

Agnieszka Marciniuk

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

ISSN 1644-6739

Streszczenie: Renta hipoteczna i odwrócony kredyt hipoteczny są różnymi i konkurencyjnymi produktami, często mylnie ze sobą utożsamianymi. Celem artykułu jest porównanie produktów, przedstawienie ich istoty, sposobu obliczania wielkości otrzymywanego świadczenia w uogólnionym przypadku oraz omówienie wad i zalet. Ponadto uwzględniona jest możliwość wypłacania tzw. rent małżeńskich, gdy oboje małżonkowie żyją oraz gdy jedno z nich umiera. Badaniu poddana jest wysokość renty hipotecznej w sytuacji, gdy dalsze czasy trwania życia małżonków są niezależne. Rozpatrzone są różne przypadki rent ze względu na czas ich otrzymywania oraz liczbę osób przystępujących do kontraktu. Narzędziem służącym do wyznaczenia świadczeń są renty życiowe i renty pewne. W obliczeniach jest uwzględniona stała stopa procentowa i tablice trwania życia z 2012 r.

Słowa kluczowe: renta hipoteczna, odwrócony kredyt hipoteczny, renta życiowa, status wspólnego życia, status ostatniego przeżywającego.

DOI: 10.15611/sps.2014.12.14

1. Wstęp

Bardzo duży postęp w rozwoju medycyny oraz skuteczne uświadamianie społeczeństwa o zdrowym sposobie odżywiania się i prowadzenia zdrowego stylu życia przyczyniły się do wydłużania się przeciętnego dalszego czasu trwania życia. W ostatnich 60 latach nastąpił wzrost przeciętnego dalszego życia Polaków o ok. 10 lat. Społeczeństwo żyje coraz dłużej, a znaczny spadek umieralności w stosunku do lat 60. i 70. XX w. obserwuje się u osób w wieku emerytalnym (por. [Marciniuk 2013]).

Wiek emerytalny w Polsce również ulega wydłużaniu, do zrównania wieku emerytalnego dla kobiet i mężczyzn do 67. roku życia, co ma nastąpić w 2020 r. dla mężczyzn oraz w 2040 r. dla kobiet. Osoby, które jeszcze kilka lat temu przeszły na emeryturę w młodszym wieku, mogą oczekiwać, że przez długi czas będą pobierały emeryturę. Nie jest jednak tajemnicą, że emerytury z tytułu ubezpieczeń społecznych są niskie i mogą być niewystarczające, aby godnie przeżyć starość, dlatego też

¹ Praca finansowana z grantu NCN 2013/09/B/HS4/00490.

ważną kwestię stanowi możliwość pozyskania dodatkowych środków finansowych, aby zachować dotychczasowy standard życia i godnie przeżyć starość. Jednym z takich rozwiązań może być przekazanie posiadanych nieruchomości spółce, która jest zainteresowana nabyciem takich nieruchomości, w zamian za comiesięczne świadczenia. Niskie emerytury, wysokie opłaty w dużych miastach, często wysokie opłaty za leki, powodują, że trudno jest utrzymać duże nieruchomości, szczególnie w dużych miastach lub w sytuacji, gdy jedno z małżonków umiera. Dlatego na rynku polskim kilka lat temu pojawiły się tzw. renty hipoteczne (*reverse annuity contracts*), czyli dożywotnie renty, które właściciel mieszkania może otrzymywać w zamian za przeniesienie praw własności na spółkę, gwarantując sobie w akcie notarialnym prawo do mieszkania w nim do śmierci. Konkurencyjnym produktem dla renty hipotecznej ma być tzw. odwrócony kredyt hipoteczny (*reverse mortgage*); prace nad projektem jego regulacji prawnych zakończono w październiku 2013 r. Ten produkt ma zapewnić bezpieczeństwo właścicielom mieszkań dzięki nadzorowi Komisji Nadzoru Finansowego (KNF). Cechą wspólną renty hipotecznej i odwróconego kredytu hipotecznego jest możliwość otrzymania dodatkowych świadczeń do renty lub emerytury w zamian za przekazanie swojej nieruchomości zainteresowanej firmie.

Renty hipoteczne i odwrócony kredyt hipoteczny są różnymi i konkurencyjnymi produktami, często mylnie ze sobą utożsamianymi. Dlatego celem artykułu jest porównanie obu rozwiązań, poprzez przedstawienie istoty produktów, sposobu obliczania wielkości otrzymywanego świadczenia w uogólnionym przypadku rat płaconych w podokresach roku (np. miesięcznie) oraz szczegółowe omówienie wad i zalet. Ponadto, ponieważ właścicielami nieruchomości zwykle są małżonkowie, w artykule uwzględniona jest możliwość wypłacania tzw. rent małżeńskich, gdy oboje małżonkowie żyją, a także gdy jedno z nich umiera (również w uogólnionym przypadku rat płaconych w podokresach roku). Podstawowym narzędziem matematycznym służącym do wyznaczenia wielkości takich świadczeń są renty życiowe i renty pewne. Badaniu poddana jest wysokość renty hipotecznej w sytuacji, gdy dalsze czasy trwania życia małżonków są niezależne. Rozpatrzone są różne przypadki rent ze względu na czas ich otrzymywania (renty terminowe, bezterminowe) oraz ze względu na to, czy pobiera je jedna osoba (wdowa, wdowiec), czy dwie osoby (małżeństwo). W obliczeniach jest uwzględniona stała stopa procentowa.

2. Istota i charakterystyka produktów

Renty hipoteczne są to dożywotnie renty, które właściciel nieruchomości² (mieszkania, domu) może otrzymywać w zamian za przeniesienie praw własności na spółkę (specjalnie w tym celu stworzony fundusz hipoteczny), gwarantując sobie w akcie notarialnym prawo do mieszkania w danym lokalu do śmierci (por. [Borys 2013]). Przeniesienie praw własności następuje już po podpisaniu aktu notarialnego, przy czym zabezpieczenie wypłacania renty wpisane jest w dziale IV ksiąg wieczystych. Renta hipoteczna ma charakter sprzedażowy i jest oferowana ludziom starszym. Świadczenie wypłacane jest dożywotnio, a jego wysokość ustalana jest w oparciu o wiek świadczeniobiorcy, wartość nieruchomości i przeciętne dalsze trwanie życia. Renta jest przynajmniej raz w roku waloryzowana (może być częściej w zależności od firmy).

W Polsce renta hipoteczna oferowana jest od 2005 r. przez kilka funduszy, np. Fundusz Hipoteczny Dom, Fundusz Hipoteczny Familia SA, Fundusz Hipoteczny Anin SA czy firmę 24 Leasing Sp. z o.o. Za interesowanie produktem, jak podają media, wzrasta (por. [Uwaga wszyscy... 2013]). Ze względu na konkurencyjność firmy prześcigają się w oferowaniu różnych dodatków do podstawowej wersji renty hipotecznej, tzn. przejmują opłaty eksploatacyjne i ich podwyżki, płacą podatek za wieczyste użytkowanie gruntu i podatek od nieruchomości, jak również dodają bezpłatne ubezpieczenia zdrowotne, ubezpieczenia nieruchomości, bezpłatne porady prawne, wyjazdy na szkolenia i wycieczki itp. Fundusze przejmują również wszelkie koszty związane z wyceną nieruchomości i uruchomieniem renty hipotecznej. Teoretycznie umowa jest nieodwracalna i spadkobiercy nie mają możliwości odzyskania nieruchomości, jednak np. Fundusz Hipoteczny Dom na swojej stronie internetowej³ podaje, iż umowa jest odwracalna po spłaceniu wypłaconych świadczeń wraz z odsetkami oraz wszelkimi innymi poniesionymi kosztami (prawo nieregulowane, dobra wola funduszu).

