

PRACE NAUKOWE

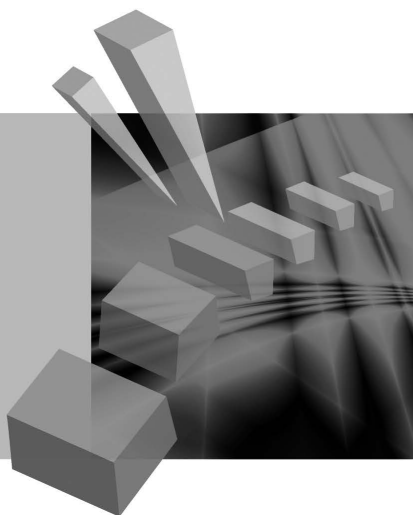
Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

238

Zastosowania badań operacyjnych Zarządzanie projektami, decyzje finansowe, logistyka



Redaktor naukowy

Ewa Konarzewska-Gubała



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2011

Recenzenci: Stefan Grzesiak, Donata Kopańska-Bródka, Wojciech Sikora,
Józef Stawicki, Tomasz Szapiro, Tadeusz Trzaskalik

Redaktor Wydawnictwa: Elżbieta Kożuchowska

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się

na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie

wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2011

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-195-9

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp.....	9
------------	---

Część 1. Zarządzanie projektami i innowacjami

Tomasz Błaszczyk: Świadomość i potrzeby stosowania metod badań operacyjnych w pracy polskich kierowników projektów	13
Barbara Gładysz: Metoda wyznaczania ścieżki krytycznej przedsięwzięć z rozmytymi czasami realizacji zadań	25
Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proactive and reactive scheduling in practice.....	34
Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: A new method of project schedule levelling	52
Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Harmonogramowanie projektów na podstawie charakterystyk kompetencji – wrażliwość modelu na różne aspekty liczb rozmytych	66
Jerzy Michnik: Zależności między kryteriami w wielokryterialnych modelach zarządzania innowacjami	80

Część 2. Podejmowanie decyzji finansowych

Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Wielokryterialna symulacyjna ocena decyzji o finansowaniu edukacji wyższej	95
Marek Kośny: Koncepcja dominacji pierwszego i drugiego rzędu w analizie wzorca zmian w rozkładzie dochodu.....	111
Agnieszka Przybylska-Mazur: Podejmowanie decyzji monetarnych w kontekście realizacji celu inflacyjnego	120
Agata Gluzicka: Analiza ryzyka rynków finansowych w okresach gwałtownych zmian ekonomicznych	131
Ewa Michalska: Zastosowanie prawie dominacji stochastycznych w konstrukcji portfela akcji	144
Grzegorz Tarczyński: Analiza wpływu ogólnej koniunktury giełdowej i wzrostu PKB na stopy zwrotu z portfela akcji przy wykorzystaniu rozmytych modeli Markowitza.....	153

Część 3. Problemy logistyki, lokalizacji i rekrutacji

Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Wpływ różnych koncepcji komisjonowania na czas realizacji zamówienia w węzle logistycznym	173
Mateusz Grzesiak: Zastosowanie modelu transportowego do racjonalizacji dostaw wody w regionie	186
Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model odejść klientów na rynku telekomunikacyjnym z uwzględnieniem efektów sieciowych	197
Piotr Miszczyński: Problem preselekcji kandydatów w rekrutacji masowej na przykładzie wybranego przedsiębiorstwa	211

Część 4. Pomiar dokonań, konkurencja firm, negocjacje

Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Podejście ilościowe do odwzorowania celów strategicznych w systemie pomiaru dokonań organizacji na przykładzie strategii miasta Wrocławia	231
Michał Purczyński, Paulina Dolata: Zastosowanie metody DEA do pomiaru efektywności nakładów na reklamę w przemyśle piwowarskim	246
Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Konkurencja firm o różnym horyzoncie planowania w modelu Bertrand z kosztem decyzji i ograniczoną świadomością cenową klientów	263
Jakub Brzostowski: Poprawa rozwiązania negocjacyjnego w systemie <i>Nego-Manage</i> poprzez zastosowanie rozwiązania przetargowego	296

Część 5. Problemy metodologiczne

Helena Gaspars-Wieloch: Metakryterium w ciągłej wersji optymalizacji wielocelowej – analiza mankamentów metody i próba jej udoskonalenia.	313
Dorota Górecka: Porównanie wybranych metod określania wag dla kryteriów oceny wariantów decyzyjnych	333
Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Wybrane aspekty optymalizacji prognoz kombinowanych	351
Artur Prędko: Spojrzenie na metody estymacji w modelach regresyjnych przez pryzmat programowania matematycznego	365
Jan Schneider, Dorota Kuchta: A new ranking method for fuzzy numbers and its application to the fuzzy knapsack problem	379

Summaries

Part 1. Project and innovation management

Tomasz Błaszczuk: Awareness and the need for operations research methods in the work of Polish project managers	24
Barbara Gładysz: A method for finding critical path in a project with fuzzy tasks durations	33
Marek Janczura, Dorota Kuchta: Proaktywne i reaktywne harmonogramowanie w praktyce	51
Tymon Marchwicki, Dorota Kuchta: Nowa metoda niwelacji harmonogramu projektu	64
Aleksandra Rutkowska, Michał Urbaniak: Project scheduling using fuzzy characteristics of competence – sensitivity of the model to the use of different aspects of fuzzy numbers	79
Jerzy Michnik: Dependence among criteria in multiple criteria models of innovation management	92

Part 2. Financial decision-making

Przemysław Szufel, Tomasz Szapiro: Simulation approach in multicriteria decision analysis of higher education financing policy	110
Marek Kośny: First and second-order stochastic dominance in analyses of income growth pattern	119
Agnieszka Przybylska-Mazur: Monetary policy making in context of execution of the strategy of direct inflation targeting	130
Agata Gluzicka: Analysis of risk of financial markets in periods of violent economic changes	143
Ewa Michalska: Application of almost stochastic dominance in construction of portfolio of shares	152
Grzegorz Tarczyński: Analysis of the impact of economic trends and GDP growth in the return of shares using fuzzy Markowitz models	169

Part 3. Logistics, localization and recruitment problems

Paweł Hanczar, Michał Jakubiak: Influence of different order picking concepts on the time of execution order in logistics node	185
Mateusz Grzesiak: Application of transportation model for rationalization of water supply in the region	196
Piotr Wojewnik, Bogumił Kamiński, Marek Antosiewicz, Mateusz Zawisza: Model of churn in the telecommunications market with network effects	210

Piotr Miszczyński: The problem of pre-selection of candidates in mass recruitment on the example of the chosen company.....	227
--	-----

Part 4. Performance measurement, companies competition, negotiations

Marta Chudykowska, Ewa Konarzewska-Gubała: Quantitative approach to the organization strategy mapping into the performance measurement system: case of strategy for Wrocław city	245
Michał Purczyński, Paulina Dolata: Application of Data Envelopment Analysis to measure effectiveness of advertising spendings in the brewing industry	262
Mateusz Zawisza, Bogumił Kamiński, Dariusz Witkowski: Bertrand competition with switching cost.....	295
Jakub Brzostowski: Improving negotiation outcome in the NegoManage system by the use of bargaining solution.....	309

