna jednego do dwudziestu okresów. Układ pomiarowy, działający w oparciu o proponowane metody nie musi pobierać stałej liczby próbek lecz dobiera ją do optymalnej wartości m , w oparciu o wynik f_s z poprzedniego pomiaru. Dobór częstotliwości próbkowania w przedstawionych sygnałach rzeczywistych jest więc skutkiem kompromisu pomiędzy wymaganą liczbą próbek, zgodnie z zależnością 5.4, dla uzyskania optymalnej wartości m , a możliwościami technicznymi używanego rejestratora.

Z przeprowadzonych badań wynika, że najdokładniejszym algorytmem pomiarowym, według testów wykonanych na tej grupie sygnałów jest algorytm **P1**. Metoda ta uzyskuje dla $f_p=2500\text{Hz}$, 80% wyników z błędem $\delta < 1\%$, zaś wszystkie wyniki obarczone są błędem mniejszym od $\delta = 2\%$ (rys.7.9). Najmniejszy błąd dla tego algorytmu obserwuje się przy wartości $m=2-4$. Interesującym faktem jest, że dla tej grupy sygnałów, podobne właściwości do algorytmu **P1** ma algorytm **P4**, który w badaniach z udziałem sygnałów symulowanych wykazuje najgorsze właściwości,

spośród badanych metod pomiarowych. Największy błąd pomiaru wykazuje metoda **P3** dla $f_p=12,5\text{kHz}$, dla której nie występują wyniki z błędem $\delta < 1\%$, natomiast maksymalna wartość błędu jest $\delta < 20\%$ (rys. 7.11). Również dużym błędem charakteryzuje się metoda **P2** dla $f_p=2,5\text{kHz}$, gdzie minimalny błąd pomiaru jest $\delta > 3\%$, natomiast 20% wyników jest obarczona błędem $\delta > 10\%$ (rys. 7.10). Dla pozostałych częstotliwości próbkowania, metoda **P2** wykazuje właściwości podobne do wykazanych w badaniach sygnałów symulowanych. Badania wykazują, że w charakterystykach algorytmów **P1**, **P3** i **P4**, najmniejszy błąd pomiaru występuje przy częstotliwości próbkowania $f_p=2500\text{Hz}$ i długości sygnału $m=2-4$. Jest to wynik odmienny, niż wykazany na podstawie badań z użyciem sygnałów symulowanych. Przyczyną tego zjawiska może być różna od $f_m=8\text{kHz}$ częstotliwość modulacji badanych przekształtników. Zmiana częstotliwości modulacji, nawet o kilkanaście herców może spowodować zmianę dopuszczalnych zakresów częstotliwości próbkowania (tabela 6.3). Rysunki 7.13 i 7.14 potwierdzają założenie, że nadmierne zwiększanie długości sygnału nie przynosi znacznego ograniczenia błędu. Natomiast duże znaczenie dla dokładności pomiaru ma minimalna szerokość okna, która powinna być większa od 2 okresów. Jest to widoczne, szczególnie na przykładzie metody **P3** (rys. 7.14), która oprócz wymienionej wady, dodatkowo, przy wysokiej częstotliwości próbkowania nieprawidłowo rozpoznaje zakłócenia o częstotliwościach tego samego rzędu, co składowa podstawowa. W konsekwencji może prowadzić to do nieprawidłowej filtracji tych zakłóceń.

Na podstawie wyników badań można stwierdzić, że częstotliwość próbkowania, ustawiona zbyt wysoko lub zbyt nisko, wywiera negatywny wpływ na dokładność pomiaru wszystkimi prezentowanymi metodami dla $M=\text{const}$. Optymalna wartość tej częstotliwości jest jednak różna dla metody **P2** ($f_p=5\text{kHz}$) oraz metod pozostałych ($f_p=2,5\text{kHz}$). Dodatkowy wpływ na dokładność pomiaru może mieć również dobór częstotliwości próbkowania, według kryterium próbkowania sygnałów pasmowych. Trudności z ustaleniem tej wartości wiążą się z jej ścisłą zależnością od częstotliwości modulacji przekształtnika (f_m) oraz od przyjętej szerokości okna próbkowania (M). Mała wartość M wymaga niskiej częstotliwości próbkowania, aby zarejestrować odpowiednio długi fragment sygnału ($m=2-4$). Niska częstotliwość próbkowania (np. $f_p=1250\text{Hz}$) powoduje znaczącą dyskretyzację możliwych częstotliwości próbkowania po decymacji, ograniczając w ten sposób dostęp do