Niestety renty hipoteczne niosą za sobą duże niebezpieczeństwo w sytuacji, gdy spółka przejmująca nieruchomość bankrutuje [Dodatki edukacyjne... 2013]. Wtedy starsza osoba, która formalnie nie jest właścicielem mieszkania, może zostać przez wierzycieli z tego mieszkania eksmitowana. Bezpieczeństwo klientów regulowane jest jedynie kodeksem cywilnym, w razie bankructwa spółki pozostaje jedynie docho-

² Właścicielem nieruchomości jest osoba fizyczna, posiadająca prawo własności całości lub części ułamkowej nieruchomości, prawo wieczystego użytkowania gruntu, spółdzielcze prawo własności do lokalu (por. [Gotowy projekt... 2013]).

³ <http://www.funduszhipoteczny.pl/pytania-i-odpowiedzi.html> (23.10.2013)

dzenie praw na drodze sądowej, co dla ludzi starszych, chorych i samotnych może być wielką barierą nie do pokonania i jest to na pewno wadą tego produktu.

Z tego powodu społeczeństwo domaga się nadzoru państwowego i regulacji prawnych w tym zakresie. Dlatego też konkurencyjnym produktem, oferowanym przez instytucje państwowe, ma być odwrócony kredyt hipoteczny (hipoteka odwrócona). Jest to produkt o charakterze kredytowym, oferowany zarówno dla osób starszych, jak i młodych. W Polsce prace nad projektem regulacji prawnych zostały zakończone pod koniec października 2013 r. (por. [Borys 2013]). Jednak już w kwietniu 2010 r. stworzono zarys tego projektu, według którego jedynie państwowe instytucje finansowe (banki i instytucje kredytowe, podlegające nadzorowi KNF) oraz zagraniczne instytucje finansowe (podlegające organom nadzorczym w macierzystych państwach członkowskich UE) mogą oferować tego typu produkt (obecnie jeszcze nie oferują⁴).

Właściciel nieruchomości w zamian za comiesięczną rentę oddaje prawa własności, jednak dopiero po swojej śmierci. Jego spadkobiercy mają możliwość spłacenia odwróconego kredytu hipotecznego instytucji finansowej i odzyskania mieszkania w ciągu pierwszego roku po śmierci właściciela, co jest na pewno zaletą tego rozwiązania. Nad bezpieczeństwem transakcji i klientów według ustawy ma czuwać specjalnie do tego stworzony Fundusz Gwarancyjny (FG), nadzorowany przez KNF. Po pierwsze, klient musi otrzymać szczegółowy folder informacyjny i ma czas na podjęcie decyzji od 3 do 6 tygodni, nie musi przy tym udzielać odpowiedzi, gdyż brak zgody jest równoważny z brakiem umowy. Po drugie, świadczeniobiorca może wypowiedzieć umowę bez ponoszenia konsekwencji, gdy raty renty są niższe o 15% niż zakładano oraz w sytuacji, gdy świadczenie jest niewypłacane już przez 3 miesiące z rzędu lub 6 miesięcy łącznie (można się zgłosić do FG i od razu wypowiedzieć umowę) (por. [Borys 2013; Ruszyły prace... 2013]). Ponadto spadkobiercy mogą otrzymać dodatkowe pieniądze przy sprzedaży nieruchomości po śmierci za wyższą niż oszacowano kwotę (por. [Ruszyły prace... 2013]).

Oczywiście istnieją również wady tego rozwiązania. Po pierwsze, renta jest wypłacana w ustalonej kwocie przez czas określony z góry i nie jest waloryzowana. Po drugie, właściciel sam opłaca koszty eksploatacyjne, podatki itd. Ponadto wysokość świadczenia ustalana jest jedynie w oparciu o wartość nieruchomości i stopę procentową (w wyznaczaniu renty nie są brane pod uwagę wiek rentobiorcy i przeciętne dalsze trwanie życia).

⁴ Stan na styczeń 2014 r.

Jak wynika z powyższej charakterystyki, cechą wspólną obu przedstawianych produktów jest możliwość otrzymania dodatkowych świadczeń do renty lub emerytury w zamian za przekazanie swojej nieruchomości zainteresowanej firmie. Renta hipoteczna i odwrócony kredyt hipoteczny są to dwa odrębne produkty, dla których cechy różniące przedstawione są w tab. 1.

3. Wyliczanie wysokości świadczenia dla jednej osoby

Zarówno w przypadku renty hipotecznej, jak i w przypadku odwróconego kredytu hipotecznego pierwszym krokiem wyznaczenia wysokości pobieranego świadczenia jest wycena nieruchomości. Wyceny tej

Tabela 1. Różnice pomiędzy rentą hipoteczną a odwróconym kredytem hipotecznym

	Hipoteka odwrócona	Renta hipoteczna
Charakter produktu	kredytowy	sprzedażowy
Wiek	brak ograniczenia wiekowego	osoby starsze
Kto może oferować	banki i instytucje kredytowe: polskie (podlegające KNF) i zagraniczne (podlegające organom nadzorczym w macierzystych państwach członkowskich UE)	w chwili obecnej fundusze hipoteczne, według nowej ustawy zakłady ubezpieczeń*
Rata	jednorazowa lub okresowa (wyznaczana za pomocą rent pewnych)	okresowa (wyznaczana w oparciu o renty życiowe)
Czas pobierania	umowa na czas określony	dożywotnio
Prawo do nieruchomości	przechodzi na bank po śmierci właściciela, spadkobiercy mają prawo do spłaty tego kredytu do 12 miesięcy po śmierci właściciela i odzyskania nieruchomości	przechodzi na fundusz w momencie podpisania umowy, starsza osoba może mieszkać do śmierci, spadkobiercy nie mają prawa do nieruchomości
Bezpieczeństwo	będzie regulowała ustawa – ma być stworzony specjalny Fundusz Gwarancyjny, nadzorowany przez Komisję Nadzoru Finansowego	obecnie regulowane kodeksem cywilnym, w razie bankructwa dochodzenie praw na drodze sądowej
Zerwanie umowy	można w określonych przez ustawę przypadkach bez żadnych konsekwencji	umowa jest nieodwracalna

* Według nowej ustawy prawdopodobnie renty hipoteczne będą mogły oferować jedynie zakłady ubezpieczeń, a obecne fundusze hipoteczne będą musiały przekształcić się w takie zakłady, co się wiąże z obwarowaniami prawnymi, również związanymi z wysokością kapitału, a za brak pozwoleń na prowadzenie tego typu działalności będą groziły wysokie grzywny, a nawet pozbawienie wolności (por. [Borys 2013]).

