

**Maria Szmuksta-Zawadzka, Jan Zawadzki**

Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

e-mails: Maria.Szmuksta-Zawadzka@zut.edu.pl; Jan.Zawadzki@zut.edu.pl

---

**WYKORZYSTANIE MODELI WYRÓWNYWANIA  
WYKŁADNICZEGO W PROGNOZOWANIU  
ZMIENNYCH O WYSOKIEJ CZĘSTOTLIWOŚCI  
W WARUNKACH BRAKU PEŁNEJ INFORMACJI**

---

**APPLICATION OF EXPONENTIAL SMOOTHING  
MODELS IN FORECASTING HIGH FREQUENCY TIME  
SERIES IN THE CONDITION OF LACK  
OF FULL INFORMATION**

---

DOI: 10.15611/ekt.2015.4.15

**Streszczenie:** W pracy przedstawione zostaną wyniki wykorzystanie modeli wyrównywania wykładniczego (Brown, Holta i Holta-Wintersa) w postaci addytywnej i multiplikatywnej w prognozowaniu interpolacyjnym i ekstrapolacyjnym zapotrzebowania na moc energetyczną w okresach godzinnych w aglomeracji A na podstawie szeregu z lukami systematycznymi. Podstawą budowy prognoz będą szeregi czasowe, z których wyeliminowano wahania o cyklach: dwunastomiesięcznym, tygodniowym lub także dwudziestoczterogodzinnym. Przeprowadzona zostanie także analiza porównawcza ich dokładności z dokładnością prognoz otrzymanych na podstawie predyktorów opartych na klasycznych modelach szeregu czasowego ze złożonymi wahaniami sezonowymi. Przedstawiona będzie także ocena kryteriów wyboru optymalnych wartości stałych wygładzania w aspekcie budowy prognoz *ex ante*.

**Słowa kluczowe:** prognozowanie, dane o wysokiej częstotliwości, złożona sezonowość, wyrównywanie wykładnicze, systematyczne luki w danych.

**Summary:** The paper will present the results of the application of the modified additive and multiplicative exponential smoothing models (Brown, Holt and Holt-Winters) in the interpolation and extrapolation forecasting of demand for power energy in the agglomeration A in hour periods, based on time series with systematic gaps. The basis for the construction of forecasts will be time series, from which twelve month, weekly and twenty-four hour fluctuation cycles have been eliminated. Additionally the comparative analysis of accuracy of forecasts built for classical time series models with complex seasonal fluctuations will be conducted. There also will be presented an assess of the criteria for selecting the optimal values of the smoothing constants in terms of building an *ex ante* forecasts.

**Keywords:** forecasting, high frequency time series, complex seasonality, exponential smoothing models, systematic gaps in the data.

## 1. Wstęp

W pracy [Szmuksta-Zawadzka, Zawadzki 2015] przedstawione zostały wyniki wykorzystania modeli adaptacyjnych w prognozowaniu zmiennej ekonomicznej obserwowanej w okresach dziennych, charakteryzującej się złożonymi wahaniami sezonowymi o cyklu tygodniowym i rocznym, w sytuacji występowania luk systematycznych. W modelowaniu i prognozowaniu adaptacyjnym wykorzystane zostały szeregi, z których wyeliminowano tylko wahania o cyklu 12-miesięcznym ( $Y_t^*$ ) bądź także wahania o cyklu 7-dniowym. Prognozy otrzymane dla szeregów oczyszczonych z sezonowości cechowały się niższymi o 5-7% ocenami błędów od otrzymanych dla modeli klasycznych.

Zapisy analityczne modeli adaptacyjnych dla zmiennych wykazujących niezłozone wahania sezonowe lub zawierających tylko trendy można znaleźć m.in. w pracach [Zeliaś, Pawełek, Wanat 2003; Dittmann 2006].