optymalnego, dla modelu A, zakresu wartości k (rysunek 6.11). Dla zbyt wysokiej wartości f_p , w przypadku sygnałów wolnozmiennych, następuje ograniczenie długości sygnału m , co powoduje zwiększenie błędu δ (sygnał B3).

Na podstawie badań z udziałem tej grupy sygnałów można stwierdzić, że do zastosowań technicznych, przy ustalonej liczbie próbek $M=500$, nadają się metody **P1**, z filtracją dolnoprzepustową i adaptacyjnym doбором częstotliwości (Rozdział 6.5, Rys. 6.12 i 6.13) oraz **P4**, – z selektywną filtracją zakłóceń wyznaczonych metodą FFT, i filtracją, jak metoda P1. (Rozdział 6.5, rys. 6.15)

Przeprowadzone powyżej analizy błędów oparte zostały na badaniach przeprowadzonych w różnych warunkach pomiarowych. Warunki te, jak wykazano, mają kluczowe znaczenie dla dokładności pomiaru prezentowanych metod. Z jednej strony, badania sygnałów symulowanych obejmują szerszy zakres pomiarowy, niż badania sygnałów rzeczywistych. Z drugiej jednak, w badaniach symulacyjnych istnieje niebezpieczeństwo nieuwzględnienia wszystkich zjawisk, mających potencjalny wpływ na wynik symulacji. Z tego powodu, do wyników badań symulacyjnych powinno się podchodzić się z pewną ostrożnością. Badania z udziałem sygnałów symulowanych, przeprowadzone w niniejszej pracy mogą stanowić jednak pomocne uzupełnienie badań z udziałem sygnałów rzeczywistych.

8 Wnioski końcowe

1. Wyniki przeprowadzonych badań dowodzą, że algorytmy pomiarowe oparte na modelu estymacyjnym Prony'ego mogą stanowić skuteczne narzędzie pomiaru częstotliwości składowej podstawowej napięć, występujących w układach przekształtnik *MSI* – silnik asynchroniczny.
2. Na dokładność pomiaru prezentowanymi metodami największy wpływ mają: częstotliwość próbkowania (f_p), liczba próbek (M) oraz zakres mierzony częstotliwości (f_s).
3. Badane algorytmy pomiarowe wykazują większy błąd pomiaru dla sygnałów generowanych techniką nadmodulacji, niż dla sygnałów modulowanych techniką *MSI* ($f_s=5-50\text{Hz}$).
4. Pomiar częstotliwości napięcia w układach zasilanych z przekształtników *MSI*, w granicach $f_s=5-50\text{Hz}$, z dokładnością na poziomie $\delta < 1\%$, przy stałej liczbie próbek $M=512$ umożliwiają algorytmy **P1**, z filtracją dolnoprzepustową i adaptacyjnym doбором częstotliwości (Rozdział 6.5, Rys. 6.12 i 6.13) oraz **P4**, z selektywną filtracją zakłóceń wyznaczonych metodą FFT, i filtracją, jak metoda P1 (Rozdział 6.5, Rys. 6.15).
5. Użycie filtracji selektywnej w metodach **P3**, z selektywną filtracją zakłóceń wyznaczonych modelem Prony'ego wysokiego rzędu i filtracją, jak metoda P1, (Rys. 6.14) oraz **P4** prowadzi ogólnie do poprawy dokładności pomiaru w stosunku do filtracji dolnoprzepustowej, lecz wymaga pobrania odpowiednio większej liczby próbek. Ponadto, metody **P3** i **P4** charakteryzują się wyższą wrażliwością na nietypowe zakłócenia.
6. Badania wykazują, że wykonywanie pomiaru przy stałej długości sygnału (m) przynosi lepsze rezultaty, niż pomiar przy stałej liczbie próbek (M). Pomiar przy stałej długości sygnału (m) wymaga jednak określenia maksymalnej możliwej zmiany częstotliwości w danym urządzeniu, między kolejnymi pomiarami częstotliwości. Z tego powodu system taki nadaje się raczej do monitorowania częstotliwości, niż do jej sporadycznych pomiarów.