Part 5. Methodological problems

Helena Gaspars-Wieloch: The aggregate objective function in the continuous version of the multicriteria optimization – analysis of the shortcomings of the method and attempt at improving it.....	332
Dorota Górecka: Comparison of chosen methods for determining the weights of criteria for evaluating decision variants	350
Maria M. Kaźmierska-Zatoń: Some aspects of optimizing combined forecasts.....	363
Artur Prędko: Mathematical programming perspective on estimation methods for regression models	378
Jan Schneider, Dorota Kuchta: Nowa metoda rankingowa dla liczb rozmytych i jej zastosowanie dla problemu rozmytego plecaka	389

Grzegorz Tarczyński

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

ANALIZA WPŁYWU OGÓLNEJ KONIUNKTURY GIEŁDOWEJ I WZROSTU PKB NA STOPY ZWROTU Z PORTFELA AKCJI PRZY WYKORZYSTANIU ROZMYTYCH MODELI MARKOWITZA

Streszczenie: W artykule opisane zostały koncepcje tworzenia portfeli akcji oparte na teorii zbiorów rozmytych. Zaprezentowano modele Ramaswamy i Watady i przedstawiono przykłady ich zastosowania na warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych dla spółek indeksowych WIG20. Zadowolenie inwestora ze stopy zwrotu z inwestycji uzależniono od ogólnej koniunktury na rynku i od zmiany Produktu Krajowego Brutto. Przedstawiono zalety i wady opisanych koncepcji tworzenia portfela finansowego.

Słowa kluczowe: model Markowitza, teoria zbiorów rozmytych, model Watady, model Ramaswamy, portfele akcji.

1. Wstęp

Teoria podejmowania decyzji dzieli sytuacje decyzyjne na pewne, obarczone ryzykiem oraz niepewnością. Decyzje podejmowane w warunkach pewności są niezmiernie rzadkie. Zazwyczaj decydent staje przed problemem, który – w wariacie optymistycznym – pozwala na policzenie prawdopodobieństw stanów, do których prowadzi decyzja, lub – w wariacie pesymistycznym – zna tylko możliwe konsekwencje decyzji, ale ich szans nie jest w stanie przewidzieć. Sytuacje takie mogą być analizowane za pomocą takich metod, jak np. sieci bayesowskie, teoria Dempstera-Shafera, teoria zbiorów rozmytych czy znane z teorii gier kryteria Laplace'a, Walda, Hurwicza, Savage'a.

Klasyczne modele Markowitza zakładają znajomość spodziewanych stóp zwrotu z instrumentów finansowych i ich wariacji. Podejście to rozszerzone zostało o element niepewności dzięki zastosowaniu teorii zbiorów rozmytych. Podejście Ramaswamy uzależnia zadowolenie inwestora ze stopy zwrotu z portfela od wystąpienia przyszłych scenariuszy, których prawdopodobieństwa trudno oszacować. Koncepcja Watady zakłada, że inwestorowi zależy – jak w klasycznym modelu Markowitza –

zarówno na maksymalizacji stopy zwrotu, jak i na minimalizacji ryzyka z inwestycji. Cele te realizuje się przez osiągnięcie korzystnych dla inwestora wartości funkcji przynależności. W artykule przedstawione zostaną założenia modeli Ramaswamy i Watady wraz z przykładem ich zastosowania na warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych dla spółek indeksowych WIG20. Empirycznie zweryfikowane zostaną hipotezy o wpływie ogólnej koniunktury na giełdzie oraz wzrostu PKB na zmiany cen akcji.

2. Klasyczny model Markowitza

Klasyczne podejście Markowitza jest problemem dwukryterialnym: poszukuje się portfeli maksymalizujących spodziewaną stopę zwrotu z inwestycji przy jak najmniejszym ryzyku, mierzonym zwykle za pomocą wariancji stopy zwrotu (która zależna jest od wariancji i kowariancji stóp zwrotu spółek wchodzących w skład portfela). Zapis formalny modelu ma postać:

$$\begin{aligned} R(\mathbf{x}) &= \mathbf{x}^T \mathbf{R} \rightarrow \max, \\ V(\mathbf{x}) &= \mathbf{x}^T \mathbf{V} \mathbf{x} \rightarrow \min, \\ \mathbf{x}^T \mathbf{1} &= 1, \\ \mathbf{x} &\geq \Theta, \end{aligned}$$

gdzie: \mathbf{x} – wektor procentowych udziałów instrumentów finansowych w portfelu,

\mathbf{R} – wektor spodziewanych stóp zwrotu z instrumentów finansowych,

\mathbf{V} – macierz wariancji i kowariancji stóp zwrotu z instrumentów finansowych,

$R(\mathbf{x})$ – stopa zwrotu z portfela,

$V(\mathbf{x})$ – ryzyko z portfela,

$$\mathbf{1}^T = [1, 1, \dots, 1],$$

$$\Theta^T = [0, 0, \dots, 0].$$

W praktyce zadanie często sprowadza się do optymalizacji jednego kryterium, zadowalając się realizacją drugiego na minimalnym/maksymalnym satysfakcjonującym poziomie. Takie podejście upraszcza problem do jednej z postaci:

$$R(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{R} \rightarrow \max, \quad V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{V} \mathbf{x} \rightarrow \min,$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{V} \mathbf{x} \leq v_0, \quad \mathbf{x}^T \mathbf{R} \geq r_0,$$

$$\mathbf{x}^T \mathbf{1} = 1, \quad \mathbf{x}^T \mathbf{1} = 1,$$

$$\mathbf{x} \geq \Theta, \quad \mathbf{x} \geq \Theta,$$

gdzie: v_0 – maksymalna akceptowalna wielkość ryzyka dla portfela,
 r_0 – minimalna wymagana stopa zwrotu z portfela.

3. Przekształcenie zadania programowania liniowego do potrzeb teorii zbiorów rozmytych

Koncepcja Markowitza może być również realizowana z wykorzystaniem teorii zbiorów rozmytych. Przedstawione zostaną koncepcje Ramaswamy i Watady. Punktem wyjścia dla obu jest zdefiniowanie rozmytego zadania programowania matematycznego (por. [Ostasiewicz 1986]).

Dane jest zadanie programowania liniowego w najprostszej postaci (bez ograniczeń brzegowych):

$$\begin{aligned} Z(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \rightarrow \min, \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &\leq \mathbf{b}', \end{aligned}$$

gdzie: $\mathbf{c}^T = [c_1, c_2, \dots, c_n]$,
 $\mathbf{x}^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$,
 $\mathbf{b}'^T = [b_1, b_2, \dots, b_n]$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Zadanie zapisać można w postaci rozmytej poprzez zamianę funkcji celu na nierówność. W ten sposób do rozwiązania pozostaje układ nierówności:

$$\mathbf{B}\mathbf{x} \leq \mathbf{b},$$

gdzie:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \\ c_1 & c_2 & \dots & c_n \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b}^T = [b_1, b_2, \dots, b_n, b_0],$$

b_0 – mała liczba,

\llapprox – symbol oznaczający nierówność przybliżoną.

Na kolejnym etapie dla wszystkich ograniczeń definiuje się funkcje przynależności wektora zmiennych decyzyjnych do zbioru rozmytego:

$$\mu_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli warunek } (\mathbf{B}\mathbf{x})_i \leq b_i \text{ jest mocno naruszony,} \\ l_i(\mathbf{x}) & \text{jeśli warunek } (\mathbf{B}\mathbf{x})_i \leq b_i \text{ jest niewiele naruszony,} \\ 1 & \text{jeśli warunek } (\mathbf{B}\mathbf{x})_i \leq b_i \text{ jest spełniony,} \end{cases}$$

gdzie: $(\mathbf{B}\mathbf{x})_i$ – iloczyn i -tego wiersza macierzy \mathbf{B} i wektora \mathbf{x} .

