

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

254

Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a rynek polski



Redaktorzy naukowi

Krzysztof Jajuga

Wanda Ronka-Chmielowiec



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2012

Recenzenci: Diarmuid Bradley, Jan Czekaj, Marek Gruszczyński, Jacek Lisowski, Paweł Miłobędzki,
Włodzimierz Szkutnik, Mirosław Szreder, Adam Szyszka, Waldemar Tarczyński,
Stanisław Wieteska, Tomasz Wiśniewski

Redaktor Wydawnictwa: Aleksandra Śliwka

Redaktor techniczny: Barbara Łopusiewicz

Korektor: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Czupryńska

Projekt okładki: Beata Dębska

Publikacja jest dostępna w Internecie na stronach:

www.ibuk.pl, www.ebscohost.com,

The Central and Eastern European Online Library www.ceeol.com,

a także w adnotowanej bibliografii zagadnień ekonomicznych BazEkon

http://kangur.uek.krakow.pl/bazy_ae/bazekon/nowy/index.php

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania znajdują się
na stronie internetowej Wydawnictwa

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Kopiowanie i powielanie w jakiegokolwiek formie
wymaga pisemnej zgody Wydawcy

© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2012

ISSN 1899-3192

ISBN 978-83-7695-293-2

Wersja pierwotna: publikacja drukowana

Druk: Drukarnia TOTEM

Spis treści

Wstęp	9
Barbara Będowska-Sójka: Zastosowanie zmienności zrealizowanej i modeli typu ARCH w wyznaczaniu wartości zagrożonej	11
Jacek Bialek: Zastosowanie statystycznych indeksów łańcuchowych do oceny przeciętnego zwrotu grupy OFE	23
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: Zastosowanie modelu logitowego i modelu regresji Coxa w analizie zmian cen akcji spółek giełdowych w wyniku kryzysu finansowego	33
Katarzyna Byrka-Kita: Premia z tytułu kontroli na polskim rynku kapitałowym – wyniki badań	42
Krzysztof Echaust: Analiza przekroczeń wysokości depozytów zabezpieczających na podstawie kontraktów futures notowanych na GPW w Warszawie.	52
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Rentowność inwestycji na rynku regulowanym i w alternatywnym systemie obrotu w Polsce	61
Daniel Iskra: Wartość zagrożona instrumentu finansowego szacowana przedziałowo	74
Bogna Janik: Analiza stóp zwrotu z inwestycji w indeksy akcji spółek społecznie odpowiedzialnych	83
Paweł Kliber: Niestacjonarność aktywności transakcyjnej na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	93
Krzysztof Kowalke: Ocena przydatności rekomendacji giełdowych opartych na metodzie DCF na przykładzie spółek budowlanych	103
Mieczysław Kowerski: Modele selekcji próby stóp dywidend spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	113
Dominik Krężolek: Granica efektywności portfeli inwestycyjnych a indeks ogona rozkładu stopy zwrotu – analiza empiryczna na przykładzie GPW w Warszawie	124
Monika Kubik-Kwiatkowska: Znaczenie raportów finansowych dla wyceny spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie SA	133
Agnieszka Majewska: Wycena opcji menedżerskich – wybrane problemy ...	142
Sebastian Majewski: Pomiar nastroju inwestycyjnego jako metoda wspomagająca strategię inwestycyjne	152
Piotr Manikowski: Cykle ubezpieczeniowe w Europie Środkowej	162

Artur Mikulec: Metody oceny wyników inwestycyjnych przy braku normalności rozkładu stóp zwrotu	171
Joanna Olbryś: Tarcie w procesach transakcyjnych i jego konsekwencje	181
Andrzej Paliński: Spłata zadłużenia kredytowego w ujęciu teoriogrowym ...	190
Monika Papież, Stanisław Wanat: Modele autoregresji i wektorowej autoregresji w prognozowaniu podstawowych zmiennych charakteryzujących rynek ubezpieczeń działu II	199
Daniel Papla: Przykład zastosowania metod analizy wielowymiarowej w analizie zarażania rynków finansowych	209
Tomasz Pisula: Zastosowanie sztucznych sieci neuronowych do prognozowania upadłości przedsiębiorstw	219
Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrane reguły nastawione na cel a prognozowanie wskaźnika inflacji	235
Paweł Siarka: Wykorzystanie modeli scoringowych w bankowości komercyjnej.....	246
Rafał Siedlecki: Struktura kapitału w cyklu życia przedsiębiorstwa	262
Anna Sroczyńska-Baron: Wybór portfela akcji z wykorzystaniem narzędzi teorii gier.....	271
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowania kopuli niesymetrycznych w modelowaniu ekonomicznym	281
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Zastosowanie estymatora k -to-rekordowego do szacowania wartości narażonej na ryzyko	289
Piotr Staszewicz: Multi entry framework for financial and risk reporting...	298
Anna Szymańska: Czynniki decydujące o wyborze ubezpieczyciela w przypadku ubezpieczeń komunikacyjnych AC.....	310
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Oceny ratingowe jako element konkurencyjności wybranych systemów gospodarczych – weryfikacja na przykładzie agencji Fitch.....	323
Rafał Tuzimek: Wpływ wypłat dywidendy na wartość akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie	333
Jacek Welc: Rewersja do średniej dynamiki przychodów oraz rentowności spółek a zmiany relatywnej dynamiki zysków	347
Ryszard Węgrzyn: Zastosowanie delty „wolnej od modelu” w hedgingu opcyjnym	356
Stanisław Wieteska: Wyładowania atmosferyczne jako element ryzyka w ubezpieczeniach majątkowo-osobowych w polskim obszarze klimatycznym.....	367
Alicja Wolny-Dominiak: Modelowanie liczby szkód w ubezpieczeniach komunikacyjnych w przypadku występowania dużej liczby zer.....	381