9 Literatura

- [1] Lyons G. R. *Wprowadzenie do cyfrowego przetwarzania sygnałów*, WKŁ 1999.
- [2] Łobos T., Rezmer J., *Wyznaczanie częstotliwości zniekształconych sygnałów w układach przekształtnikowych.*, WE, czasopismo SEP nr 7-8 (921-922) Warszawa 2003 .
- [3] Zieliński T. P *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów*, WKŁ 2005.
- [4] ScopeMeter® FLUKE 124, *Bediennungsanleitung*,
<http://www.informationstore.net/fluke/efulfillment.asp?publication=10018-ger>
- [5] Hejke I., Rezmer J. *Digital frequency estimation of distorted signals using Prony model*, SPETO 2004, Gliwice- Niedzica, 26-29.05.2004, ss.387-390.
- [6] Wang N.S. *Computer methods in chemical engineering- Matlab Primer* www.glue.umd.edu/~nsw/ench250/primer.htm#sec15
- [7] Nowacki Z., *Modulacja szerokości impulsów w napędach przekształtnikowych prądu przemiennego*, PWN, Warszawa 1991.
- [8] SIEMENS, *Drehzahlveränderbare Antriebe bis 90kW*, Katalog DA 64-1998/99.
- [9] Zhao Z., Brown Z., *Fast Estimation of Power System Frequency Using Adaptive Internal-Model Control Technique.*, 43rd IEEE, Atlantis Paradise Island, Bahamas, Dec. 2004, vol. 1, pp. 845-850.
- [10] Łobos T., Rezmer J., *Real-Time Determination of Power System Frequency*, IEEE Trans. Instrumentation and Measurement, vol. 46, No. 4, August 1997, pp. 877-881.
- [11] The Math Works, Inc., *Matlab® User's Guide*.
- [12] Hejke I., Kostyla P., *Advanced methods of frequency estimation of distorted signals in real time mode*, XXVIII IC-SPETO, Gliwice-Ustroń 11-14.05.2005, vol. 2, ss. 489-492.
- [13] Rezmer J., *Cyfrowe wyznaczenie częstotliwości podstawowej sygnałów w czasie rzeczywistym.*, Rozprawa doktorska, Wrocław 1995.
- [14] Bolkowski S., *Teoria obwodów elektrycznych.*, WNT 2001.
- [15] Hejke I., Kostyla P., *Measurement of pwm converter voltage parameters using nonlinear digital algorithms*, XXIX IC-SPETO, Gliwice-Ustroń 2006, vol. 2, ss. 545-548.
- [16] Leonowcz Z., Łobos T., Rezmer J., *Advanced spectrum estimation methods for signal analysis in power electronics.*, IEEE Trans. Industr. Electron. 2003 vol. 50 nr 3 pp. 514-519.
- [17] Leonowcz Z., Łobos T., Rezmer J., *High resolution spectrum – estimation methods for signal analysis in power systems.*, IEEE Trans. Instrum. Meas. 2006 vol. 55 nr 1 pp. 219-225.
- [18] Hejke I., Stec C., *Zastosowanie nieliniowych modeli estymacyjnych do wyznaczenia parametrów sygnałów zakłóconych*, ZkW, Poznań- Kiekrz 2005, pp. 241-232.
- [19] Kay S. M.: *Modern spectral estimation: Theory and application*, Englewood Cliffs: Prentice-Hall 1988.
- [20] Rosołowski E., *Cyfrowe przetwarzanie sygnałów w automatyce elektroenergetycznej*, Warszawa : Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2002.
- [21] Hejke I., Łobos T., *Wyznaczanie częstotliwości sygnałów w układach przekształtnikowych*. Kongres Metrologii. KM Wrocław 2004, vol. 1, ss.131-134.
- [22] Gajek L., Kałuszka M., *Wnioskowanie statystyczne*, WNT 1999.
- [23] Welfe A., *Ekonomia. Metody i ich zastosowanie*, PWE 2003.
- [24] Jankowscy J. i M., *Przegląd metod i algorytmów numerycznych*, część 1, WNT, Warszawa, 1981.
- [25] Staszewski J., *Cyfrowe algorytmy pomiaru częstotliwości w systemie elektroenergetycznym.*, Rozprawa doktorska, Wrocław 2003.
- [26] Toshiba Shneider Inverter Corporation, *Instrukcja obsługi falownika Toshiba, TOSVERT™ VF S11*, firma Inwert Łódź, 2004.
- [27] Swamy M.M., Yamada K., Kume T., *Common Mode Current Attenuation Techniques for Use with PWM Drives.*, IEEE Transactions On Power Electronics, vol. 16, No. 2, March 2001, pp. 248-255.
- [28] Holmes D. G., McGrand B. P., *Opportunities for Harmonic Cancellation with Carrier-Based PWM for Two-Level and Multilevel Cascaded Inverters.*, IEEE Transactions On Industry Applications, vol. 37, No. 2, March/April 2001, pp. 574-582.
- [29] Holmes D. G., *A General Analytical Method for Determining the Theoretical Harmonic Components of Carrier Based PWM Strategies.*, IEEE Industry Applications Conference, 1998. Thirty-Third IAS Annual Meeting, vol.2, 12-15 Oct. 1998, pp. 1207-1214.