Źródło: opracowanie własne na podstawie artykułów [Dodatki edukacyjne... 2013; Gotowy projekt... 2013; Resort gospodarki... 2013; Ruszyły prace... 2013; Rząd chce... 2013; Uwaga wszyscy... 2013].

dokonuje rzeczoznawca majątkowy. Wartość nieruchomości oznacza się przez W . W obu przypadkach świadczeniobiorca otrzymuje jedynie część α kwoty W , która maksymalnie wynosi 50% (por. [Poprawska, Kowalczyk-Rólczyńska 2010]). Drugim krokiem jest wyznaczenie aktualnej wielkości wszystkich otrzymywanych świadczeń, oznaczanej symbolem A . Jeżeli przez R oznaczy się wysokość raty świadczenia (jednorazowej, rocznej, półrocznej, kwartalnej, miesięcznej itd.), to jej zaktualizowana wielkość musi zrównoważyć część wartości nieruchomości, otrzymywaną przez świadczenioborcę.

W ogólnym przypadku wysokość raty R wyznacza się z równania

$$\alpha \cdot W = R \cdot A.$$

Z powyższego wzór na ratę R jest następujący (por. [Poprawska, Kowalczyk-Rólczyńska 2009; Wieteska 2011]):

$$R = \frac{\alpha \cdot W}{A}, \quad (1)$$

gdzie:

W – wartość nieruchomości,

α – procent kwoty W ($\alpha \in (0, 50\%]$),

A – aktualna wielkość świadczeń.

Aktualna wielkość świadczenia A w przypadku renty hipotecznej ustalana jest w oparciu o wiek świadczeniobiorcy, długość pobierania świadczenia, przeciętne dalsze trwanie życia (na podstawie tablic trwania życia) i stopę procentową, przy użyciu aparatu rent życiowych. W przypadku kredytu odwróconego wielkość świadczenia A ustalana jest jedynie w oparciu o stopę procentową i długość pobierania świadczenia, za pomocą aparatu rent pewnych. Poniżej są przedstawione sposoby obliczania wysokości rat w zależności od produktu i długości pobierania świadczeń. Podane są wzory na wartości netto, które nie uwzględniają dodatkowych kosztów, prowizji itp. Można to łatwo wytłumaczyć, gdyż wszelkiego rodzaju koszty można uwzględnić w racie R , jaką świadczeniobiorca utrzymuje (pomniejszyć ją odpowiednio), lub obniżyć procent α wartości nieruchomości, jaką otrzyma świadczeniobiorca. Firmy wliczają różnie i różne koszty, dlatego wartości netto pozwolą na lepsze porównanie wszystkich obliczanych rat.

Terminowa renta hipoteczna

Rozpatrzmy przypadek uogólniony, gdy renta hipoteczna wypłacana jest przez n lat z góry m razy w roku⁵ ($m > 0$) w wysokości $1/m$ osobie, która w wieku x przekazuje swoją nieruchomość funduszowi hipotecznemu. Jeżeli przez $K_x^{(m)}$ ($K_x^{(m)} \in \{0, 1, \dots, m \cdot n, \dots\}$) oznaczy się zmienną losową, określającą dalszy czas trwania życia osoby w wieku x , mierzony w podokresach roku (por. [Marciniuk 2009]), to zaktualizowaną na moment zerowy wielkość raty renty w k -tym podokresie roku w wysokości 1 jednostki pieniężnej (1 j.p.) określa się następująco:

$$X_k^{(m)} = \begin{cases} v_{0, \frac{k}{m}} & \text{dla } K_x^{(m)} = k, k+1, \dots, \\ 0 & \text{dla } K_x^{(m)} = 0, 1, \dots, k-1, \end{cases} \quad (2)$$

gdzie $v_{0, \frac{k}{m}}$ oznacza funkcję dyskontującą z chwili $\frac{k}{m}$ (z k -tego podokresu roku) na moment zerowy.

W rozpatrywanym przypadku wartość świadczenia jest równa sumie poszczególnych rat, z których ostatnia wypłacana jest na początku okresu $m \cdot n$, czyli w chwili $m \cdot n - 1$. Stąd wielkość ta określona jest następująco:

$$Z = \frac{1}{m} \left(1 + \sum_{k=1}^{m \cdot n - 1} X_k^{(m)} \right).$$

W artykule przyjmuje się, że stopa procentowa jest stała w ciągu roku i wynosi i . Jeżeli wypłaty następują m razy w roku, to stała nominalna stopa procentowa w podokresie roku jest obliczana ze wzoru (por. [Błaszczyszyn, Rolski 2004])

$$i^{(m)} = m \left((1+i)^{\frac{1}{m}} - 1 \right).$$

Czynnik dyskonta w podokresie roku, oznaczany symbolem $v^{\frac{1}{m}}$, obliczany jest następująco

$$v^{\frac{1}{m}} = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right)^{-1}. \quad (3)$$

⁵ Symbol m oznacza podział roku na równe części. Podział ten jest umowny, gdyż np. $m = 12$ oznacza, że rok jest dzielony na miesiące, które w rzeczywistości są różnej długości (por. [Marciniuk 2009]).

W związku z powyższym funkcja dyskontująca we wzorze (2) ma następującą postać

$$v_{0, \frac{k}{m}} = v^{\frac{k}{m}} = \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-k}. \quad (4)$$

We wzorze (2) występuje zmienna losowa $K_x^{(m)}$, dlatego zaktualizowana wielkość świadczenia jest zmienną losową i zgodnie z zasadą równoważności aktualna wielkość świadczenia A obliczana jest jako wartość oczekiwana zaktualizowanych przyszłych świadczeń następująco (por. [Bowers i in. 1986])

$$A = E(Z) = \frac{1}{m} \left(1 + \sum_{k=1}^{m-n-1} E(X_k^{(m)})\right).$$

Korzystając z definicji zmiennej losowej $X_k^{(m)}$ i powyższego wzoru, otrzymuje się

$$A = E(Z) = \frac{1}{m} \left(1 + \sum_{k=1}^{m-n-1} E(X_k^{(m)})\right) = \frac{1}{m} \left(1 + \sum_{k=1}^{m-n-1} v^{\frac{k}{m}} \cdot {}_{k/m}p_x\right), \quad (5)$$

gdzie ${}_{k/m}p_x$ oznacza prawdopodobieństwo, że osoba w wieku x przeżyje k podokresów roku.

Prawdopodobieństwo ${}_{k/m}p_x$ oblicza się ze wzoru (por. [Marciniuk 2004])

$$\begin{aligned} {}_{k/m}p_x &= P\left(\frac{K_x^{(m)}}{m} \geq \frac{k}{m}\right) = P(K_x^{(m)} \geq k) = \\ &= {}_{[k/m]}p_x \cdot \left(1 - (t \div m) \cdot (1 - p_{x+[k/m]})\right), \end{aligned} \quad (6)$$

gdzie:

$[a]$ – część całkowita liczby a ,

$(a \div b)$ – część ułamkowa z dzielenia liczb a oraz b .