Procedura modelowania i prognozowania polegała na wykorzystaniu do budowy prognoz modeli Holta-Wintersa dla danych, z których wyeliminowano wahania o cyklu rocznym: składniki dla modelu addytywnego oraz wskaźniki dla modelu multiplikatywnego. Natomiast w przypadku wyeliminowania także wahań o cyklu tygodniowym zastosowane zostały modele Browna i Holta o tych samych postaciach. Na podstawie predyktorów dla danych oczyszczonych otrzymano prognozy wyjściowe. Po dodaniu do nich składników sezonowości lub przemnożeniu ich przez wskaźniki sezonowości otrzymano prognozy ostateczne.

Rozpatrywany był jeden wariant luk systematycznych, obejmujący 42,89% długości szeregu wyjściowego. Prognozy otrzymane na podstawie predyktorów adaptacyjnych okazały się o 5,0-8,5% dokładniejsze prognoz w porównaniu z predyktorami opartymi na klasycznych modelach szeregu czasowego.

Celem niniejszej pracy jest sprawdzenie możliwości wykorzystania wymienionych wyżej modeli w prognozowaniu zmiennej z potrójnie złożoną sezonowością obserwowanej w okresach godzinnych, będącej sumą lub iloczynem: trendu oraz wahań o cyklach: rocznym, tygodniowym oraz dobowym w warunkach występowania luk systematycznych. Oceny błędów prognoz otrzymanych na podstawie najlepszych modeli adaptacyjnych zostały porównane z ocenami błędów otrzymanych na podstawie predyktorów opartych na klasycznych modelach szeregu czasowego: z trendem liniowym i stałymi składnikami sezonowymi i z trendem wykładniczym i relatywnie stałymi wahaniami sezonowymi.

Drugim celem, o charakterze metodycznym, jest określenie kryterium wyboru optymalnych wartościami stałych wygładzania w modelach adaptacyjnych, w sytuacji gdy modele mają służyć celom budowy prognoz *ex ante*.

W przypadku występowania luk w danych wyboru tego można dokonać, minimalizując przeciętne błędy względne:

- wartości wyrównanych obliczonych dla dostępnych danych w przedziale czasowym „próby” ( $K_{ww}$ ),

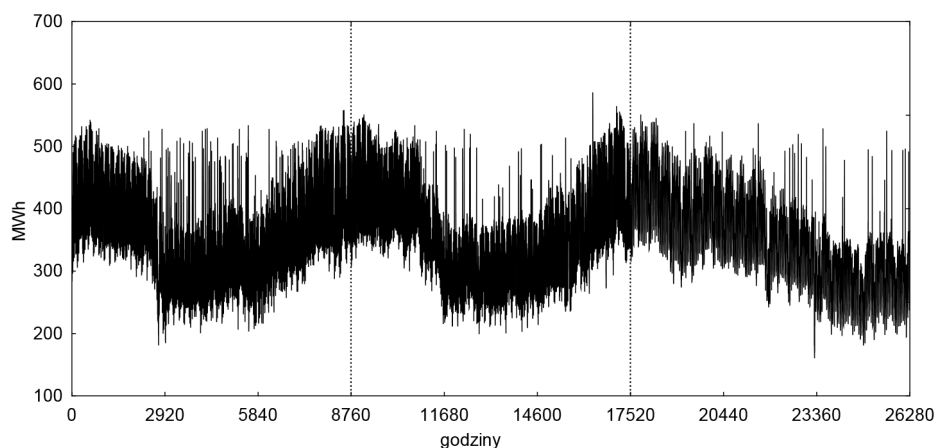
- prognoz interpolacyjnych obliczonych dla podokresów, w których występowały luki ( $K_{IN}$ ),
- prognoz ekstrapolacyjnych obliczonych dla okresu empirycznej weryfikacji prognoz ( $K_{EX}$ ).

Z wcześniejszych badań wynika, że modele tego samego rodzaju charakteryzujące się minimalnymi ocenami mierników dla poszczególnych kryteriów dość często różnią się stałymi wygładzania. Powoduje to występowanie znacznych różnic błędów prognoz, zwłaszcza ekstrapolacyjnych. Dlatego dla każdego z mierników należy obliczyć błędy dwóch pozostałych rodzajów prognoz. Zostaną one oznaczone dodatkowymi indeksami. Na przykład dla kryterium  $K_{WW}$  będzie to  $K_{WW\_IN}$  i  $K_{WW\_EX}$ .