Warunek i jest „niewiele naruszony”, jeśli dla i -tej nierówności układu $\mathbf{B}\mathbf{x} \llapprox \mathbf{b}$ i pewnej liczby d_i : $b_i < (\mathbf{B}\mathbf{x})_i \leq b_i + d_i$. Warunek i jest „mocno naruszony”, gdy $(\mathbf{B}\mathbf{x})_i > b_i + d_i$.

Najprostszą postacią funkcji przynależności jest funkcja liniowa określona następująco:

$$\mu_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \text{dla } b_i + d_i \leq (\mathbf{B}\mathbf{x})_i \\ 1 - \frac{(\mathbf{B}\mathbf{x})_i - b_i}{d_i} & \text{dla } b_i < (\mathbf{B}\mathbf{x})_i \leq b_i + d_i \\ 1 & \text{dla } (\mathbf{B}\mathbf{x})_i \leq b_i \end{cases}$$

Zadanie polega na poszukiwaniu takiego wektora \mathbf{x} , dla którego dla wszystkich rozmytych nierówności najmniejsza wartość funkcji przynależności jest jak największa:

$$z = \min_i \{ \mu_i(\mathbf{x}) \} \rightarrow \max.$$

Dokonując prostego podstawienia $\lambda = \min_i \{ \mu_i(\mathbf{x}) \}$, zadanie sprowadzić można do postaci liniowej:

$$Z = \lambda \rightarrow \max, \\ 1 - \frac{(\mathbf{B}\mathbf{x})_i - b_i}{d_i} \geq \lambda.$$

4. Modele Markowitza wykorzystujące teorię zbiorów rozmytych

Model zaproponowany przez Ramaswamy [1998] zakłada maksymalizację zadowolenia inwestora ze stopy zwrotu z inwestycji podczas wystąpienia jednego z t stanów natury (scenariuszy), które stanowią element niepewności.

Liniowa funkcja przynależności stopy zwrotu z portfela do zbioru rozmytego (rys. 1) ma postać:

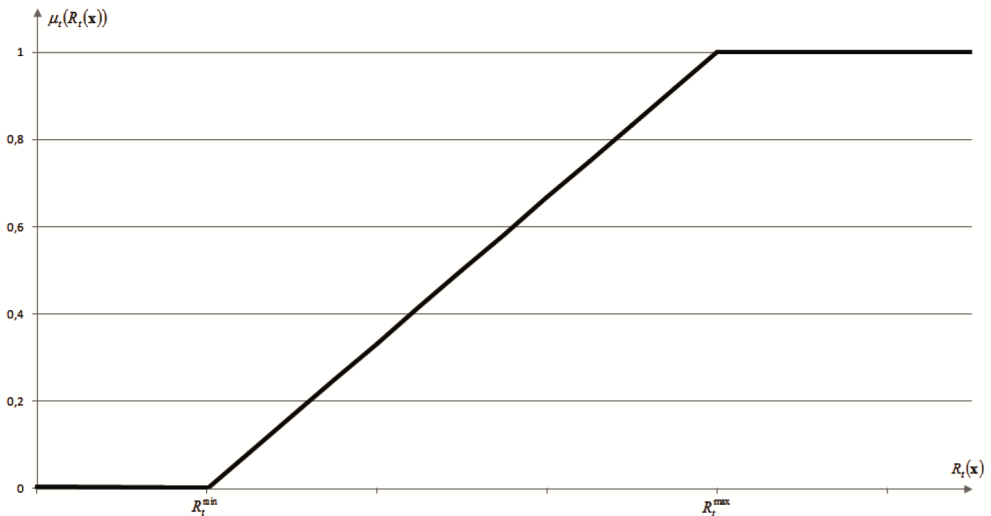
$$\mu_t(R_t(\mathbf{x})) = \begin{cases} 0 & \text{dla } R_t(\mathbf{x}) \leq R_t^{\min} \\ \frac{R_t(\mathbf{x}) - R_t^{\min}}{R_t^{\max} - R_t^{\min}} & \text{dla } R_t^{\min} < R_t(\mathbf{x}) \leq R_t^{\max} \\ 1 & \text{dla } R_t^{\max} < R_t(\mathbf{x}) \end{cases}$$

gdzie: $R_t(\mathbf{x})$ – spodziewana stopa zwrotu z portfela dla scenariusza t ,

R_t^{\min} – minimalny akceptowalny poziom stopy zwrotu z portfela dla scenariusza t ,

R_t^{\max} – pożądaný poziom stopy zwrotu z portfela dla scenariusza t .

Minimalny i pożądaný poziom stopy zwrotu z portfela zależą od scenariusza, czyli np. ogólnej sytuacji na rynku. Podczas hossy oczekiwania inwestora będą bardzo duże, podczas stagnacji mniejsze, a podczas bessy dobry portfel może przynieść niewielkie straty.



Rys. 1. Liniowa funkcja przynależności

Źródło: opracowanie własne.

Model Ramaswamy ma postać:

$$\begin{aligned} R(\mathbf{x}) &= \min_i \{ \mu_i (R_i(\mathbf{x})) \} \rightarrow \max, \\ \mathbf{x}^T \mathbf{1} &= 1, \\ \mathbf{x} &\geq \Theta. \end{aligned}$$

Stosując proste podstawienie:

$$\lambda = \min_i \{ \mu_i (R_i(\mathbf{x})) \}$$

zadanie sprowadza się do postaci modelu programowania liniowego:

$$\begin{aligned} R(\mathbf{x}) &= \lambda \rightarrow \max, \\ \mu_i (R_i(\mathbf{x})) &\geq \lambda, \\ \mathbf{x}^T \mathbf{1} &= 1, \\ \mathbf{x} &\geq \Theta. \end{aligned}$$

Warto zwrócić uwagę, że model Ramaswamy pozbawiony jest kryterium / ograniczenia dotyczącego ryzyka z inwestycji. Pojawia się ono w modelu Watady [2001]. Tutaj oba kryteria Markowitza: ryzyko i stopę zwrotu, realizuje się poprzez rozmyte nierówności.

Funkcja przynależności do zbioru rozmytego dla stopy zwrotu z portfela ma postać:

$$\mu(R(\mathbf{x})) = \begin{cases} 0 & \text{dla } R(\mathbf{x}) \leq R^{\min} \\ 1 - \frac{R^{\max} - R(\mathbf{x})}{R^{\max} - R^{\min}} & \text{dla } R^{\min} < R(\mathbf{x}) \leq R^{\max}, \\ 1 & \text{dla } R^{\max} < R(\mathbf{x}) \end{cases}$$

gdzie: R^{\min} – minimalny akceptowalny poziom stopy zwrotu z portfela,

R^{\max} – pożądaný poziom stopy zwrotu z portfela.

W podobny sposób zdefiniowana jest funkcja przynależności do zbioru rozmytego dla ryzyka z portfela:

$$\mu(V(\mathbf{x})) = \begin{cases} 0 & \text{dla } V^{\max} < V(\mathbf{x}) \\ 1 - \frac{V(\mathbf{x}) - V^{\min}}{V^{\max} - V^{\min}} & \text{dla } V^{\min} < V(\mathbf{x}) \leq V^{\max}, \\ 1 & \text{dla } V(\mathbf{x}) \leq V^{\min} \end{cases}$$

gdzie: V^{\min} – pożądaný poziom ryzyka dla portfela,

V^{\max} – maksymalny akceptowalny poziom ryzyka dla portfela.