Wzór (5) oznacza, że zaktualizowana wielkość świadczenia A jest równa wielkości aktuarialnej renty życiowej płatnej z góry przez n lat m razy w roku (w wysokości 1 j.p. rocznie). Wielkość tę oznacza się symbolem $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)}$. Stąd

$$A = \ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)}.$$

Z powyższego i ze wzoru (1), wzór na wysokość raty świadczenia R (gdzie R jest to roczna wysokość świadczenia) ma następującą postać

$$R = \frac{\alpha \cdot W}{\ddot{a}_{x:n}^{(m)}}, \quad (7)$$

gdzie:

W – wartość nieruchomości,

α – procent kwoty W ($\alpha \in (0, 50\%]$),

$\ddot{a}_{x:n}^{(m)}$ – wartość aktuarialna renty życiowej płatnej z góry przez n lat m razy w roku, obliczana ze wzoru (5).

Dożywotnia renta hipoteczna

Rozpatrzmy przypadek, gdy renta hipoteczna wypłacana jest dożywotnio z góry m razy w roku ($m > 0$) w wysokości $1/m$ osobie, która w wieku x przekazuje swoją nieruchomość funduszowi hipotecznemu. Zaktualizowana na moment zerowy wielkość raty renty w k -tym podokresie roku w wysokości 1 jednostki pieniężnej (1 j.p.) określona jest wzorem (2). Łączna zaktualizowana wartość świadczenia Z jest równa sumie poszczególnych rat, z których ostatnia wypłacana jest na początku okresu, w którym świadczeniobiorca umiera (dożywotnio) i jest określona następująco:

$$Z = \frac{1}{m} \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} X_k^{(m)} \right). \quad (8)$$

Zgodnie z zasadą równoważności aktualna wielkość świadczenia A jest obliczana jako wartość oczekiwana zaktualizowanych przyszłych świadczeń. Stąd

$$A = E(Z) = \frac{1}{m} \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} E(X_k^{(m)}) \right) = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} v^m \cdot {}_{k/m}p_x = \ddot{a}_x^{(m)}. \quad (9)$$

Wielkość A jest równa wartości aktuarialnej renty życiowej płatnej dożywotnio z góry m razy w roku (w wysokości 1 j.p. rocznie), którą oznacza się symbolem $\ddot{a}_x^{(m)}$.

Ze wzorów (1) i (9) wynika, że wysokość raty świadczenia R (gdzie R jest to roczna wysokość świadczenia) oblicza się w następujący sposób

$$R = \frac{\alpha \cdot W}{\ddot{a}_x^{(m)}}, \quad (10)$$

gdzie:

W – wartość nieruchomości,

α – procent kwoty W ($\alpha \in (0, 50\%]$),

$\ddot{a}_x^{(m)}$ – wartość aktuarialna renty życiowej płatnej bezterminowo z góry m razy w roku, obliczana ze wzoru (9).

Hipoteka odwrócona

Nr 12 (18)

Odwrócony kredyt hipoteczny jest to produkt, którego świadczenie ma być wypłacane jedynie terminowo przez n lat. Przypuśćmy, że renta wypłacana jest z góry m razy w roku ($m > 0$) w wysokości $1/m$. W tym przypadku nie ma znaczenia, w jakim wieku jest świadczeniobiorca. Zaktualizowana na moment zerowy wielkość świadczenia Z jest równa sumie zaktualizowanych na moment zerowy pojedynczych rat renty w k -tym podokresie roku. Stąd mamy

$$Z = \frac{1}{m} \left(1 + v^{\frac{1}{m}} + v^{\frac{2}{m}} + \dots + v^{\frac{n \cdot m - 1}{m}} \right).$$

Ze wzoru na skończoną sumę ciągu geometrycznego o ilorazie $v^{\frac{1}{m}}$ ($v^{\frac{1}{m}} \in (0, 1]$), powyższy wzór można przekształcić następująco

$$Z = \frac{1 - v^n}{m \left(1 - v^{\frac{1}{m}} \right)}.$$

Z nie jest wielkością losową, dlatego w rozpatrywanym przypadku aktualna wartość świadczenia A jest równa zaktualizowanej wielkości wszystkich przyszłych wypłat Z ($A = Z$). Ponadto powyższy wzór jest to wzór na aktualną wartość renty pewnej płatnej z góry m razy w roku przez n lat, oznaczanej symbolem $\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(m)}$. Stąd (por. [Kellison 1996])

$$A = \ddot{a}_{\overline{n}|}^{(m)} = \frac{1 - v^n}{m \left(1 - v^{\frac{1}{m}} \right)}. \quad (11)$$

Z powyższego i ze wzoru (1), wysokość raty świadczenia R (gdzie R jest to roczna wysokość świadczenia) oblicza się następująco

$$R = \frac{\alpha \cdot W}{\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(m)}}, \quad (12)$$

gdzie:

W – wartość nieruchomości,

α – procent kwoty W ($\alpha \in (0, 50\%]$),

$\ddot{a}_{\overline{n}|}^{(m)}$ – wartość aktuarialna renty pewnej płatnej z góry przez n lat m razy w roku, obliczana ze wzoru (11).

4. Wyliczanie wysokości świadczenia dla dwóch osób

Często właścicielami nieruchomości są małżonkowie, ale również osoby spokrewnione, albo nie, które np. otrzymały nieruchomość w spadku. W artykule rozważany jest przykład dwóch właścicieli, których dalsze czasy trwania życia są niezależne od siebie.

W celu wyznaczenia wysokości świadczenia w przypadku, gdy renta hipoteczna jest wypłacana obu osobom do momentu śmierci jednej z nich lub w sytuacji, kiedy renta wypłacana jest również po śmierci jednej z tych osób, niezbędne jest wprowadzenie kilku definicji i oznaczeń.

Niech x_1, x_2 oznaczają wiek osób, które przekazują nieruchomość w zamian za rentę. Rozpatrzmy pierwszy przypadek, kiedy jedna z osób umiera, a wtedy życie tej grupy wygasa. Taką sytuację nazywa się statusem wspólnego życia i definiuje następująco (por. [Skałba 2003]):

$$u := x_1 : x_2. \quad (13)$$

Czas trwania życia statusu u , mierzony w podokresach roku, oznacza zmienna losowa $K_u^{(m)}$. Zmienna $K_u^{(m)}$ jest zdefiniowana jako minimum z czasów trwania życia poszczególnych osób $K_{x_1}^{(m)}$ i $K_{x_2}^{(m)}$ następującym wzorem

$$K_u^{(m)} = \min(K_{x_1}^{(m)}, K_{x_2}^{(m)}).$$

Prawdopodobieństwo, że status wspólnego życia u będzie trwał przynajmniej t podokresów, oblicza się następująco:

$${}_{t/m}P_u = {}_{t/m}P_{x_1:x_2} = P(K_u^{(m)} \geq t) = P(K_{x_1}^{(m)} \geq t, K_{x_2}^{(m)} \geq t). \quad (14)$$

Jeżeli dalsze czasy trwania życia osób są niezależne, to powyższy wzór przybiera postać:

$${}_{t/m}P_u = {}_{t/m}P_{x_1:x_2} = P(K_{x_1}^{(m)} \geq t) \cdot P(K_{x_2}^{(m)} \geq t) = {}_{t/m}P_{x_1} \cdot {}_{t/m}P_{x_2}, \quad (15)$$

gdzie ${}_{t/m}P_x$ oblicza się ze wzoru (6).