Summaries

Barbara Będowska-Sójka: Modeling value-at-risk when realized volatility and ARCH-type models are used.....	22
Jacek Bialek: The application of chain indices to evaluate the average rate of return of a group of Open Pension Funds.....	32
Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz: The application of the logit model and the Cox regression model in the analysis of financial crisis related price changes of listed companies' shares	41
Katarzyna Byrka-Kita: Control premium on Polish capital market – empirical evidence	51
Krzysztof Echaust: Analysis of margin exceedances on the basis of futures contracts quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	60
Magdalena Frasyniuk-Pietrzyk, Radosław Pietrzyk: Return on investment on a regulated market and multilateral trading facility in Poland	73
Daniel Iskra: Confidence interval for Value at Risk.....	82
Bogna Janik: Analysis of rates of return on investments in equity SRI indices	92
Paweł Kliber: Non-stationarity in transaction activity on the Warsaw Stock Exchange.....	102
Krzysztof Kowalke: Assessment of the usefulness of Stock Exchange recommendations based on the DCF method on the example of construction companies.....	112
Mieczysław Kowerski: The sample selection models of dividend yield of companies quoted on the Warsaw Stock Exchange.....	123
Dominik Krężolek: The efficient frontier of investment portfolios and the tail index of distribution of returns – an empirical analysis on the WSE	132
Monika Kubik-Kwiatkowska: Value relevance of financial reporting on the Warsaw Stock Exchange.....	141
Agnieszka Majewska: The value of employee stock options – selected problems.....	151
Sebastian Majewski: Measuring of investment sentiment as a method of supporting investment strategies.....	161
Piotr Manikowski: Insurance cycles in Central Europe.....	170
Artur Mikulec: Investment performance evaluation methods in the absence of normality of the rates of return.....	180
Joanna Olbryś: Friction in trading processes and its implications	189
Andrzej Paliński: The game theoretic approach to bank credit repayment....	198
Monika Papież, Stanisław Wanat: The application of autoregressive models and vector autoregressive models in forecasting basic variables on the non-life insurance market	208

Daniel Papla: Example of using multidimensional methods in analyzing the contagion on the financial markets	218
Tomasz Pisula: Application of artificial neural networks for forecasting corporate bankruptcy	234
Agnieszka Przybylska-Mazur: Selected targeting rules and forecasting inflation rate	245
Paweł Siarka: The use of scoring models in commercial banking.....	261
Rafał Siedlecki: The structure of capital in the company life cycle	270
Anna Sroczyńska-Baron: The choice of shares portfolio based on the theory of games.....	280
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Asymmetric copulas applications in economic modelling.....	288
Michał Stachura, Barbara Wodecka: Value-at-Risk estimation using ‘ k -th record’ estimator	297
Piotr Staszewicz: Zapis poczwórny jako mechanizm pozwalający na integrację sprawozdawczości finansowej i ostrożnościowej	309
Anna Szymańska: Factors determining a choice of an insurer in case of motor hull insurance	322
Sławomir Śmiech, Wojciech Zysk: Assessments of rating as part of competitiveness of selected economies – verification on the example of Fitch agency	332
Rafał Tuzimek: Effect of dividend payments on the value of shares listed on the Warsaw Stock Exchange	346
Jacek Welc: Impact of mean-reversion of sales growth and profitability on the relative growth of corporate earnings	355
Ryszard Węgrzyn: Application of model free delta to option hedging	366
Stanisław Wieteska: Lightning as an element of risk in non-life insurance in the Polish area of climate.....	380
Alicja Wolny-Dominiak: Zero-inflated claim count modeling in automobile insurance. Case Study	390

Paweł Kliber

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

NIESTACJONARNOŚĆ AKTYWNOŚCI TRANSAKCYJNEJ NA GIEŁDZIE PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH W WARSZAWIE