Model Watady przybiera postać:

$$\begin{aligned} Z(\mathbf{x}) &= \min \{ \mu(R(\mathbf{x})), \mu(V(\mathbf{x})) \} \rightarrow \max, \\ \mathbf{x}^T \mathbf{1} &= 1, \\ \mathbf{x} &\geq \Theta. \end{aligned}$$

Aby rozwiązać zadanie, należy dokonać podstawienia:

$$\lambda = \min \{ \mu(R(\mathbf{x})), \mu(V(\mathbf{x})) \}.$$

Dzięki czemu zadanie sprowadzone zostanie do postaci zadania programowania liniowego:

$$\begin{aligned} Z(\mathbf{x}) &= \lambda \rightarrow \max, \\ R(\mathbf{x}) - (R^{\max} - R^{\min})\lambda &\geq R^{\min}, \\ V(\mathbf{x}) + (V^{\max} - V^{\min})\lambda &\leq V^{\max}, \\ \mathbf{x}^T \mathbf{1} &= 1, \\ \mathbf{x} &\geq \Theta. \end{aligned}$$

5. Zastosowanie modeli Ramaswamy i Watady na GPW – przykład empiryczny

Modele Ramaswamy i Watady zastosowano do wyznaczenia portfeli akcji notowanych na warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych. Analizie poddano akcje wchodzące w skład indeksu WIG20 (stan na wrzesień 2011). Spośród dwudziestu spółek sześć miało jednak zbyt krótką historię notowań i usunięte zostały one z analizowanego zbioru. Założono roczny okres inwestycji. Na potrzeby modelu Ramaswamy rozpatrzono dwa przypadki przyszłych stanów natury. Przyjęto, że zadowolenie inwestora ze stopy zwrotu będzie różne dla różnych nieznanymi wartości procentowej zmiany indeksu WIG20 (wyróżniono scenariusze: hossa, stagnacja i bessa) lub zależeć będzie od procentowej skumulowanej rocznej zmiany PKB (wyróżniono scenariusze: silny, średni i słaby wzrost PKB¹). Na podstawie danych historycznych (od początku notowań do listopada 2009) wyznaczono średnie roczne stopy zwrotu z poszczególnych akcji dla scenariuszy (tab. 1).

Kategorie zależne od rocznej zmiany indeksu WIG20 zdefiniowano w następujący sposób:

- **bessa:** roczna zmiana WIG20 poniżej -15% ,

¹ Jak dotąd, zarówno kwartalny (liczony względem analogicznego kwartału poprzedniego roku), jak i roczny skumulowany wzrost PKB w Polsce zawsze był dodatni, dlatego nie wyróżniono kategorii spadku PKB. Odnotowywano ujemny kwartalny wzrost PKB tylko względem poprzedniego kwartału, na co wpływ miały wahania sezonowe.

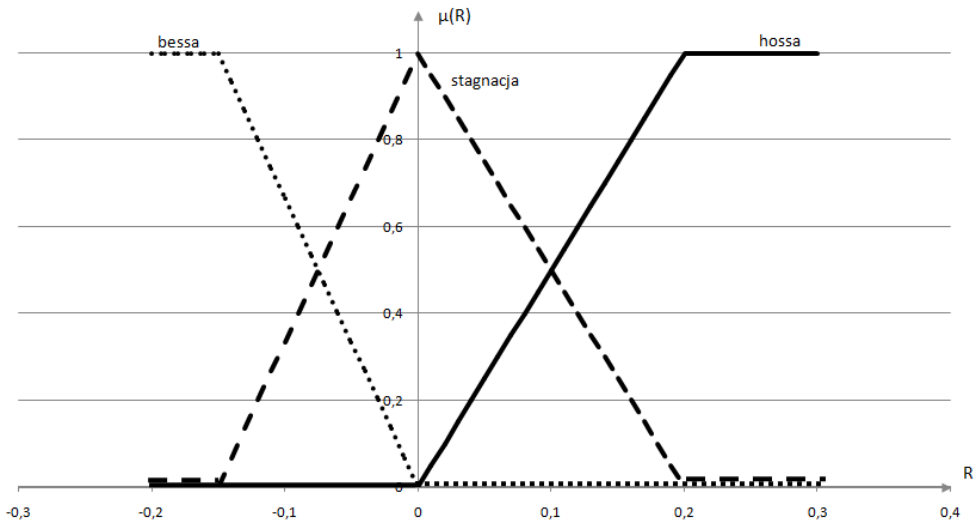
Tabela 1. Roczne stopy zwrotu z akcji obliczone na podstawie danych historycznych

Stopa zwrotu / Spółka	ASSECOPOP	HANDLOWY	BRE	GTC	GETIN	KGHM	LOTOS
Średnia roczna	5,0%	3,3%	24,0%	0,0%	6,2%	16,3%	-1,9%
Podczas hossy	61,9%	21,4%	63,9%	87,8%	105,2%	104,1%	33,1%
Podczas stagnacji	15,1%	12,1%	16,8%	33,4%	10,5%	12,6%	-11,8%
Podczas bessy	-39,8%	-22,3%	-26,7%	-44,7%	-36,6%	-29,6%	-45,9%
Podczas hossy (rozmyta)	44,2%	25,0%	54,1%	58,8%	86,1%	82,7%	41,3%
Podczas stagnacji (rozmyta)	6,6%	16,0%	12,4%	2,8%	-4,0%	16,3%	4,1%
Podczas bessy (rozmyta)	-35,4%	-17,3%	-21,4%	-40,9%	-32,8%	-23,1%	-40,1%
Podczas silnego wzrostu PKB	26,2%	6,6%	32,6%	34,2%	40,3%	21,8%	-14,8%
Podczas średniego wzrostu PKB	35,0%	6,0%	23,1%	18,9%	64,1%	65,4%	15,9%
Podczas słabego wzrostu PKB	-20,5%	20,7%	-0,3%	28,4%	24,0%	23,5%	63,2%
Podczas silnego wzrostu PKB (rozmyta)	24,2%	6,9%	31,9%	34,7%	44,0%	29,9%	-12,4%
Podczas średniego wzrostu PKB (rozmyta)	25,4%	5,5%	21,1%	16,3%	56,3%	64,2%	14,8%
Podczas słabego wzrostu PKB (rozmyta)	3,0%	16,3%	7,1%	24,8%	37,3%	34,5%	54,9%
Stopa zwrotu / Spółka	PBG	PEKAO	PGNIG	PKNORLEN	PKOBP	TPSA	TVN
Średnia roczna	8,2%	6,3%	1,6%	3,8%	3,6%	0,2%	9,5%
Podczas hossy	128,4%	29,0%	27,6%	35,7%	34,2%	20,2%	69,3%
Podczas stagnacji	62,2%	14,7%	22,2%	7,2%	13,3%	-0,2%	11,1%
Podczas bessy	-27,2%	-8,1%	-16,5%	-23,6%	-30,2%	-23,3%	-35,5%
Podczas hossy (rozmyta)	79,0%	26,7%	12,8%	33,7%	32,4%	14,3%	49,2%
Podczas stagnacji (rozmyta)	16,3%	14,8%	20,5%	10,2%	8,6%	-3,7%	2,0%
Podczas bessy (rozmyta)	-26,6%	-6,9%	-11,2%	-20,4%	-26,8%	-21,4%	-31,4%
Podczas silnego wzrostu PKB	76,2%	6,5%	7,1%	-4,9%	12,9%	5,1%	14,9%
Podczas średniego wzrostu PKB	32,0%	15,1%	1,1%	35,2%	9,6%	15,7%	29,8%
Podczas słabego wzrostu PKB	0,4%	26,9%	5,6%	6,8%	18,8%	-20,3%	22,3%
Podczas silnego wzrostu PKB (rozmyta)	73,9%	8,9%	7,6%	2,0%	13,1%	6,6%	16,4%
Podczas średniego wzrostu PKB (rozmyta)	28,2%	13,9%	0,4%	32,1%	7,5%	15,6%	24,9%
Podczas słabego wzrostu PKB (rozmyta)	11,3%	23,0%	4,0%	13,6%	17,4%	-12,3%	26,9%