W sytuacji, kiedy jedna z osób umiera, ale status życia tej grupy osób nadal trwa, mówi się o tzw. statusie ostatniego przeżywającego. Status ostatniego przeżywającego dla odróżnienia oznacza się przez w i definiuje następująco (por. [Skałba 2003]):

$$w := \overline{x_1 : x_2}. \quad (16)$$

Czas trwania życia statusu w jest to zmienna losowa zdefiniowana jako maksimum z czasów dalszego trwania życia poszczególnych osób $K_{x_1}^{(m)}$ i $K_{x_2}^{(m)}$, określona następującym wzorem

$$K_w^{(m)} = \max(K_{x_1}^{(m)}, K_{x_2}^{(m)}).$$

Prawdopodobieństwo, że status wspólnego życia w będzie trwał przynajmniej t okresów, oblicza się następująco:

$$\begin{aligned} {}_tP_w &= {}_{t/m}P_{x_1:x_2} = P(K_w^{(m)} \geq t) = P(K_{x_1}^{(m)} \geq t \vee K_{x_2}^{(m)} \geq t) = \\ &= P(K_{x_1}^{(m)} \geq t) + P(K_{x_2}^{(m)} \geq t) - P(K_{x_1}^{(m)} \geq t, K_{x_2}^{(m)} \geq t) = \\ &= {}_{t/m}P_{x_1} + {}_{t/m}P_{x_2} - {}_{t/m}P_{x_1:x_2}, \end{aligned}$$

przy czym ostatnia równość wynika ze wzoru (14).

Jeżeli dalsze czasy trwania życia osób są niezależne, to powyższy wzór przybiera postać:

$$\begin{aligned} {}_{t/m}P_w &= {}_{t/m}P_{x_1:x_2} = P(K_{x_1}^{(m)} \geq t) \cdot P(K_{x_2}^{(m)} \geq t) = \\ &= {}_{t/m}P_{x_1} + {}_{t/m}P_{x_2} - {}_{t/m}P_{x_1} \cdot {}_{t/m}P_{x_2} \end{aligned} \quad (17)$$

gdzie ${}_{t/m}P_x$ oblicza się ze wzoru (6).

Rozpatrzmy przypadek, gdy renta hipoteczna jest wypłacana m razy w roku z góry w wysokości 1 j.p. rocznie (w każdym podokresie roku w wysokości $1/m$) do momentu śmierci pierwszej osoby. Wartość aktuarialna takiej renty (jednocześnie wartość aktualna świadczenia A) jest obliczana ze wzoru

$$\ddot{a}_u^{(m)} = \ddot{a}_{x_1:x_2}^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} v^{\frac{k}{m}} \cdot P(K_u^{(m)} \geq t).$$

Jeżeli dalsze czasy trwania życia osób są niezależne, to powyższy wzór przybiera postać:

$$\ddot{a}_u^{(m)} = \ddot{a}_{x_1:x_2}^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} v^{\frac{k}{m}} \cdot {}_{t/m}P_{x_1} \cdot {}_{t/m}P_{x_2}. \quad (18)$$

Z powyższego i ze wzoru (1), wysokość raty świadczenia R (gdzie R jest to roczna wysokość świadczenia) oblicza się następująco

$$R = \frac{\alpha \cdot W}{\ddot{a}_u^{(m)}}, \quad (19)$$

gdzie:

W – wartość nieruchomości,

α – procent kwoty W ($\alpha \in (0, 50\%]$),

$\ddot{a}_u^{(m)}$ – wartość aktuarialna renty pewnej płatnej z góry m razy w roku do momentu, aż wygasa status wspólnego życia, obliczana ze wzoru (18).

Rozpatrzmy przypadek, gdy renta hipoteczna jest wypłacana m razy w roku z góry w wysokości 1 j.p. rocznie (w każdym podokresie roku w wysokości $1/m$) do momentu śmierci drugiej osoby. Wartość aktuarialna takiej renty (jednocześnie wartość aktualna świadczenia A) jest obliczana ze wzoru

$$\ddot{a}_w^{(m)} = \ddot{a}_{x_1:x_2}^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} v^{\frac{k}{m}} \cdot P(K_w^{(m)} \geq t).$$

Jeżeli czasy trwania życia osób są niezależne, to powyższy wzór przybiera postać:

$$\ddot{a}_w^{(m)} = \ddot{a}_{x_1:x_2}^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{k=0}^{\infty} v^{\frac{k}{m}} \cdot \left({}_{t/m}P_{x_1} + {}_{t/m}P_{x_2} - {}_{t/m}P_{x_1} \cdot {}_{t/m}P_{x_2} \right).$$

Po uproszczeniach powyższy wzór można zapisać następująco:

$$\ddot{a}_w^{(m)} = \ddot{a}_{x_1:x_2}^{(m)} = \ddot{a}_{x_1}^{(m)} + \ddot{a}_{x_2}^{(m)} - \ddot{a}_{x_1:x_2}^{(m)}. \quad (20)$$

Korzystając z powyższych wyliczeń i ze wzoru (1), wysokość raty świadczenia R (gdzie R jest to roczna wysokość świadczenia) oblicza się w następujący sposób

$$R = \frac{\alpha \cdot W}{\ddot{a}_w^{(m)}}, \quad (21)$$

gdzie:

W – wartość nieruchomości,

α – procent kwoty W ($\alpha \in (0, 50\%]$),

$\ddot{a}_w^{(m)}$ – wartość aktuarialna renty pewnej płatnej z góry m razy w roku do momentu, aż wygasa status ostatniego przeżywającego, obliczana ze wzoru (20).

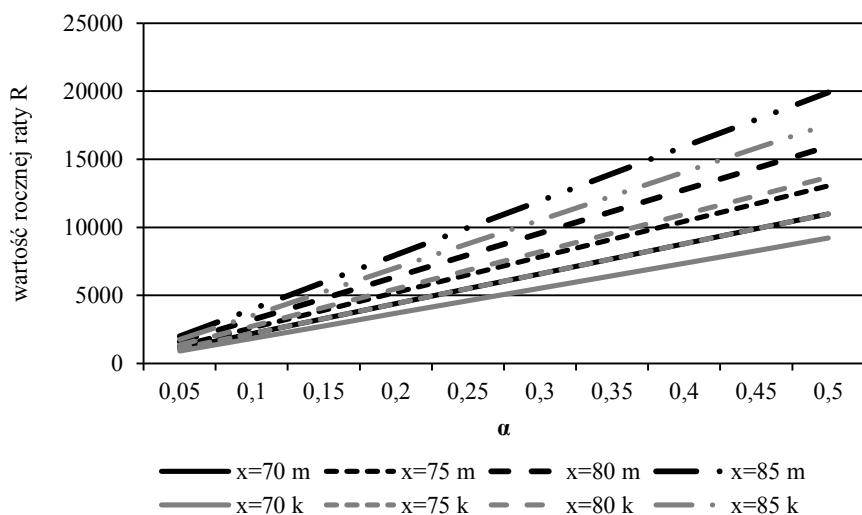
5. Przykłady numeryczne

Obliczenia, przedstawione w tym punkcie, wykonane są przy rocznej stopie procentowej $i = 5\%$, gdy wartość nieruchomości $W = 200\,222$ zł, przy użyciu własnych interfejsów, napisanych w programie MATLAB. Prawdopodobieństwa przeżycia wyznaczone są na podstawie tablic trwania życia osobno dla kobiet i mężczyzn z 2012 r. (por. [www.stat.gov.pl/gus/5840_894_PLK_HTML.htm]). Przedstawione są wysokości rocznych świadczeń R (dla $m = 1$) w przypadku:

- indywidualnej renty hipotecznej terminowej i bezterminowej ze wzorów (7) i (10),
- bezterminowej małżeńskiej renty hipotecznej, ale takiej, którą otrzymuje się tylko do śmierci jednego z małżonków ze wzoru (19),

- bezterminowej małżeńskiej renty hipotecznej, otrzymywanej nawet po śmierci jednego z małżonków ze wzoru (21),
- terminowego odwróconego kredytu hipotecznego ze wzoru (12).

Na rysunku 1 przedstawione są wysokości rocznych rat R w przypadku bezterminowej renty hipotecznej dla kobiet i mężczyzn w zależności od procentu α ($\alpha = \{0,05; 0,1; \dots; 0,45; 0,5\}$) wartości nieruchomości W , jaką otrzymuje świadczeniobiorca.



Rys. 1. Wysokość raty w przypadku indywidualnej bezterminowej renty hipotecznej

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 1 przedstawione są wysokości rocznej raty dla kobiet (k) i mężczyzn (m), którzy zaczynają pobierać rentę w wieku $x = \{70, 75, 80, 85\}$ lat (takimi samymi liniami odpowiednio dla wieku i płci). Dla mężczyzny w wieku 70 lat i kobiety w wieku 75 lat wysokość raty jest bardzo zbliżona (różnice występują na 6 miejscu po przecinku), stąd wykresy w tym przypadku się pokrywają. Rata dla mężczyzny jest wyższa niż rata dla kobiet w tym samym wieku, gdyż prawdopodobieństwo przeżycia n lat przez kobietę w wieku x jest wyższe niż przez mężczyzn. Wysokość raty R wzrasta wraz z wiekiem x (wraz ze wzrostem x maleje prawdopodobieństwo przeżycia). Oczywiście wraz ze wzrostem α rośnie R . Na przykład dla mężczyzny w wieku 70 lat R wynosi 1099 zł ($\alpha = 0,05$), a dla $\alpha = 0,5$ wynosi proporcjonalnie 10 990 zł rocznie. Dla $W = 400\ 000$ zł wartość R jest dwukrotnie wyższa. Im wyższa wartość nieruchomości W i wyższy procent α , jaki

otrzymuje świadczeniobiorca, tym wyższa rata i dopiero wtedy taka transakcja może być opłacalna dla potencjalnego emeryta.

W tabeli 2 przedstawiono wysokości rocznych wartości raty dla hipotecznej renty bezterminowej w zależności od α , x i płci, przedstawionych na rys. 1.

Tabela 2. Wysokość raty w przypadku indywidualnej bezterminowej renty hipotecznej

α	Mężczyźni				Kobiety			
	$x = 70$	$x = 75$	$x = 80$	$x = 85$	$x = 70$	$x = 75$	$x = 80$	$x = 85$
0,05	1 099	1 305	1 595	1 992	921	1 099	1 368	1 757
0,1	2 198	2 609	3 190	3 984	1 842	2 198	2 737	3 514
0,15	3 297	3 914	4 784	5 975	2 763	3 297	4 105	5 271
0,2	4 396	5 219	6 379	7 967	3 684	4 396	5 473	7 028
0,25	5 495	6 524	7 974	9 959	4 605	5 495	6 842	8 785
0,3	6 594	7 828	9 569	11 951	5 525	6 594	8 210	10 542
0,35	7 693	9 133	11 164	13 943	6 446	7 693	9 578	12 299
0,4	8 792	10 438	12 758	15 935	7 367	8 792	10 946	14 056
0,45	9 891	11 743	14 353	17 926	8 288	9 892	12 315	15 813
0,5	10 990	13 047	15 948	19 918	9 209	10 991	13 683	17 570

Źródło: opracowanie własne.

W tabeli 3 przedstawiono wysokości rocznych wartości raty dla renty hipotecznej na 10 lat w zależności od α , x i płci.

Tabela 3. Wysokość raty w przypadku indywidualnej terminowej renty hipotecznej

α	Mężczyźni				Kobiety			
	$x = 70$	$x = 75$	$x = 80$	$x = 85$	$x = 70$	$x = 75$	$x = 80$	$x = 85$
0,1	2 782	3 046	3 477	4 130	2 527	2 719	3 086	3 694
0,2	5 564	6 092	6 954	8 261	5 055	5 438	6 172	7 388
0,3	8 346	9 138	10 431	12 391	7 582	8 158	9 258	11 082
0,4	11 128	12 184	13 908	16 521	10 110	10 877	12 344	14 776
0,5	13 910	15 230	17 386	20 652	12 637	13 596	15 430	18 470

Źródło: opracowanie własne.

Oczekiwane dalsze trwanie życia dla mężczyzny w wieku 70 lat wynosi 12,42 lat, dla kobiety 15,83 lat (por. [www.stat.gov.pl]). Wysokość rocznej raty w przypadku 10-letniej renty terminowej jest wyższa o 26,6% dla mężczyzn i 37,24 % dla kobiet niż w przypadku renty bez-

terminowej. Jednak oczekiwana długość życia jest większa niż 10 lat, dlatego w tym przypadku (pod warunkiem że świadczeniobiorca nie choruje na poważne choroby) bardziej korzystne jest pobieranie renty bezterminowej. Oczekiwane dalsze trwanie życia dla mężczyzny powyżej 75 lat wynosi poniżej 10 lat, a w tym przypadku wysokość renty jest wyższa o 16%. Dla kobiet dopiero powyżej 79. roku życia oczekiwane dalsze trwanie życia jest niższe niż 10 lat, a rata jest wyższa o 12,8%. Różnice pomiędzy wysokością raty renty terminowej a wysokością bezterminowej maleją i wraz z wiekiem nie są już takie znaczące. Wydaje się, że mimo wszystko bardziej korzystną wersją jest renta bezterminowa.

W tabeli 4 przedstawiono wysokość rocznej raty bezterminowej małżeńskiej renty hipotecznej, gdy renta pobierana jest do momentu śmierci pierwszego z małżonków oraz w sytuacji, gdy pobierana jest do momentu śmierci drugiego z małżonków w zależności od wieku małżonków (x_1 – wiek mężczyzny, x_2 – wiek kobiety) i procentu α ($\alpha = \{0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5\}$) wartości nieruchomości W ($W = 200\ 000$ zł).