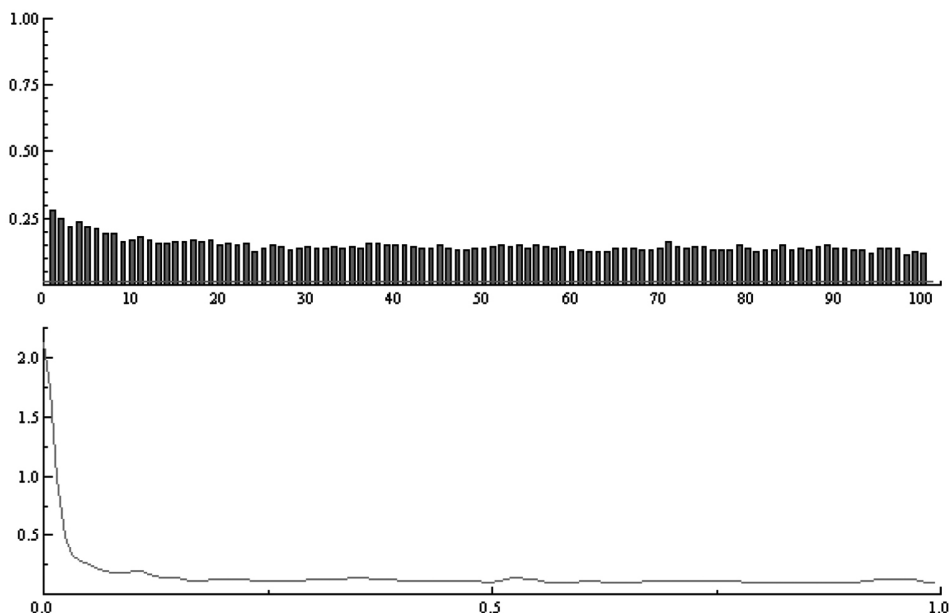
Streszczenie: W artykule zajmujemy się analizą danych transakcyjnych (*tick-by-tick*) dla wybranych akcji notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Dane transakcyjne próbujemy modelować procesem Skellama oraz procesem Δ NB-Lévy'ego. Szacujemy aktywność procesu przy różnych założeniach dotyczących okresowości i stacjonarności. Wyniki pokazują, że w aktywności giełdy istnieje zasadniczy czynnik niestacjonarny, którego nie można wyjaśnić sezonowością i który w danych jest widoczny jako efekt długiej pamięci.

Słowa kluczowe: notowania wysokiej częstotliwości, dane transakcyjne cen akcji, proces Skellama, proces Δ NB-Lévy'ego.

1. Charakterystyka danych transakcyjnych

W artykule rozważamy ceny akcji obserwowane w bardzo wysokiej częstotliwości – interesują nas ceny w kolejnych transakcjach na rynku. Pomiędzy kolejnymi transakcjami cena akcji jest stała i może się zmieniać dopiero przy zawarciu kolejnej transakcji. W literaturze dotyczącej danych wysokiej częstotliwości zakłada się, że momenty transakcji tworzą pewien punktowy proces losowy na osi czasu. Długości okresów pomiędzy kolejnymi transakcjami (lub pomiędzy kolejnymi zmianami cen) określa się jako **czasy trwania** (*duration*). Jednym ze stylizowanych faktów dotyczących danych giełdowych wysokiej częstotliwości jest to, że kolejne czasy trwania są ze sobą znacznie skorelowane. Co więcej – wykazują tzw. efekt **długiej pamięci**. Autokorelacje zanikają znacznie wolniej, niżby to wynikało ze zwykłych liniowych zależności pomiędzy kolejnymi obserwacjami, a funkcja gęstości spektralnej przyjmuje wysokie wartości dla częstotliwości bliskich 0, co oznacza istnienie długookresowych zależności. Rysunek 1 ilustruje oba te zjawiska dla akcji Agory SA.

W standardowym podejściu do modelowania danych transakcyjnych, wywodzącym się z artykułu [Engle, Russel 1998], czasy trwania modeluje się za pomocą modelu warunkowego czasu trwania ACD (*Autoregressive Conditional Duration*), który uwzględnia korelacje warunkowych czasów trwania między kolejnymi obser-



Rys. 1. Autokorelogram (góra) i gęstość spektralna (dół) czasów trwania dla akcji Agory SA

Źródło: opracowanie własne.

wacjami. W tym artykule przyjmujemy inne podejście, dla którego punktem wyjścia jest następująca obserwacja. Załóżmy, że proces generujący dane jest procesem niestacjonarnym, w którym nie występują długoterminowe zależności ani nawet krótkookresowe korelacje pomiędzy kolejnymi obserwacjami, ale w zamian za to zawiera czynnik cykliczny o długim okresie. Funkcja autokorelacji oraz gęstość spektralna takiego procesu może być wówczas podobna do przedstawionych na rys. 1. Innymi słowy: niestacjonarność procesu może prowadzić do takich samych zjawisk obserwacyjnych jak długa pamięć. W artykule pokazujemy na przykładzie 5 akcji z GPW w Warszawie, że w rzeczywistości proces generujący aktywność transakcyjną giełdy jest niestacjonarny. Posłużymy się w tym celu podejściem zaproponowanym przez Bardorffa-Nielsen, Pollarda i Shepharda.