Źródło: opracowanie własne.

- **stagnacja**: roczna zmiana WIG20 pomiędzy -15% a $+20\%$,
 - **hossa**: roczna zmiana WIG20 powyżej $+20\%$.
- Kategorie zależne od rocznego wzrostu PKB:
- **słaby wzrost PKB**: poniżej 3% ,
 - **średni wzrost PKB**: od 3% do 5% ,
 - **silny wzrost PKB**: powyżej 5% .

Przynależność do kategorii można zdefiniować w sposób ostry lub rozmyty. Rysunek 2 przedstawia rozmyte funkcje przynależności stopy zwrotu z indeksu WIG20 do każdej z trzech kategorii.



Rys. 2. Rozmyte funkcje przynależności stopy zwrotu z indeksu WIG20 do trzech kategorii

Źródło: opracowanie własne.

Wygenerowano sześć portfeli zgodnych z modelem Ramaswamy i dwa zgodne z modelem Watady. W celu porównania wyników utworzono również klasyczne portfele Markowitza minimalizujące ryzyko: bez wyróżniania przyszłych stanów natury oraz przy założeniu wystąpienia hossy, stagnacji i bessy. Parametry modeli zapisane są w tab. 2.

W tabeli 3 przedstawiono procentowy udział spółek w portfelach. Uwagę zwraca słaba dywersyfikacja w modelach Ramaswamy. Niewielkie zróżnicowanie portfeli jest efektem usunięcia z modelu ograniczenia dotyczącego ryzyka z inwestycji. Większą liczbę spółek można wymusić sztucznie: poprzez wprowadzenie maksymalnego udziału każdej z akcji w portfelu. Niedogodności tej nie posiada model Watady – podobnie do klasycznego podejścia Markowitza, generuje on dobrze zdywersyfikowane portfele.

Tabela 2. Opis wygenerowanych portfeli

Nazwa portfela	Metoda konstrukcji	Sposób wyznaczenia stóp zwrotu
Ramaswamy (1)	model Ramaswamy $R_{hossa}^{\min} = 0,2$ $R_{hossa}^{\max} = 0,5$ $R_{stagnacja}^{\min} = 0,1$ $R_{stagnacja}^{\max} = 0,2$ $R_{bessa}^{\min} = -0,2$ $R_{bessa}^{\max} = 0$	3 ostre klasy WIG20
Ramaswamy (2)	model Ramaswamy $R_{hossa}^{\min} = 0,2$ $R_{hossa}^{\max} = 0,5$ $R_{stagnacja}^{\min} = 0$ $R_{stagnacja}^{\max} = 0,1$ $R_{bessa}^{\min} = -0,2$ $R_{bessa}^{\max} = 0$ $\forall x_i \leq 0,3$	3 ostre klasy WIG20
Ramaswamy R	model Ramaswamy $R_{hossa}^{\min} = 0,2$ $R_{hossa}^{\max} = 0,5$ $R_{stagnacja}^{\min} = 0$ $R_{stagnacja}^{\max} = 0,1$ $R_{bessa}^{\min} = -0,2$ $R_{bessa}^{\max} = 0$	3 rozmyte klasy WIG20
Ramaswamy R (2)	model Ramaswamy $R_{hossa}^{\min} = 0,2$ $R_{hossa}^{\max} = 0,5$ $R_{stagnacja}^{\min} = 0$ $R_{stagnacja}^{\max} = 0,1$ $R_{bessa}^{\min} = -0,2$ $R_{bessa}^{\max} = 0$ $\forall x_i \leq 0,3$	3 rozmyte klasy WIG20
Ramaswamy PKB	model Ramaswamy $R_{PKB \max}^{\min} = 0,2$ $R_{PKB \max}^{\max} = 0,5$ $R_{PKBsr}^{\min} = 0,2$ $R_{PKBsr}^{\max} = 0,3$ $R_{PKB \min}^{\min} = 0$ $R_{PKB \min}^{\max} = 0,2$	3 ostre klasy wyrażające roczną zmianę PKB
Ramaswamy PKB R	model Ramaswamy $R_{PKB \max}^{\min} = 0,2$ $R_{PKB \max}^{\max} = 0,5$ $R_{PKBsr}^{\min} = 0,1$ $R_{PKBsr}^{\max} = 0,3$ $R_{PKB \min}^{\min} = 0$ $R_{PKB \min}^{\max} = 0,1$	3 rozmyte klasy wyrażające roczną zmianę PKB
Watada	model Watady $R^{\min} = 0,05$ $R^{\max} = 0,1$ $V^{\min} = 0,0002$ $V^{\max} = 0,0004$	średnia roczna stopa zwrotu za cały okres notowań historycznych
Watada 2	model Watady $R^{\min} = 0,1$ $R^{\max} = 0,2$ $V^{\min} = 0,0003$ $V^{\max} = 0,0005$	średnia roczna stopa zwrotu za cały okres notowań historycznych
Markowitz	klasyczny model Markowitza minimalizujący ryzyko	średnia roczna stopa zwrotu za cały okres notowań historycznych
Markowitz H	klasyczny model Markowitza minimalizujący ryzyko $R(\mathbf{x}) \geq 0,5$	stopa zwrotu dla ostrej klasy „hossa”
Markowitz S	klasyczny model Markowitza minimalizujący ryzyko $R(\mathbf{x}) \geq 0,2$	stopa zwrotu dla ostrej klasy „stagnacja”
Markowitz B	klasyczny model Markowitza minimalizujący ryzyko $R(\mathbf{x}) \geq -0,15$	stopa zwrotu dla ostrej klasy „bessa”

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Procentowy udział spółek w portfelach