Tabela 4. Wysokość raty w przypadku bezterminowej małżeńskiej renty hipotecznej

α	Status wspólnego życia					
	$x_1 = 70$ $x_2 = 70$	$x_1 = 70$ $x_2 = 75$	$x_1 = 75$ $x_2 = 70$	$x_1 = 75$ $x_2 = 75$	$x_1 = 75$ $x_2 = 80$	$x_1 = 80$ $x_2 = 75$
0,1	2 616	2 905	2 980	3 247	3 702	3 761
0,2	5 232	5 810	5 959	6 493	7 405	7 521
0,3	7 848	8 714	8 939	9 740	11 107	11 282
0,4	10 465	11 619	11 918	12 987	14 809	15 042
0,5	13 081	14 524	14 898	16 234	18 512	18 803
α	Status ostatniego przeżywanego					
0,1	1624,3	1767,9	1693,3	1886,3	2 090	1989,9
0,2	3248,5	3535,9	3386,7	3772,5	4 179	3979,8
0,3	4872,8	5303,8	5080,0	5658,8	6 269	5969,8
0,4	6497,1	7071,8	6773,4	7545,1	8 359	7959,7
0,5	8121,4	8839,7	8466,7	9431,3	10 449	9949,6

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku, gdy renta pobierana jest przez oboje małżonków w tej samej wysokości, do śmierci pierwszego z nich rata jest wyższa niż w przypadku renty indywidualnej (osobno dla kobiet i mężczyzn). Dla $x_1 = 70$ i $x_2 = 70$ rata małżeńskiej renty jest o 29,5% wyższa niż w przypadku renty indywidualnej, dla $x_1 = 70$ i $x_2 = 75$ o 32,2%, dla $x_1 = 75$

i $x_2 = 70$ o 33,9%. Oczywiście renta ta może być pobierana krócej niż renta indywidualna. Jeżeli kobieta jest o 5 lat starsza od mężczyzny to dla $x_1 = 70$ i $x_2 = 75$ rata jest wyższa o 11%, a dla $x_1 = 75$ i $x_2 = 80$ o 14 % niż rata renty małżeńskiej, gdy oboje są w tym samym wieku. Gdy mężczyzna jest starszy od kobiety o 5 lat, to rata jest wyższa o 13,9% dla $x_1 = 75$ i $x_2 = 70$ oraz o 15,8% dla $x_1 = 80$ i $x_2 = 75$ od raty, gdy małżonkowie są w tym samym wieku.

W sytuacji gdy renta małżeńska jest pobierana aż do momentu śmierci drugiego małżonka, rata renty jest niższa w przypadku renty małżeńskiej, pobieranej do śmierci pierwszego z małżonków, ale również w sytuacji renty indywidualnej. Różnice wynikają z tego, że ta renta może być pobierana najdłużej. Dla $x_1 = 70$ i $x_2 = 70$ rata małżeńskiej renty jest o 24,4% niższa niż w przypadku renty indywidualnej, dla $x_1 = 70$ i $x_2 = 75$ o 24,3%, oraz o 31,4% dla $x_1 = 75$ i $x_2 = 70$. W przypadku statusu ostatniego przeżywającego występuje odwrotna zależność niż w przypadku statusu wspólnego życia, gdy kobieta jest starsza, to renta jest niższa, gdyż zarówno kobieta, jak i mężczyzna mogą umrzeć później, więc dłużej wspólnie pobierają rentę.

Jeżeli kobieta jest o 5 lat starsza od mężczyzny, to w pierwszym przypadku ($x_1 = 70$ i $x_2 = 75$) rata jest wyższa o 8,8%, a w drugim ($x_1 = 75$ i $x_2 = 80$) o 10,8% niż rata w przypadku gdy oboje są w tym samym wieku. Gdy mężczyzna jest starszy od kobiety o 5 lat, to rata jest wyższa o 4,25% w pierwszym przypadku ($x_1 = 75$ i $x_2 = 70$) oraz o 5,5% w drugim przypadku ($x_1 = 80$ i $x_2 = 75$) od raty w przypadku gdy małżonkowie są w tym samym wieku. Tu również występuje odwrotna zależność.

Ostatni rozpatrywany przypadek dotyczy odwróconego kredytu hipotecznego. Wysokość raty R jest obliczana jedynie na podstawie stopy procentowej i długości pobierania tego kredytu n . Do obliczeń nie jest potrzebny wiek świadczeniobiorcy, więc może być on dowolny. Wysokość rocznych rat przedstawiona jest w tab. 5 w zależności od długości pobierania kredytu i procentu α wartości nieruchomości $W = 200\ 000$ zł.

Tabela 5. Wysokość raty odwróconego kredytu hipotecznego

α	$n = 10$	$n = 15$	$n = 20$	$n = 25$	$n = 30$
0,1	2 293	1758	1486	1325	1222
0,2	4 586	3515	2971	2650	2443
0,3	6 879	5273	4457	3975	3665
0,4	9 172	7030	5943	5300	4886
0,5	11 466	8788	7428	6625	6108

Źródło: opracowanie własne.

Wraz ze wzrostem n wartość rocznej raty maleje. Porównując wyniki z tab. 3 i tab. 5 widać, że już dla $x = 70$ lat raty zarówno dla kobiet jak i dla mężczyzn są niższe. Odwrócony kredyt hipoteczny ma być bardziej bezpieczny (nadzór KNF), ale jak wynika z powyższych obliczeń, jest też zdecydowanie mniej opłacalny niż renta hipoteczna. Być może jest to produkt bardziej opłacalny dla młodych ludzi, którzy potrzebują w danym momencie większej gotówki, a nie chcą sprzedawać mieszkania i nie mogą skorzystać z renty hipotecznej.

W artykule (por. [Borys 2013]) przytoczony jest przykład, że kobieta za nieruchomość wartą 373 000 zł może dodatkowo otrzymać 950 zł. Nie jest jednak podane, jak długo odwrócony kredyt hipoteczny ma być pobierany, jaki procent nieruchomości otrzyma kobieta i dla jakiej stopy procentowej dokonano obliczeń. Jak wynika z tab. 5 (po podzieleniu przez 200 i pomnożeniu przez 373), ratę taką może otrzymać kobieta w sytuacji gdy $\alpha \approx 0,27$ i $n = 10$. Jest to krótki okres pobierania tego kredytu. Zwiększając n , należy zwiększyć α . Dla $n = 20$ procent α musiałby być równy ok. 0,4. W przypadku renty hipotecznej kobieta w wieku 70 lat może otrzymać taką ratę bezterminowo (por. tab. 2) dla α nieco wyższego od 0,3.