2. Modele oparte na dyskretnych procesach Lévy'ego

W artykule [Bardorff-Nielsen, Pollard, Shephard 2010] zauważono, że znaczna część zmian cen akcji między kolejnymi transakcjami to zmiany o wielkości pojedynczego „kroku” (*tick* – najmniejszej dozwolonej zmiany ceny). Zaproponowano zatem, aby zmiany cen modelować za pomocą procesu Skellama S , zdefiniowanego jako:

$$S_t = N_t^+ - N_t^-, \quad (1)$$

gdzie N^+ i N^- to dwa niezależne procesy Poissona o parametrach intensywności, odpowiednio, λ^+ i λ^- . Cena akcji (wyrażona w „krokach” i relatywnie do początkowej ceny, tj. przyjmując, że $S_0 = 0$) w dowolnym momencie t ma rozkład Skellama:

$$P(S_t = k) = e^{-t(\lambda^+ + \lambda^-)} \left(\frac{\lambda^+}{\lambda^-} \right)^{k/2} I_{|k|} \left(2t\sqrt{\lambda^+ \lambda^-} \right), \quad k = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \quad (2)$$

gdzie: I to zmodyfikowana funkcja Bessela pierwszego rodzaju (zob. [Abramowitz, Stegun 1972]).

Model taki jest prosty do oszacowania, ponieważ intensywność każdego z procesów N^+ i N^- można estymować osobno. Drugą zaletą modelu jest możliwość uwzględnienia asymetrii rozkładów zmian cen dzięki osobnemu modelowaniu wzrostów i spadków cen. Wadą modelu jest to, że możliwe są w nim zmiany cen jedynie o pojedynczy „krok” (*tick*).

Ograniczenie to można jednak łatwo pominąć, zastępując zwykle procesy Poissona w definicji (1) złożonymi procesami Poissona, w których wielkości skoków są pewnymi zmiennymi losowymi przyjmującymi wartości naturalne. Na przykład można przyjąć, że L^+ i L^- to dwa złożone procesy Poissona, w których wielkości skoków mają ujemne rozkłady dwumianowe, tj.:

$$L_t^a = \sum_{i=1}^{N_t^a} C_i^a,$$

gdzie $a \in \{+, -\}$, N^+ i N^- to procesy Poissona, C_i^+ i C_i^- zaś to niezależne zmienne losowe o ujemnym rozkładzie dwumianowym, tj.

$$P(C_i^a = k) = \binom{k + r^a - 1}{k} (1 - p^a)^{r^a} (p^a)^k,$$

gdzie p^+ , p^- to parametry rozkładów, zaś $r^a = -\lambda^a / \ln(1 - p^a)$ dla $a \in \{+, -\}$. Proces S , zdefiniowany jako

$$S_t = L_t^+ - L_t^-, \quad (3)$$

nazywa się procesem Lévy'ego ΔNB (ΔNB Lévy process). W modelu takim cena akcji w chwili t (wyrażona w liczbie „kroków” od ceny początkowej) ma rozkład ΔNB :

$$P(S_t = k) = (1 - p^-)^{tr^-} (1 - p^+)^{tr^+} \frac{(p^+)^{k^+} (p^-)^{k^-} (tr^+)^{k^+} (tr^-)^{k^-}}{k^+! k^-!} \times \\ \times F(tr^+ + k^+, tr^- + k^-; k^+ + k^- + 1, p^+ p^-), \quad (4)$$

gdzie $k^+ = \max\{0, k\}$, $k^- = \max\{0, -k\}$, F to funkcja hipergeometryczna (zob. [Abramowitz, Stegun 1972 lub Graham, Knuth, Patashnik 1998]), a zapis $(\delta)_k$ oznacza potęgę przyrastającą (zob. [Graham, Knuth, Patashnik 1998]):

$$(\delta)_k = \delta(\delta+1)\cdots(\delta+k-1).$$

Proces taki z sukcesem zastosowano w pracy [Bardorff-Nielsen, Pollard, Shephard 2010] do opisu zmian cen pomiędzy kolejnymi transakcjami.