## 2. Charakterystyka zmiennej prognozowanej i zakres badań

Modelowaniu i prognozowaniu poddane zostanie zapotrzebowanie na moc energetyczną w aglomeracji A na podstawie godzinnych szeregów czasowych z lukami systematycznymi oczyszczonych z dwóch lub trzech rodzajów wahań sezonowych.

Zanim to nastąpi, przedstawiona będzie syntetyczna charakterystyka zmiennej prognozowanej. Kształtowanie się zapotrzebowania na moc energetyczną według godzin za okres trzech lat przedstawione zostało w sposób graficzny na rys. 1. Dwa pierwsze lata należą do przedziału czasowego próby. Natomiast rok trzeci będzie okresem empirycznej weryfikacji prognoz.



Rys. 1. Kształtowanie się zapotrzebowania na moc energetyczną (w MWh)

Źródło: Bank Danych Katedry.

Dla przedziału czasowego próby obliczono wskaźniki i składniki sezonowości dla wahań o cyklach: dobowym, rocznym i tygodniowym. Ich oceny zestawiono w tab. 1.

**Tabela 1.** Oceny wskaźników i składników sezonowości dla godzin, miesięcy i dni tygodnia.

Godz.	Wsk.	Skł.	Miesiące	Wsk.	Skł.	Dni	Wsk.	Skł.
G1	0,883	-43,991	styczeń	1,215	77,903	PN	1,014	5,198
G2	0,838	-60,189	luty	1,070	26,850	WT	1,025	8,984
G3	0,816	-67,958	marzec	1,158	57,230	ŚR	1,031	11,223
G4	0,812	-69,469	kwiecień	0,957	-16,007	CZW	1,034	12,278
G5	0,810	-69,397	maj	0,841	-57,322	PT	1,038	13,647
G6	0,833	-59,938	czerwiec	0,834	-61,972	SOB	0,972	-10,405
G7	0,913	-30,089	lipiec	0,909	-32,914	NIEDZ	0,887	-40,924
G8	1,004	3,058	sierpień	0,879	-43,824	-	-	-
G9	1,059	21,799	wrzesień	0,889	-41,665	-	-	-
G10	1,081	29,272	październik	1,004	1,430	-	-	-
G11	1,085	30,166	listopad	1,089	33,445	-	-	-
G12	1,094	33,455	grudzień	1,154	55,797	-	-	-
G13	1,090	32,657	-	-	-	-	-	-
G14	1,084	30,447	-	-	-	-	-	-
G15	1,061	22,114	-	-	-	-	-	-
G16	1,044	16,094	-	-	-	-	-	-
G17	1,058	22,450	-	-	-	-	-	-
G18	1,074	28,997	-	-	-	-	-	-
G19	1,083	32,693	-	-	-	-	-	-
G20	1,097	37,249	-	-	-	-	-	-
G21	1,101	37,434	-	-	-	-	-	-
G22	1,087	30,431	-	-	-	-	-	-
G23	1,042	12,870	-	-	-	-	-	-
G24	0,950	-20,157	-	-	-	-	-	-

Źródło: opracowanie własne.

W kształtowaniu się ocen składników sezonowości dla cyklu 24-godzinnego widoczna jest prawidłowość polegająca na tym, że oceny ujemne przyjęły one w godzinach od 24 do 7 rano. Minimum sezonowe przypada na godz. 4 oraz 5 i wynosi odpowiednio: -69,97 oraz -69,40 MWh. Natomiast z kształtowania się wskaźników sezonowości wynika, że popyt w tych godzinach jest o blisko o 19 punktów procentowych (p.p.) niższy od trendu. W godzinach o dodatnich ocenach składników (8-23) można wyróżnić dwa szczyty: ranno-przedpołudniowy oraz popołudniowo-wieczorny. Dla pierwszego z nich maksymalna ocena składnika sezonowości wynosi 33,46 MWh i przypada na godzinę 12. Szczytowe zapotrzebowanie na moc w drugim przypadku przypada na godziny 20 i 21. Oceny składników sezonowości

wynoszą odpowiednio: 37,25 i 37,43 MWh, tj. 9,7 p.p. i 10,1 p.p. powyżej trendu. Rozstęp ocen wskaźników sezonowości wynosi 29,1 p.p.