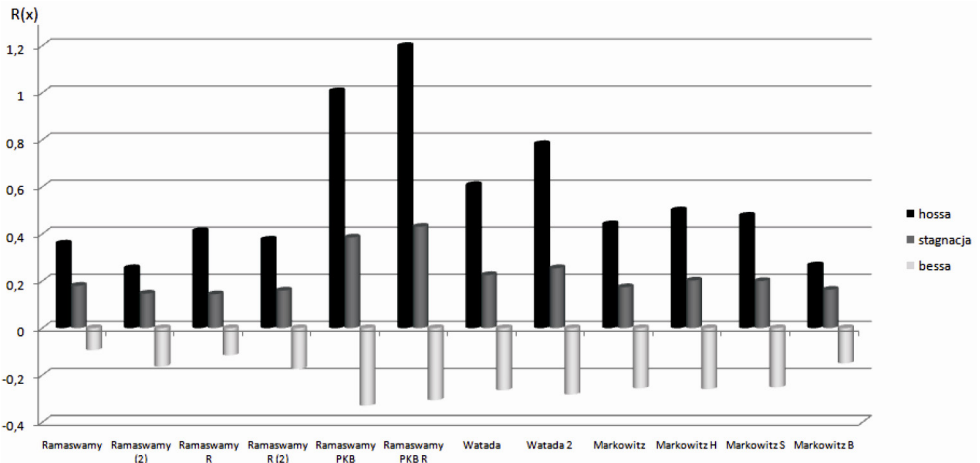
Portfel/Symbol spółki	Ramas-wamy	Ramas-wamy (2)	Ramas-wamy R	Ramas-wamy R (2)	Ramas-wamy PKB	Ramas-wamy PKB R
ASSECOPOL	–	–	–	–	–	–
HANDLOWY	–	30,00%	–	25,48%	–	–
BRE	–	–	–	–	–	–
GTC	–	–	–	–	–	–
GETIN	–	–	–	–	6,35%	36,97%
KGHM	–	–	16,16%	14,52%	–	–
LOTOS	–	–	–	–	27,58%	–
PBG	6,90%	–	–	–	66,08%	63,03%
PEKAO	93,10%	30,00%	83,84%	30,00%	–	–
PGNIG	–	30,00%	–	30,00%	–	–
PKNORLEN	–	–	–	–	–	–
PKOBP	–	–	–	–	–	–
TPSA	–	10,00%	–	–	–	–
TVN	–	–	–	–	–	–
Portfel/Symbol spółki	Watada	Watada 2	Markowitz	Markowitz H	Markowitz S	Markowitz B
ASSECOPOL	11,83%	9,28%	12,99%	13,88%	12,98%	–
HANDLOWY	10,96%	1,62%	18,46%	16,09%	17,81%	11,89%
BRE	22,30%	47,05%	–	–	–	–
GTC	–	–	–	–	–	–
GETIN	–	–	–	–	–	–
KGHM	1,97%	8,58%	–	–	–	–
LOTOS	–	–	5,08%	4,08%	2,99%	–
PBG	18,70%	21,28%	13,89%	18,83%	17,55%	–
PEKAO	–	–	–	–	–	33,72%
PGNIG	14,51%	4,35%	22,60%	21,20%	23,51%	44,82%
PKNORLEN	–	–	–	–	–	–
PKOBP	–	–	–	–	–	–
TPSA	14,08%	1,75%	25,11%	23,16%	23,58%	9,58%
TVN	5,65%	6,10%	1,86%	2,76%	1,59%	–

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 3 przedstawiono spodziewane stopy zwrotu ze wszystkich portfeli dla trzech przyszłych stanów rynku: hossy, stagnacji i bessy, natomiast słupki na

rys. 4 wyrażają wartości funkcji przynależności dla tych stóp zwrotu (przyjęto minimalne i pożądane wartości stóp zwrotu takie, jak w modelu **Ramaswamy (1)** – zob. tab. 2). Zgodnie z kryterium Ramaswamy najlepszy jest portfel, dla którego wysokość najniższego słupka na rys. 4 jest jak największa. Oczywiście najlepszy jest portfel **Ramaswamy (1)**, który zoptymalizowany został dla parametrów, dla których modele są oceniane. Modele **Ramaswamy PKB**, **Ramaswamy PKB R**, **Watada**, **Watada 2** i **Markowitz H** dają bardzo duże spodziewane zyski przy hossie i stagnacji, mają jednak zerową wartość funkcji przynależności dla bessy i nie mogą być dobrze ocenione. Nawet model **Markowitz B**, który daje maksymalną spodziewaną stopę zwrotu w przypadku wystąpienia bessy, jest przy tym sposobie oceny dużo gorszy od modelu **Ramaswamy (1)**.

Dla każdego z portfeli spodziewana stopa zwrotu podczas hossy wynosi ponad 20% i jest wyższa od średniego zwrotu z inwestycji podczas stagnacji. Stopy zwrotu podczas bessy są w każdym przypadku jeszcze niższe i zawsze ujemne.



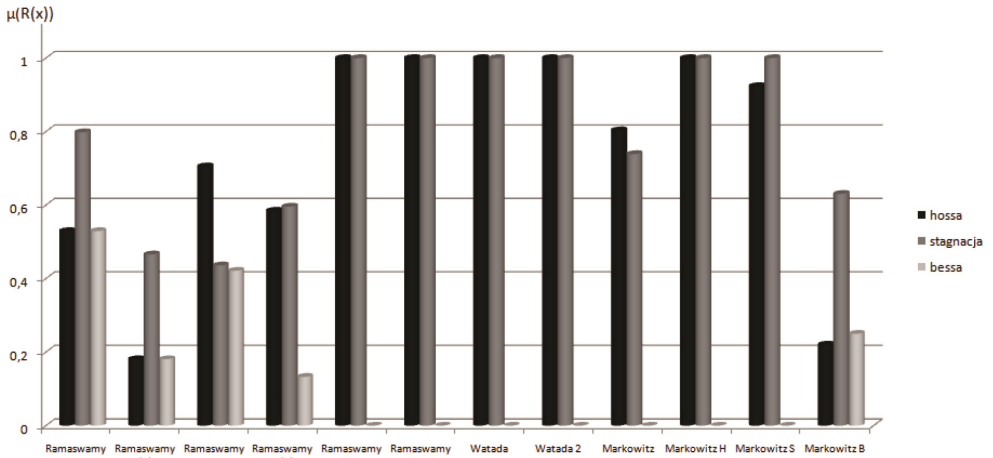
Rys. 3. Spodziewane stopy zwrotu z portfeli dla trzech stanów rynku: hossy, stagnacji i bessy

Źródło: opracowanie własne.

Rysunki 5 i 6 przedstawiają odpowiednio stopy zwrotu z portfeli i wartości funkcji przynależności dla trzech stanów PKB: silnego, średniego i słabego wzrostu. Minimalne i pożądane wartości stóp zwrotu z portfela przyjęto takie, jak dla modelu **Ramaswamy PKB R**. Oprócz modelu **Ramaswamy PKB R** również modele: **Ramaswamy PKB**, **Watada** i **Watada 2** mogą być dość dobrze ocenione. Najmniejsza wartość funkcji przynależności dla scenariuszy wynosi ponad 0,2. Dla pozostałych modeli jest ona bliska zeru.