Estymacja parametrów procesu Skellama (1) oraz procesu ΔNB jest stosunkowo prosta. Osobno szacuje się intensywność procesu i parametry rozkładów skoków C^a . W przypadku złożonego procesu Poissona za oszacowanie intensywności procesu przyjmuje się

$$\hat{\lambda} = \frac{\text{liczba transakcji}}{\text{długość okresu obserwacji}}. \quad (5)$$

W przypadku procesu Skellama estymatory parametrów λ^+ i λ^- wyglądają podobnie, tylko że zamiast całkowitej liczby transakcji należy wziąć liczbę transakcji, w których cena wzrosła (dla λ^+) lub spadła (dla λ^-). W przypadku procesu ΔNB oszacowania rozkładu zmiany ceny w kolejnych transakcjach dokonuje się oddzielnie, np. metodą największej wiarygodności.

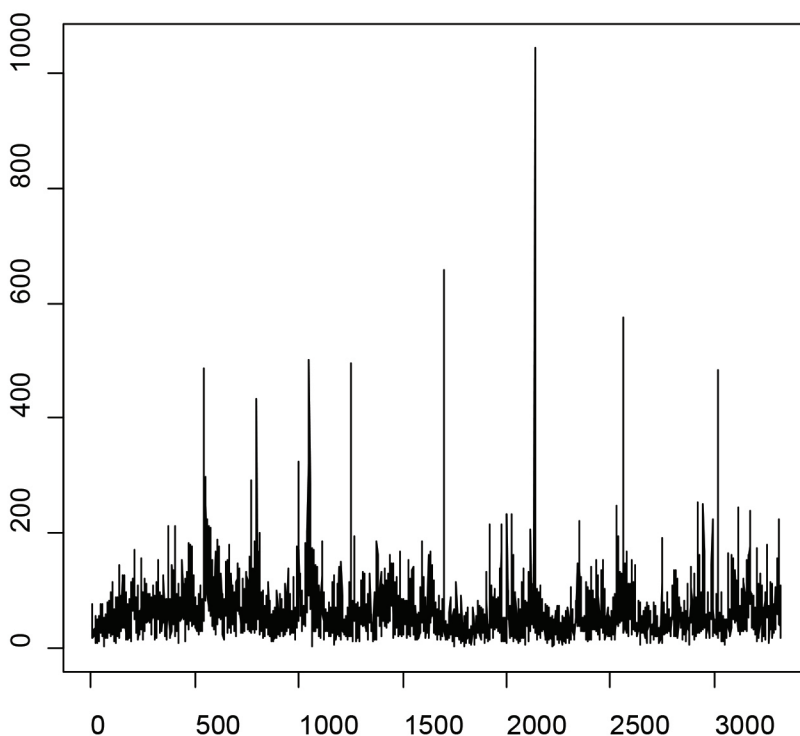
3. Badanie niestacjonarności szeregów

Przyjmujemy dalej modele przedstawione w poprzednim punkcie, zakładamy zatem, że zmiany cen akcji w kolejnych transakcjach można opisać procesem Skellama lub ΔNB . W przeciwieństwie do oryginalnej wersji modelu nie zakładamy stacjonarności procesu. Intensywność $\lambda(t)$ może się zmieniać. Przyjmujemy trzy wersje modelu. W modelu cykliczności dziennej zakładamy, że intensywność zależy jedynie od dziennego cyklu aktywności giełdy. Intensywność w tych samych godzinach różnych dni jest zatem taka sama. W modelu cykliczności tygodniowej zakładamy, że intensywność zmienia się w rytmie tygodniowym. Intensywność kształtuje się zatem zgodnie z takim samym wzorcem w każdy poniedziałek, w każdy wtorek itd. W modelu niestacjonarnym przyjmujemy, że intensywność w badanym okresie zmieniała się dowolnie: jej zmiany wynikały z pewnych zjawisk egzogenicznych.

Intensywność była szacowana zgodnie ze wzorem (5). W przypadku procesu Skellama (1) lub procesu Lévy'ego ΔNB spadki i wzrosty cen mogą mieć różną intensywność. Przeprowadziliśmy osobne estymacje intensywności wzrostów (λ^+) i intensywności spadków (λ^-), jednak różnice pomiędzy λ^+ i λ^- okazały się niewielkie, dlatego dalej prezentowane są wyniki dla „łącznej” intensywności $\lambda = \lambda^+ + \lambda^-$. Intensywność była szacowana dla poszczególnych godzin – zatem jednostką czasu w mianowniku wzoru (5) jest godzina, a wartości w liczniku odpowiada liczba transakcji, jakie zaszły w trakcie godziny. Intensywności szacowano na

podstawie wszystkich danych transakcyjnych w latach 2009-2010. Próbka obejmowała 5 akcji z GPW w Warszawie (Agora, KGHM, PKN Orlen, PKO, Telekomunikacja Polska).