W przypadku wahań o cyklu 12-miesięcznym dodatnie oceny składników sezonowych otrzymano dla miesięcy wchodzących w skład I i IV kwartału, tzn. miesięcy, w których zapotrzebowanie na moc jest największe. Miesiącem o najwyższej ocenie wskaźnika sezonowości, wynoszącej 1,215, i ocenie składnika 77,903 GWh, jest styczeń. Oceny wskaźników niższe o ok. 6 p.p. otrzymano dla marca i grudnia. Miesiącami o najniższych ocenach wskaźników i składników sezonowości są czerwiec i maj. Ich oceny wskaźników i składników wynoszą odpowiednio: 0,834 i 0,821 oraz -61,972 i -57,322 GWh. Rozstęp wskaźników sezonowości wynosi 38,1 p.p. i jest on o 9 p.p. wyższy niż w dla wahań o cyklu dobowym. Amplitudy składników sezonowości wynoszą odpowiednio: 139,88 i 69,469 MWh.

Dodatnie oceny składników sezonowości wyznaczone dla cyklu tygodniowego otrzymano dla dni roboczych, tzn. od poniedziałku do piątku. Maksimum sezonowe, wynoszące 13,65 MWh, przypada na piątek, a minimum na niedzielę (-40,92 MWh). Ocena wskaźnika dla tego dnia – wynosząca 0,887 – wskazuje, że zapotrzebowanie w tym dniu było przeciętnie o 11,3 p.p. niższe od trendu. Rozstęp wskaźników sezonowości wynosił 14,9 p.p. i był o ponad 23 p.p. niższy niż dla cyklu rocznego.

Zawarte w tab. 2 oceny składników zostały wykorzystane do wyznaczenia prognoz ostatecznych w modelach addytywnych, a wskaźników sezonowości w modelach multiplikatywnych.

### 3. Dokładność prognoz zagregowanych

Prognozowanie zapotrzebowania na moc energetyczną w aglomeracji A na podstawie predyktorów opartych na wybranych modelach wyrównania wykładniczego zostało przeprowadzone dla godzinnych szeregów czasowych oczyszczonych z dwóch lub trzech rodzajów sezonowości. Dla dwuletniego okresu czasowego próby rozpatrywany był jeden wariant luk systematycznych obejmujących godziny: 2, 6, 8, 10, 14, 16, 18 i 22. Liczba brakujących danych wynosiła 5840, co stanowiło 1/3 długości szeregu wyjściowego liczącego 17 520 obserwacji. Luki otrzymano przez wymazanie danych z kompletnego szeregu.

Do budowy prognoz na podstawie modeli Holta-Wintersa w postaci addytywnej i multiplikatywnej wykorzystane zostały szeregi czasowe oczyszczone z wahań o cyklu rocznym i tygodniowym ( $Y_t^{**}$ ). W przypadku prostych modeli Browna i modeli Holta o tych samych postaciach prognozy budowane były dla zmiennej, z której zostały wyeliminowane także wahania o cyklu 24-godzinnym ( $Y_t^{***}$ ).

Po dokonaniu wyboru predyktorów o optymalnych wartościach stałych wygładzania (wyrównywania) dla każdego z kryteriów ich wyboru zbudowane zostały wyjściowe prognozy inter- i ekstrapolacyjne. Prognozy ostateczne otrzymano po dodaniu składników sezonowości (modele addytywne) lub przemożeniu przez wskaźniki sezonowości (modele multiplikatywne). Następnie obliczono dla obu postaci

średnie względne błędy: wartości wyrównanych ( $K_{WW}$ ) oraz prognoz interpolacyjnych ( $K_{IN}$ ) i ekstrapolacyjnych ( $K_{EX}$ ) otrzymanych na podstawie najlepszych predyktorów opartych na modach Browna, Holta i Holta-Wintersa.