- [30] Petro D. W., Lowery T. F., *Application Considerations For PWM Inverter-Fed Low-Voltage Induction Motors.*, Industry Applications, IEEE Transactions, vol. 30, March-April 1994, pp. 286-293.
- [31] Lee J. J., Nam H., Kim J., K., Hong J., P., *Finite Element Analysis of 3-Phase Induction Motor with PWM Inverter.*, ICEMS 2003. Sixth International Conference on Electrical Machines and Systems vol. 2, 9-11 Nov. 2003, pp. 744-746.
- [32] Maamoun A., Ahmed M., M., *Microprocessor Control System for PWM IGBT Inverter Feeding Three-phase Induction Motor.*, Proceedings of the IEEE IECON 21st International Conference on Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, vol. 2, 6-10 Nov. 1995, pp. 1354-1359
- [33] Latek W., *Teoria maszyn elektrycznych.*, Warszawa, WNT 1987.
- [34] Seerfriend E., Müller G., *Frequenzgesteuerte Drehstrom – Asynchronantriebe.*, VEB Verlab Technik, Berlin 1988.
- [35] Grunwald Z., i inni., *Napęd elektryczny.*, WNT, Warszawa 1987.
- [36] Malinowski M., Bernet S., *Simple Control Scheme of PWM Converter Connecting Wind Turbine with Grid – Simulation Study.*, Nordic Wind Power Conference, Chalmers University of Technology, 1-2 March, 2004.
- [37] Kim J-H., Sul S-Ki., *A carrier-based PWM method for three-phase four-leg voltage source converters.*, IEEE Transaction on Power Electronics, vol. 19, No 1, January 2004, pp. 66-75.
- [38] Tang Y., *High Power Inverter EMI characterization and Improvement Using Auxiliary Resonant Snubber Inverter.*, Master of Science Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia 1998.
- [39] He J., Mohan N., *Zero-Voltage-Switching PWM Inverter for High-Frequency DC-AC Power Conversion.*, IEEE Transactions On Industry Applications, vol. 29, no. 5, october 1993, pp. 959-968.
- [40] Szajfler A., Olszewski A., *Tranzystor IGBT- instrukcja ćwiczenia w Laboratorium Prządów Półprzewodnikowych*, Katedra Mikroelektroniki i Technik Informatycznych Politechniki Łódzkiej, 2005.
- [41] Plewako S., Romaniszyn Z., Cianciara K., *Pojazdy trakcyjne kolei elektrycznych*, WKŁ, Warszawa 1966.
- [42] Kuczewski Z., *Energoelektronika.*, Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1980.