Rysunek 2 przedstawia oszacowania intensywności w modelu niestacjonarnym dla akcji TP SA. Wykresy dla pozostałych badanych akcji wyglądają podobnie. Jak łatwo można zauważyć na wykresie, istnieje kilka obserwacji, w których intensywność gwałtownie wzrasta ponad zwykły poziom. Wzrost ten jest nawet dziesięciokrotny. Najwyższy wzrost intensywności miał miejsce w piątek, 19 marca 2010 r. Inne dni, w których intensywność była wyjątkowo duża, to: 2009-04-28 (wtorek), **2009-06-19 (piątek)**, 2009-08-10 (poniedziałek), 2009-08-11 (wtorek), **2009-09-18 (piątek)**, **2009-12-18 (piątek)**, **2010-06-18 (piątek)**, **2010-09-17 (piątek)**. Daty, które pogrubiono, przypadają w dni wykonania kontraktów terminowych na akcje. Także dzień największej aktywności, 2010-03-19, przypadał na moment wykonania kontraktów terminowych.

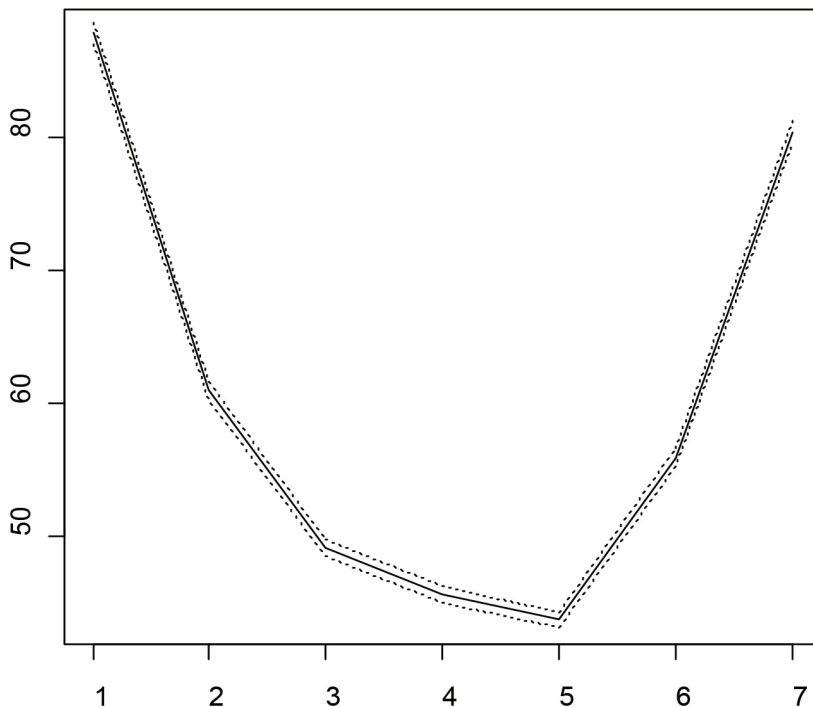


Rys. 2. Intensywność procesu transakcji dla TP SA

Źródło: opracowanie własne.

Oszacowania intensywności procesu transakcji w modelu cykliczności dziennej zostały przedstawione na rys. 3. Linie kropkowane reprezentują końce przedziału

ufności o współczynniku ufności 0,95. Na wykresie wyraźnie widoczny jest dzienny wzorec aktywności giełdy. Jest on zgodny z wzorcami opisywanymi w literaturze (zob. np. [Russel, Engle 2010])¹. Aktywność jest największa na początku i pod koniec dnia. W środku dnia aktywność się obniża, przy czym najsłabsza jest w godzinach wczesnego popołudnia). Przedziały ufności są stosunkowo wąskie – zatem wykres powinien poprawnie oddawać prawdziwy wzorec aktywności.