W celu określenia przydatności mierników wyboru modeli o optymalnych wartościach stałych wygładzania dla celów prognozowania interpolacyjnego oraz ekstrapolacyjnego dla każdego z nich obliczono błędy względne albo wartości wyrównanych albo prognoz.

W przypadku wartości wyrównanych były to:  $K_{WW\_IN}$ ,  $K_{WW\_EX}$ . Dla prognoz interpolacyjnych miernikami „pomocniczymi” były:  $K_{IN\_WW}$  i  $K_{WW\_EX}$ , a dla prognoz ekstrapolacyjnych:  $K_{EX\_WW}$  i  $K_{EX\_IN}$ .

Syntetyczne wyniki modelowania i prognozowania otrzymane dla najlepszych modeli adaptacyjnych zostały zestawione w tab. 2.

Kolumna druga tej tabeli zawiera skrótowe nazwy modeli poprzedzone symbolem „ $a$ ” dla modeli addytywnych oraz „ $m$ ” dla modeli multiplikatywnych. W kolejnych kolumnach dla każdego z kryteriów zostały podane optymalne wartości stałych wygładzania. W celach porównawczych w wierszach poniżej modeli adaptacyjnych podano wielkości odpowiednich błędów otrzymanych na podstawie klasycznych modeli szeregu czasowego, także dla luk systematycznych w postaci addytywnej i multiplikatywnej ( $a_{Kl}$  i  $m_{Kl}$ ).

W przypadku modeli addytywnych prognozy zostały wyznaczone na podstawie predyktora opartego na modelu szeregu czasowego z liniowym trendem i periodycznymi składnikami sezonowymi ( $a_{Kl}$ ), a dla postaci multiplikatywnej na modelu z trendem wykładniczym o stałej stopie wzrostu i relatywnie stałych wahaniami sezonowych ( $m_{Kl}$ ).

Z informacji zawartych w kolumnie szóstej tabeli wynika, że minimalną ocenę błędu wartości wyrównanych ( $K_{WW}$ ), wynoszącą 4,629%, otrzymano dla modelu Holta-Wintersa ( $m_{HW}$ ) dla stałych wygładzania:  $\alpha = 0,15$ ;  $\beta = 0,01$ ;  $\gamma = 0,13$ . Ocenę błędów wartości wyrównanych dla pozostałych modeli zawierają się w przedziale od 4,799% ( $m_B$ ) do 5,911% ( $a_H$ ).

Ocena błędu prognoz interpolacyjnych wyznaczona dla tego kryterium ( $K_{WW\_IN}$ ) i modelu  $m_{HW}$  wynosi 6,227% i jest ona najwyższa spośród 6 modeli adaptacyjnych. Najniższe oceny tego błędu otrzymano dla modeli Browna:  $a_B$  (4,054%) i  $m_B$  (4,087%).

W kształtowaniu się ocen błędów prognoz ekstrapolacyjnych ( $K_{WW\_EX}$ ) otrzymanych dla predyktorów charakteryzujących minimalnymi ocenami błędów wartości wyrównanych można wyodrębnić dwie grupy. W skład pierwszej, z błędami w granicach 7,4-7,8%, wchodzi modele:  $a_B$ ,  $a_H$  oraz  $m_B$ . Ich oceny dla pozostałych predyktorów, w tym także dla predyktora o minimalnej ocenie błędu wartości wyrównanych, kształtują się na poziomie ponad 10-krotnie, a nawet blisko 30-krotnie wyższym. Oznacza to, że kryterium  $K_{WW}$  nie może być podstawą wyboru modeli dla celów prognozowania ekstrapolacyjnego.