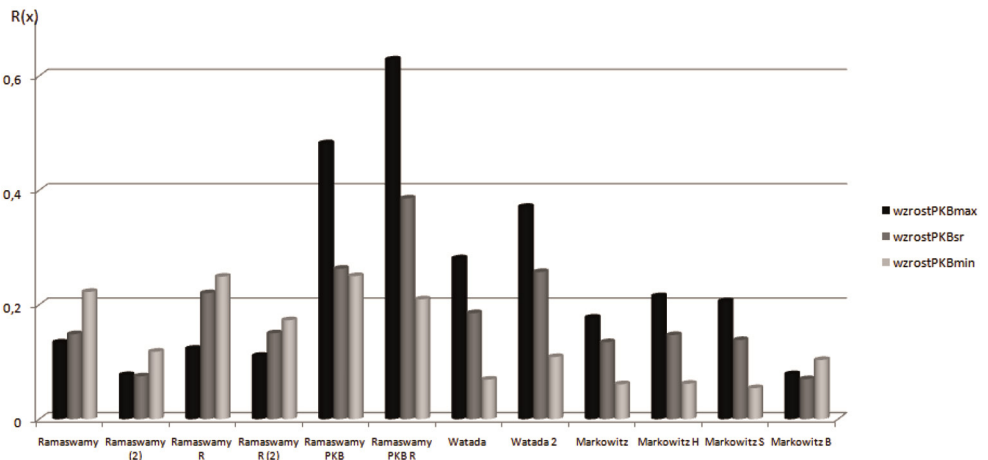
Dla siedmiu portfeli spodziewana stopa zwrotu z inwestycji podczas silnego wzrostu PKB jest wyższa niż przy średnim wzroście PKB, a ta przekracza wartości dla minimalnego wzrostu PKB. Dla pozostałych pięciu portfeli zależność taka nie

zachodzi. Nie widać więc wyraźnego wpływu dynamiki wzrostu PKB na zmianę kursów akcji. Przedstawiona analiza nie przesądza jednak o całkowitym braku takiej zależności – ale jej ustalenie wymaga dogłębnych studiów.



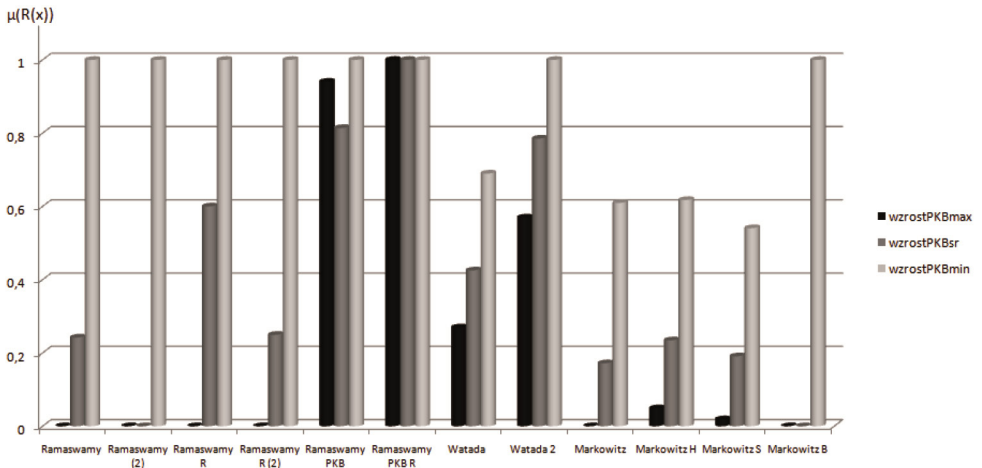
Rys. 4. Wartości funkcji przynależności dla spodziewanych stóp zwrotu dla trzech stanów rynku: hossy, stagnacji i bessy

Źródło: opracowanie własne.



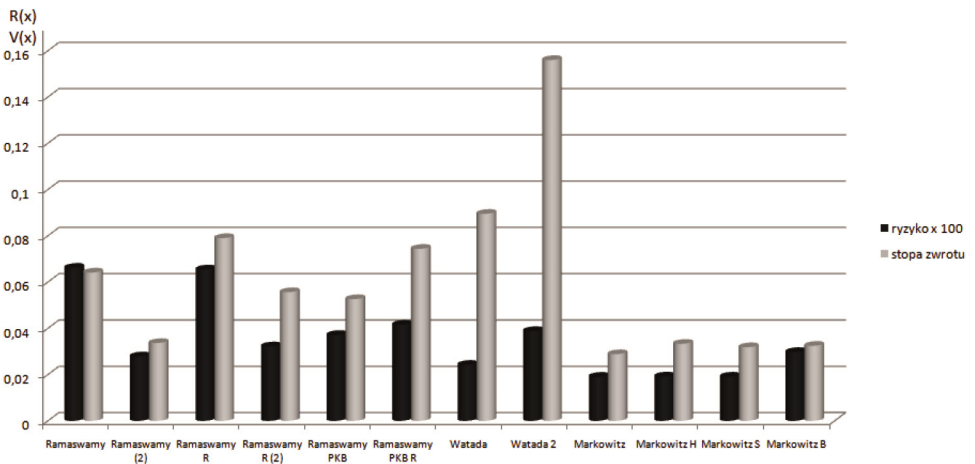
Rys. 5. Spodziewane stopy zwrotu z portfeli dla trzech stanów PKB: silnego, średniego i słabego wzrostu

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 6. Wartości funkcji przynależności dla trzech stanów PKB: silnego, średniego i słabego wzrostu

Źródło: opracowanie własne.

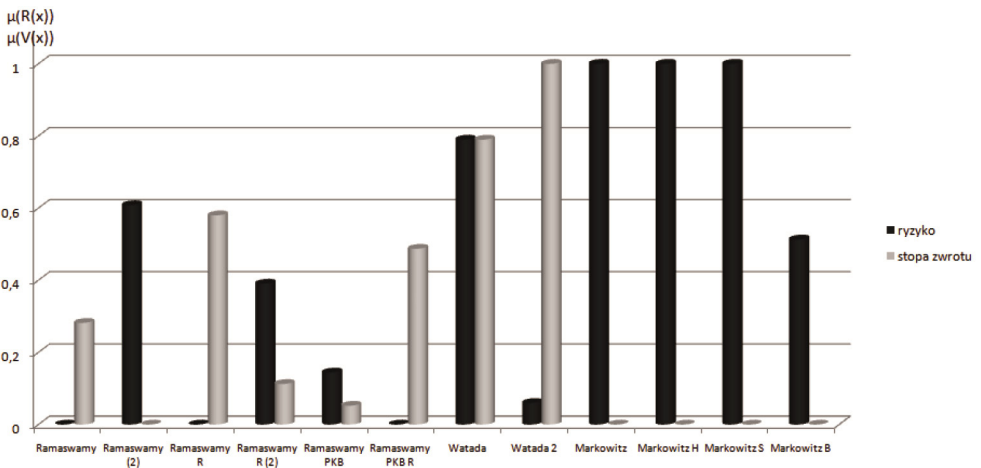


Rys. 7. Spodziewane wartości ryzyka i rocznej stopy zwrotu dla portfeli

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 7 przedstawia wykres słupkowy ryzyka i stopy zwrotu z portfeli. Najmniejszą wartość ryzyka posiada portfel **Markowitz**, niewiele większe wartości mają **Markowitz H** i **Markowitz S**. Najgorsze pod tym względem są słabo zdywersyfikowane modele **Ramaswamy** i **Ramaswamy R**. Zdecydowanie najkorzystniejszą spodziewaną stopę zwrotu posiada natomiast model **Watada 2**. Wartości funkcji

przynależności uzyskane dla pożądaných i akceptowalnych poziomów ryzyka i stopy zwrotu, takich jak określono w modelu **Watada 2** (zob. tab. 2), przedstawione zostały na rys. 8. W pełni satysfakcjonującą inwestora wartość ryzyka posiadają portfele **Markowitz**, **Markowitz H** i **Markowitz S**. Spodziewana stopa zwrotu tych portfeli jest jednak (przy danych parametrach oceny) dyskwalifikująco niska. Wartości funkcji przynależności równe są 0. Najlepiej oceniana jest stopa zwrotu otrzymana dla modelu **Watada 2**, ale bliska zeru wartość funkcji przynależności dla ryzyka powoduje, że ogólna ocena tego portfela też jest negatywna. Najlepszy jest portfel **Watada**, dla którego funkcje przynależności stopy zwrotu i ryzyka do zbioru rozmytego wynoszą 0,79.