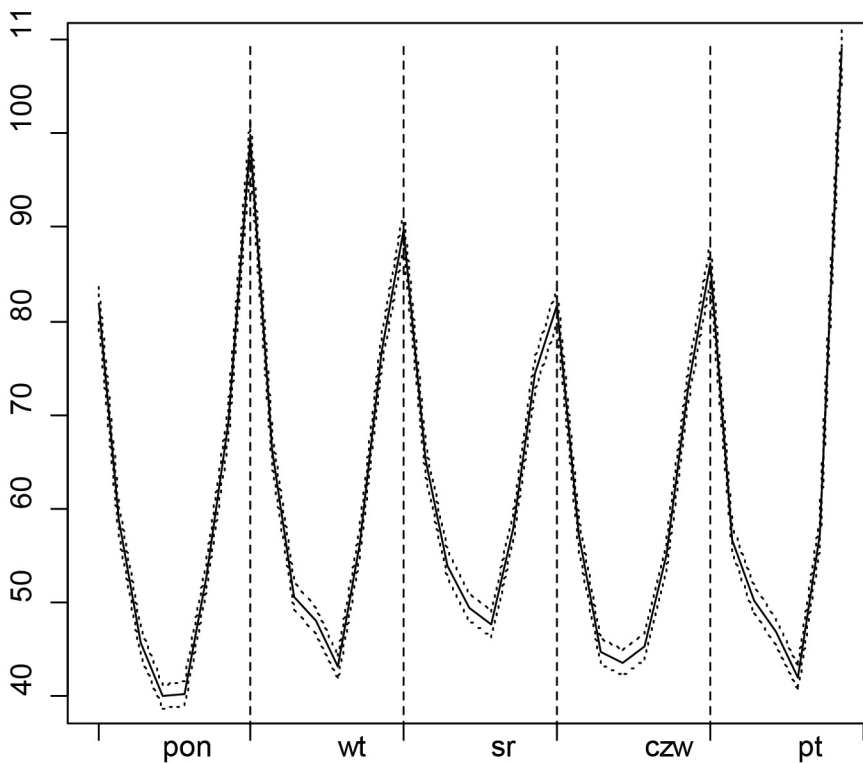
Rys. 3. Intensywność w modelu cykliczności dziennej – akcje TP SA

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 4 przedstawia szacunki intensywności procesu w modelu cykliczności tygodniowej. Podobnie jak na poprzednim wykresie liniami kropkowanymi oznaczono końce przedziału ufności. Pionowe kreskowane linie oddzielają kolejne dni sesyjne. Kształt wykresu w dużym stopniu zdeterminowany jest przez cykliczność dzienną.

Trzy przedstawione modele (cykliczność dzienna, tygodniowa i model niestacjonarny) są modelami zagnieżdżonymi. Najbardziej ogólny jest model niestacjonarny. Przejście do modelu cykliczności tygodniowej polega na narzuceniu ogra-

¹ Opis cykliczności dziennej dla polskiego rynku można znaleźć np. w: [Bień 2010].



Rys. 4. Intensywność w modelu cykliczności tygodniowej – akcje TP SA

Źródło: opracowanie własne.

niczeń równościowych (współczynniki intensywności λ dla tych samych godzin w tygodniu sesyjnym powinny być sobie równe). W naszym przypadku liczba ograniczeń wynosiła 3486. Natomiast przejście z modelu cykliczności tygodniowej do modelu cykliczności dziennej polega na narzuceniu dodatkowych 28 ograniczeń (równe powinny być współczynniki intensywności dla tych samych godzin sesji we wszystkich dniach). Istotność ograniczeń, a zatem poprawność modelu cykliczności dziennej lub tygodniowej, można badać testem ilorazu wiarygodności. Statystyka testowa ma postać

$$2(\ln L_u - \ln L_r), \quad (6)$$

gdzie L_u to wiarygodność modelu bez ograniczeń, a L_r to wiarygodność modelu z ograniczeniami. Wartością graniczną jest kwantyl rzędu $1 - \alpha$ (gdzie α to poziom istotności) rozkładu χ^2 z liczbą stopni swobody równą liczbie narzuconych restrykcji. Jeżeli przyjąć poziom istotności $\alpha = 0,01$, to wartość krytyczna dla 3514 ograniczeń (odpowiadających przejściu z modelu niestacjonarnego do modelu cy-

kliczności dziennej) wyniesie 3711,96, dla 3486 ograniczeń (przejście od modelu niestacjonarnego do modelu cykliczności tygodniowej) będzie to 3683,18, zaś dla 28 ograniczeń (przejście od modelu cykliczności tygodniowej do modelu cykliczności dziennej) będzie to 48,28. Hipotezę zerową o istotności ograniczeń należy odrzucić, gdy statystyka testowa jest większa od wartości krytycznej. Tabela 1 zawiera logarytmy wiarygodności dla wszystkich modeli i wszystkich badanych akcji. Jak łatwo można sprawdzić, w każdym przypadku (tj. zarówno porównując model cykliczności, dziennej lub tygodniowej z modelem niestacjonarnym, jak i porównując model cykliczności dziennej z modelem cykliczności tygodniowej) należy odrzucić hipotezę o istotności ograniczeń. Uwzględnienie jedynie cykliczności dziennej lub tygodniowej nie pozwala na poprawne opisanie zmian intensywności zawierania transakcji.