**Tabela 2.** Oceny błędów wartości wyrównanych, prognoz interpolacyjnych i prognoz ekstrapolacyjnych dla najlepszych modeli adaptacyjnych

Model	Oznaczenie	Wartości wyrównane (WW)						Prognozy interpolacyjne (IN)						Prognozy ekstrapolacyjne (EX)					
		stałe wygładzania			MAPE [w %]			stałe wygładzania			MAPE [w %]			stałe wygładzania			MAPE [w %]		
		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$K_{WW}$	$K_{WW\_IN}$	$K_{WW\_EX}$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$K_{IN}$	$K_{IN\_WW}$	$K_{IN\_EX}$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$K_{EX}$	$K_{EX\_WW}$	$K_{EX\_IN}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Modele addytywne																			
Browna	$a\_B$	0,91	–	–	4,842	4,087	7,627	0,98	–	–	4,065	4,858	7,834	0,62	–	–	7,247	5,028	4,477
Holta	$a\_H$	0,20	0,01	–	5,911	5,492	8,964	0,20	0,01	–	5,492	5,911	8,964	0,10	0,02	–	7,426	6,208	5,792
Holta- -Wintersa	$a\_HW$	0,15	0,01	0,14	4,826	6,189	95,313	0,15	0,01	0,15	6,189	4,829	99,439	0,13	0,01	0,04	7,770	5,212	6,531
Klas. szer.	$a\_Kl$				6,877						12,753						9,542		
Modele multiplikatywne																			
Browna	$m\_B$	0,89	–	–	4,799	4,084	7,409	0,98	–	–	4,051	4,825	7,675	0,57	–	–	7,009	4,967	4,532
Holta	$m\_H$	0,20	0,02	–	5,569	5,378	209,146	0,20	0,01	–	5,376	5,577	50,036	0,12	0,01	–	7,161	5,808	5,646
Holta- -Wintersa	$m\_HW$	0,15	0,01	0,13	4,629	6,227	88,219	0,15	0,01	0,15	6,214	4,633	94,072	0,13	0,01	0,04	7,408	6,120	7,973
Klas. szer.	$a\_Kl$				6,566						12,690						9,244		

Źródło: opracowanie własne.

Minimalną ocenę błędu prognoz interpolacyjnych ( $K_{IN}$ ), wynoszącą 4,051%, otrzymano na podstawie predyktora opartego na multiplikatywnym modelu Browna ( $m_B$ ) dla  $\alpha = 0,98$ . Dla modelu addytywnego  $a_B$ , a także dla  $\alpha = 0,98$  była ona tylko o 0,14 p.p. wyższa. Oceny błędów tego rodzaju prognoz otrzymanych dla modeli Holta są o 1,3-1,4 p.p. wyższe, a dla modeli Holta-Wintersa są wyższe o ok. 2,1 p.p.

Oceny błędów  $K_{IN, WW}$  wykazują stosunkowo niewielkie zróżnicowanie. Zawarte są one w przedziale od 4,633% ( $a_{HW}$ ) do 5,911% ( $m_H$ ).

W przypadku błędów  $K_{IN, EX}$  można, podobnie jak dla kryterium  $K_{WW, EX}$ , wydzielić dwie te same grupy predyktorów. Dla dwóch predyktorów należących do grupy pierwszej ( $a_B$  i  $m_B$ ), ale innych niż dla  $K_{WW}$  stałych wygładzania, przyjęły one wartości: 7,834% i 8,964%. Dla modelu  $a_H$  parametry stałych wygładzania były takie same jak dla kryterium  $K_{WW}$ . Dla pozostałych trzech predyktorów oceny błędów są przynajmniej kilkakrotnie wyższe – mieszczą się one w przedziale od 50,040% dla modelu  $m_H$  do 99,439% dla modelu  $a_{HW}$ . Wyklucza to w sposób jednoznaczny wykorzystanie modeli o tych stałych wygładzania w prognozowaniu ekstrapolacyjnym.