Rys. 8. Wartości funkcji przynależności dla spodziewanego ryzyka i rocznych stóp zwrotu

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymane portfele zweryfikowano na danych rzeczywistych obejmujących okres od grudnia 2009 do września 2011. Wygenerowano po 10 portfeli dla każdego z dwunastu przypadków opisanych w tab. 2. Czas inwestycji wynosił jeden rok, a inwestycje rozpoczynały się około 15 dnia każdego miesiąca. Przykładowo, dla modelu **Ramaswamy (1)** dla okresu od 15 grudnia 2009 do 15 grudnia 2010 otrzymano portfel złożony ze spółek PBG (6,9%) i PEKAO (93,1%). Spodziewana stopa zwrotu, liczona jako średnia stopa zwrotu na podstawie danych historycznych, wynosiła 6,4%, tymczasem rzeczywista stopa zwrotu w badanym okresie wyniosła 10,6%. Wartość indeksu WIG20 wzrosła w tym czasie o 10,7%. Portfel przyniósł więc mniejszą stopę zwrotu niż indeks. Wyniki zbiorcze zawarte są w tab. 4.

Od grudnia 2009 do kwietnia 2011 ceny akcji na GPW powoli rosły, później nastąpiły dość znaczące spadki. Dla dziesięciu rozpatrywanych przedziałów czasu tylko raz roczna zmiana wartości indeksu WIG20 była wyższa niż 20% (oznaczające

w przyjętych rozważaniach hossę). W pozostałych przypadkach zmiany zawsze zawierały się w przedziale od -15% do $+20\%$ (stagnacja). Średnie stopy zwrotu z aż trzech portfeli: **Ramaswamy (1)**, **Ramaswamy PKB** i **Ramaswamy PKB R** były ujemne. Tylko w jednym przypadku na dziesięć model **Ramaswamy PKB R** dał wyższą stopę zwrotu niż zmiana indeksu WIG20. Najwyższe średnie stopy zwrotu otrzymano dla portfeli **Ramaswamy R (2)**, **Ramaswamy R** i **Watada 2**.

Tabela 4. Wyniki portfeli dla danych rzeczywistych

Model	Średnia stopa zwrotu	Liczba lepszych wyników niż indeks WIG20	Liczba lepszych wyników niż indeks WIG20 (hossa)	Liczba lepszych wyników niż indeks WIG20 (stagnacja)	Liczba lepszych wyników niż indeks WIG20 (bessa)
Ramaswamy (1)	-3,63%	0/10	0/1	0/9	0/0
Ramaswamy (2)	7,53%	2/10	0/1	2/9	0/0
Ramaswamy R	10,40%	4/10	0/1	4/9	0/0
Ramaswamy R (2)	16,81%	9/10	1/1	8/9	0/0
Ramaswamy PKB	-8,12%	0/10	0/1	0/9	0/0
Ramaswamy PKB R	-9,39%	1/10	0/1	1/9	0/0
Watada	3,45%	0/10	0/1	0/9	0/0
Watada 2	10,09%	3/10	0/1	3/9	0/0
Markowitz	2,78%	0/10	0/1	0/9	0/0
Markowitz H	0,29%	0/10	0/1	0/9	0/0
Markowitz S	0,97%	0/10	0/1	0/9	0/0
Markowitz B	6,35%	3/10	0/1	3/9	0/0
WIG20	10,71%	–	–	–	–

Źródło: opracowanie własne.

Portfele **Ramaswamy R (2)** w 9 na 10 przypadków dawały większą stopę zwrotu niż zmiana indeksu WIG20. Jest to również jedyny portfel, który podczas hossy okazał się lepszy od WIG20.

6. Wnioski

W artykule zaprezentowano koncepcje tworzenia portfeli finansowych wykorzystujące teorię zbiorów rozmytych. Model Ramaswamy, w odróżnieniu od oryginalnej koncepcji Markowitza, pozbawiony jest kryterium minimalizującego ryzyko. W konsekwencji takiego uproszczenia powstają portfele mało zdywersyfikowane. Niedogodności tej można się pozbyć przez wprowadzenie ograniczeń dotyczących maksymalnego udziału spółek w portfelu. Opisaną wady nie posiada model Watady. W artykule przedstawiono klasyczne podejście Watady, w którym oprócz maksymalizacji zwrotu z inwe-

stycji minimalizuje się ryzyko mierzone za pomocą wariancji i kowariancji stóp zwrotu. Z łatwością model można jednak rozszerzyć o inne miary ryzyka. Właściwe wydaje się również połączenie koncepcji Ramaswamy i Watady. Uzyskane portfele byłyby wówczas dobrze zdywersyfikowane i równocześnie uwzględniałyby czynnik związany z niepewnością wystąpienia przyszłych scenariuszy.

Sprawdzono pobieżnie wpływ wzrostu Produktu Krajowego Brutto na zmiany cen akcji. Dobra koniunktura gospodarcza, wyrażająca się szybkim tempem wzrostu PKB, interpretowana jest często przez analityków giełdowych jako impuls powodujący wzrosty cen akcji. W pracy nie zauważono jednak wyraźnego bezpośredniego związku wzrostu PKB ze zmianą cen walorów. Przeprowadzona analiza nie jest pełna i stanowić może jedynie punkt wyjścia do głębszych badań.

Portfele uzależniające przyszłe scenariusze od zmiany PKB dały na danych rzeczywistych najgorsze stopy zwrotu. Pozostałe portfele osiągnęły dobre wyniki w większości przypadków również tylko dla danych historycznych.

Literatura

- Heilpern S. [1992], *Podjęmowanie decyzji w warunkach niepewności*, Wyd. Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Jajuga K. (red.) [2000], *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*, Wyd. Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Just M. [2008], *Rozmyte modele wyboru portfela instrumentów finansowych*, Scripta Comeniana Lesnensia PWSZ w Lesznie, nr 6.
- Ostasiewicz W. [1986], *Zastosowanie zbiorów rozmytych w ekonomii*, PWN, Warszawa.
- Ramaswamy S. [1998], *Portfolio selection using fuzzy decision theory*, BIS Working Papers, no. 59.
- Watada J. [2001], *Fuzzy portfolio model for decision making in investment*, [w:] *Dynamical Aspects in Fuzzy Decision Making*, ed. Y. Yoshida, Physica Varlag, Heidelberg, s. 141–162.

ANALYSIS OF THE IMPACT OF ECONOMIC TRENDS AND GDP GROWTH IN THE RETURN OF SHARES USING FUZZY MARKOWITZ MODELS

Summary: The article describes the concept of creating portfolios based on fuzzy set theory. The models of Ramaswamy and Watada are presented. Examples of their use on the Warsaw Stock Exchange for companies WIG20 index are shown. Investor satisfaction with return on investment was conditional on the overall economic situation in the market and of changes in Gross Domestic Product. The paper includes the advantages and disadvantages of described concept of creating financial portfolio.

Keywords: Markowitz model, fuzzy set theory, Watada model, Ramaswamy model, share portfolios.