6. Podsumowanie

Oczekiwane dalsze trwanie życia wzrasta, szczególnie dla osób w wieku emerytalnym. Uwzględniając potrzeby osób starszych, których świadczenia emerytalne z Zakładu Ubezpieczeń Społecznych są niskie i niewystarczające, a którzy posiadają jakieś nieruchomości, rynek oferuje produkt nazywany rentą hipoteczną, celem pozyskania dodatkowych comiesięcznych świadczeń. Ze względu na brak nadzoru państwowego nad spółkami i ich produktami, powstały założenia do wprowadzenia na rynek konkurencyjnego produktu, nazwanego odwróconym kredytem hipotecznym, nadzorowanego przez KNF.

W artykule przedstawione są zasadnicze różnice między dwoma produktami, począwszy od różnic formalnych, a kończąc na sposobie obliczania składek. Mimo tego, że odwrócona hipoteka ma być produktem bezpiecznym i konkurencyjnym dla renty hipotecznej, obliczenia rocznych rat wskazują, że to jednak w przypadku renty hipotecznej emeryt może otrzymać wyższe świadczenie.

Świadczenie jest uzależnione od wartości posiadanej nieruchomości oraz od procentu tej nieruchomości, jaki świadczeniobiorca otrzyma (ma być to maksymalnie 50% wartości nieruchomości). Indywidualne renty hipoteczne są niższe dla kobiet, ale różnice w wysokościach rat

dla kobiet w stosunku do rat dla mężczyzn maleją wraz ze wzrostem wieku, w którym przekazywana jest nieruchomość. Zdecydowanie wyższą ratę mają małżeńskie renty hipoteczne, które pobierane są jedynie do momentu śmierci pierwszego z małżonków, ale może się zdarzyć, że będą one pobierane krócej niż renty indywidualne. Renty małżeńskie pobierane do momentu śmierci drugiego z małżonków są niższe, ale renty te pobierają dwie osoby i to dożywotnio; nawet w sytuacji, kiedy jedna osoba umiera, mogą okazać się bardziej korzystnym produktem.

Renty mogą być produktem opłacalnym dla świadczeniobiorców w sytuacji gdy wartość nieruchomości jest duża, a otrzymany procent z tej wartości jest również wysoki. Należy jednak pamiętać, że firmy oferujące tego rodzaju produkty chcą na tym zarobić, trzeba się więc liczyć z tym, że procent α może nie być oferowany w najwyższej wysokości, a jak wynika z obliczeń i ich analizy w punkcie 5, różnice w wysokościach rat są znaczące.

Pozostaje jeszcze sytuacja, gdy osoba starsza nie ma siły dbać o nieruchomość i dokonywać remontów, gdy spóźnia się z opłatami czynszu, itp. Do czego taka sytuacja może doprowadzić? Te kwestie nie są jeszcze uregulowane.

Literatura

- Błaszczyszyn B., Rolski T., *Podstawy matematyki ubezpieczeń na życie*, WNT, Warszawa 2004.
- Borys A., *Odwrócona hipoteka i renta dożywotnia, warto czy nie?*, 17.10.2013, <http://www.polskieradio.pl/42/273/Artykul/958255,Odwrocona-hipoteka-i-renta-dozywotnia-warto-czy-nie.html> (28.10.2013).
- Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.A., Nesbit C.J., *Actuarial Mathematics*, The Society of Actuaries, Itasca, IL, 1986.
- Dodatki edukacyjne Faktu*, 2013, http://www.nbp.pl/edukacja/dodatki_edukacyjne/Fakt_edb/8.pdf (23.01.2014).
- Gotowy projekt ustawy o odwróconym kredycie hipotecznym*, 15.10.2013, <http://www.forbes.pl/gotowy-projekt-ustawy-o-odwroconym-kredycie-hipotecznym,artykuly,164584,1,1.html> (30.10.2013).
- Kellison S.C., *The Theory of Interest*, Irwin, IL, 1996.
- Marciniuk A., *Składki ubezpieczeń na życie ze świadczeniem płatnym na koniec podokresu roku śmierci ubezpieczonego*, [w:] W. Ostasiewicz (red.), *Zastosowania statystyki i matematyki w ekonomii*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Wrocław 2004, s. 141–159.
- Marciniuk A., *Nielosowe modele natychmiastowej stopy procentowej i ich zastosowanie w klasycznych ubezpieczeniach życiowych*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 84, *Ekonometria* 27, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Wrocław 2009, s. 112–127.

- Marciniuk A., *Długowieczność i instrumenty finansowe związane z długowiecznością*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu nr 312, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław 2013, s. 100–115.
- Poprawska E., Kowalczyk-Rólczyńska P., *Reverse mortgage – charakterystyka produktu i analiza ryzyka*, Prace Naukowe, *Metody matematyczne, ekonometryczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2007*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2009, s. 53–62.
- Poprawska E., Kowalczyk-Rólczyńska P., *Odwrócona hipoteka (reverse mortgage)*, [w:] A. Szelągowska (red.), *Współczesna bankowość hipoteczna*, CeDeWu, Warszawa 2010, s. 85–92.
- Resort gospodarki przekaże rządowi propozycje ws. renty*, 30.09.2013, <http://biznes.interia.pl/nieruchomosci/new/resort-gospodarki-przekaze-rzadowi-propozycje-ws-renty,1952407,4206> (28.10.2013).
- Ruszyły prace nad przepisami o odwróconym kredycie*, 24.07.2013, <http://biznes.interia.pl/finanse-osobiste/news/ruszyly-prace-nad-przepisami-o-odwroconym-kredycie,1937734,4141> (28.10.2013).
- Rząd chce zabezpieczyć naszych seniorów*, 22.07.2013, http://biznes.interia.pl/raport/kryzys_finansowy/news/rzad-chce-zabezpieczyc-naszyc-seniorow,1937162,5434 (30.10.2013).
- Skalba M., *Ubezpieczenia na życie*, WNT, Warszawa 2003.
- Uwaga wszyscy chcą zarobić na emerycie*, 21.11.2013, <http://biznes.interia.pl/finanse-osobiste/news/uwaga-wszyscy-chca-zarobic-na-emerycie,1865596,4141> (29.10.2013).
- Wieteska S., *Zastosowanie rachunku rent życiowych do kalkulacji świadczeń w hipotece odwróconej*, Prace Naukowe, *Metody matematyczne, ekonometryczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2009*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2011, s. 255–266.

Źródła internetowe

- <http://www.funduszhipoteczny.pl/pytania-i-odpowiedzi.html> (23.10.2013).
- www.stat.gov.pl/gus/5840_894_PLK_HTML.htm.

REVERSE ANNUITY CONTRACT AND REVERSE MORTGAGE ON THE POLISH MARKET

Summary: The reverse annuity contracts and reverse mortgages are different and competitive products, often mistakenly identified with each other. The purpose of the article is to compare the products, present their essence, the method of the calculating of the received benefits value and an overview of the advantages and disadvantages. Moreover, there is included the ability to pay the marriage annuity, when both spouses are alive, and when one of them dies. The subject of the study is the amount of the annuity, when the future lifetimes of married couples are independent. There are considered the different cases of annuity due to the duration and the number of people joining the contract. The tool used to determine the value of benefits are the life and the certain annuities. The fixed interest rate and life tables from 2012 are considered in the calculations.

Keywords: reverse annuity contract, reverse mortgage, life annuity, status of the common life, status of the last surviving.