Minimalną ocenę błędu prognoz ekstrapolacyjnych ( $K_{EX}$ ), wynoszącą 7,009%, otrzymano także dla modelu Browna w postaci multiplikatywnej ( $m_B$ ), ale dla stałej wygładzania:  $\alpha = 0,96$ . Drugim w kolejności, z oceną 7,161%, był model Holta o tej samej postaci ( $m_H$ ) ze stałymi wygładzania:  $\alpha = 0,12$  i  $\beta = 0,01$ . Maksymalną jego oceną (7,770%) charakteryzuje się model  $a_{HW}$ . Należy zwrócić uwagę, że oceny błędów: wartości wyrównanych ( $K_{EX, WW}$ ) dla 5 spośród 6 modeli adaptacyjnych przyjęły wartości jedynie o ok. 0,2-0,4 p.p. wyższe od minimalnych ocen błędów  $K_{WW}$ . W przypadku prognoz interpolacyjnych ( $K_{EX, IN}$ ) otrzymano błędy wyższe o 0,3-0,5 p.p. Jedynie w przypadku modelu  $m_{HW}$  różnice te dla wartości wyrównanych i prognoz ekstrapolacyjnych wynoszą odpowiednio 1,5 oraz 1,7 p.p. Oznacza to, że kryterium wyboru modelu dla celów prognozowania zarówno inter-, jak i ekstrapolacyjnego mogą być, poza wskazanym wyżej wyjątkiem, modele charakteryzujące się minimalnymi ocenami błędów prognoz ekstrapolacyjnych ( $K_{EX}$ ).

W tabeli w dwóch ostatnich wierszach dla każdej postaci podane zostały kolejno oceny błędów wartości teoretycznych (wyrównanych) dla obu rodzajów prognoz otrzymanych na podstawie modeli klasycznych w postaci addytywnej ( $a_{KI}$ ) i multiplikatywnej ( $m_{KI}$ ). Średnie względne błędy wartości teoretycznych dla modelu addytywnego i multiplikatywnego wynoszą odpowiednio: 6,877% oraz 6,566% i są one o ok. 2 p.p. wyższe od błędu otrzymanego dla najlepszego modelu adaptacyjnego ( $m_B$ ). W przypadku prognoz interpolacyjnych względne ich błędy kształtują się na poziomie: 12,753% ( $a_{KI}$ ) oraz 12,690% ( $m_{KI}$ ) i są one ponad dwukrotnie wyższe od minimalnego średniego błędu prognoz otrzymanego na podstawie modelu  $m_B$ .

W przypadku prognoz ekstrapolacyjnych otrzymanych na podstawie lepszego z modeli klasycznych modelu w postaci multiplikatywnej ( $m_{KI}$ ) błąd ten jest o 2,235 p.p. (31,8%) wyższy od błędu otrzymanego na podstawie modelu  $m_{HW}$ .



#### 4. Dokładność prognoz zdezagregowanych

W tabeli 3 zamieszczono oceny błędów średnich prognoz inter- i ekstrapolacyjnych otrzymanych na podstawie najlepszych predyktorów adaptacyjnych, w dezagregacji na godziny, dni tygodnia i miesiące. Porównanie dokładności prognoz interpolacyjnych zostanie przeprowadzone dla prognoz otrzymanych na podstawie predyktora  $m_B$  dla  $\alpha = 0,89$  oraz predyktora opartego na klasycznym modelu szeregu czasowego  $m_{Kl}$ . Błędy prognoz interpolacyjnych odnoszą się do godzin, w których występowały luki: 2, 6, 8, 10, 14, 16, 18, i 22. Ich liczby zawiera kolumna druga. Natomiast w kolumnie piątej zostały podane liczby prognoz ekstrapolacyjnych.