Tabela 1. Logarytmy wiarygodności dla różnych modeli intensywności

	AGO	KGH	PKN	PKO	TPS
Niestacjonarny	-10793,9	-18620,2	-17142,2	-19231,1	-16732,0
Tygodniowy	-32849,5	-78568,5	-59821,7	-91009,2	-52562,1
Dzienny	-33757,8	-79608,1	-61024,4	-92194,4	-53489,9

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 2. Średnie i odchylenia standardowe znormalizowanych czasów oczekiwania między transakcjami

Model	Średnie				
	AGO	KGH	PKN	PKO	TPS
Dzienny	1,18648	1,21480	1,29651	1,31234	1,16630
Tygodniowy	1,18772	1,21491	1,29654	1,31239	1,16657
Niestacjonarny	1,22707	1,21697	1,29955	1,31457	1,16923
Model	Odchylenia standardowe				
	AGO	KGH	PKN	PKO	TPS
Dzienny	2,21458	1,89469	1,94506	1,93794	1,84544
Tygodniowy	2,25138	1,89334	1,94653	1,93649	1,84952
Niestacjonarny	1,61181	1,60282	1,69892	1,63059	1,61007

Źródło: obliczenia własne.

Dodatkowe informacje na temat oszacowanych modeli możemy otrzymać, badając ich reszty. Jeżeli poprawnie oszacowano intensywność procesu, to czasy oczekiwania między kolejnymi transakcjami powinny mieć rozkład wykładniczy $Ex(\lambda_t)$, gdzie λ_t jest lokalną intensywnością procesu. Zatem ustandaryzowane czasy oczekiwania $u_k = \lambda_t d_k$ (gdzie d_k jest czasem oczekiwania między transakcjami, a λ_t to

lokalna intensywność procesu) będą niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie $Ex(1)$. Zarówno ich wartość oczekiwana, jak i odchylenie standardowe powinny być zatem równe 1. Tabela 2 przedstawia średnie i odchylenia standardowe ustalonych czasów oczekiwania dla wszystkich modeli. We wszystkich przypadkach otrzymane wartości są większe od 1, jednak najbliższe jedności są w przypadku modelu niestacjonarnego.

4. Wnioski

Rozdział ten pokazuje, że modele oparte na dyskretnych procesach Lévy'ego, np. na modelu Skellama, mogą stanowić interesującą alternatywę w modelowaniu danych transakcyjnych. Estymacja takich modeli odbywa się względnie prosto, a zaletą jest osobne szacowanie intensywności procesu zmian oraz rozkładów wielkości zmian ceny. Osobne badania (nieprzedstawione tutaj z powodu braku miejsca, zob. [Kliber 2011]) pokazują także, że rozkłady Skellama (2) i ΔNB (4) na ogół dość poprawnie opisują rozkłady zmian cen akcji w kolejnych transakcjach.

Oszacowania intensywności procesu zmian ceny wyraźnie wskazują na jego niestacjonarność. Pokazuje to, że aktywność giełdy, nawet mierzona na najniższym możliwym poziomie pojedynczych transakcji, nie może być w pełni wyjaśniona czynnikami endogenicznymi ani prostą sezonowością (dzienną lub tygodniową). Sezonowość, zwłaszcza dzienna, stanowi istotny czynnik aktywności giełdy, ale nawet jej uwzględnienie nie eliminuje symptomów „długiej pamięci” z obserwowanych danych. Dopiero uwzględnienie niestacjonarności pozwala na eliminację tego efektu. Źródła zmian aktywności giełdy są więc egzogeniczne.

Literatura

- Abramowitz M., Stegun I.A., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover Publications, New York 1972.
- Bardorff-Nielsen O.E., Pollard D.G., Shephard N., *Discrete-valued Lévy processes and low latency financial econometrics*, Economics Papers 2010-W04, 2010, Economics Group, University of Oxford.
- Bień K., *Przepływ zleceń a kurs walutowy – badanie mikrostruktury międzybankowego kasowego rynku złotego*, „Bank i Kredyt” 2010, vol. 41.
- Engle R.F., Russel J., *Autoregressive conditional duration: a new model for irregularly spaced data*, „Econometrica” 1998, vol. 66.
- Graham R.L., Knuth D.E., Patashnik O., *Matematyka konkretna*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1998.
- Kliber P., *Modelowanie polskiego rynku finansowego procesami skoków i dyfuzji*, praca niepublikowana (dokument roboczy), Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, 2011.
- Russel J.R., Engle R.F., *Analysis of High-Frequency Data*, [w:] *Handbook of Financial Econometrics*, red. Y. Aït-Sahalia, L.P. Hansen, vol. 1, North-Holland, Amsterdam 2010.

NON-STATIONARITY IN TRANSACTION ACTIVITY ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

Summary: In the paper we analyze high-frequency data for few instruments from the Warsaw Stock Exchange. We use Skellam processes and Δ NB-Lévy processes to model tick-by-tick data. Having tried different assumptions considering periodicity and stationarity of the data generating process, we conclude that there exists a non-stationary factor which cannot be explained by periodicity of trading. This non-stationary component is the reason why tick-by-tick data reveals some statistical properties that are characteristics for long-memory processes.

Keywords: high-frequency data, tick-by-tick data, Skellama process, Δ NB-Lévy process.