**Tabela 3.** Przeciętne względne błędy prognoz zdezagregowanych

Zmienne	Błędy prognoz					
	interpolacyjnych			ekstrapolacyjnych		
	liczba	$m_B$	$m_{Kl}$	liczba	$m_B$	$m_{Kl}$
	5840	4,051	12,690	8760	7,009	9,244
1	2	3	4	5	6	7
G1	0	–	–	365	6,415	6,926
G2	730	3,345	14,996	365	6,787	19,711
G3	0	–	–	365	7,096	7,614
G4	0	–	–	365	7,602	8,339
G5	0	–	–	365	7,577	8,263
G6	730	5,072	15,417	365	8,454	21,946
G7	0	–	–	365	9,340	9,855
G8	730	5,152	9,896	365	9,879	8,817
G9	0	–	–	365	8,224	9,244
G10	730	3,587	12,931	365	6,349	9,720
G11	0	–	–	365	5,391	6,736
G12	0	–	–	365	5,671	6,987
G13	0	–	–	365	5,392	6,528
G14	730	2,646	13,200	365	5,192	10,752
G15	0	–	–	365	5,264	5,976
G16	730	3,041	10,133	365	5,660	7,480
G17	0	–	–	365	7,543	8,549
G18	730	4,160	12,087	365	8,887	9,508
G19	0	–	–	365	9,180	9,331
G20	0	–	–	365	9,060	9,147
G21	0	–	–	365	7,680	7,651
G22	730	5,404	12,862	365	5,619	10,585

1	2	3	4	5	6	7
G23	0	–	–	365	5,066	5,701
G24	0	–	–	365	4,897	6,484
PN	840	4,09	15,351	1272	7,000	9,127
WT.	832	3,852	13,700	1248	6,870	8,957
ŚR.	832	3,692	13,367	1248	6,539	8,589
CZW.	832	3,860	13,433	1248	8,363	9,692
PT	832	3,746	12,782	1248	7,323	10,512
SO	832	4,154	10,105	1248	6,272	8,814
ND	840	4,953	10,093	1248	6,713	9,025
Styczeń	488	3,064	12,884	744	5,955	8,235
Luty	456	3,253	11,038	672	5,446	9,136
Marzec	496	2,624	10,007	744	10,398	9,648
Kwiecień	480	3,821	12,603	720	5,791	8,253
Maj	496	5,392	14,085	744	8,270	10,489
Czerwiec	480	4,168	13,146	720	6,771	10,456
Lipiec	496	4,437	13,276	744	8,782	9,483
Sierpień	496	5,020	14,506	744	6,749	8,937
Wrzesień	480	4,333	11,948	720	5,476	8,541
Październik	496	4,577	11,796	744	5,965	8,015
Listopad	480	4,261	13,590	720	6,247	9,103
Grudzień	496	3,592	13,287	744	7,992	10,6

Źródło: opracowanie własne.

Z porównania ocen błędów prognoz interpolacyjnych dla godzin wynika, że dla predyktora adaptacyjnego ( $m_B$ ) dla wszystkich 8 godzin otrzymano niższe ich oceny niż dla predyktora klasycznego ( $m_{KI}$ ). Różnice ocen błędów zawierały się w przedziale od 4,744 p.p. dla godziny 8 do 11,651 p.p. dla godziny 22.

Dla wszystkich dni tygodnia błędy prognoz dla predyktora  $m_B$  były znacznie niższe od otrzymanych na podstawie predyktora klasycznego. Różnice ocen wahały się w przedziale od 5,140 p.p. dla niedzieli do 11,261 p.p. dla poniedziałku.

Predyktor klasyczny ( $m_{KI}$ ) okazał się także mniej efektywny dla wszystkich dwunastu miesięcy. Błędy prognoz otrzymanych na jego podstawie były wyższe od 7,219 p.p. dla października do 9,820 p.p. dla stycznia.

W tabeli 3 zestawione zostały także zdezagregowane, w takim samym układzie, błędy prognozy ekstrapolacyjnych, których ogólna liczba wynosiła 8760 (365 dni  $\times$   $\times$  24 godziny).

Analiza porównawcza ich dokładności będzie prowadzona także między najlepszym predyktorem adaptacyjnym ( $m_B$  i  $\alpha = 0,57$ ) i najlepszym predyktorem klasycznym ( $m_{Kl}$ ).

Oceny błędów dla godzin otrzymane dla modelu  $m_B$  wahały się od 4,897% dla godziny 24 do 9,879% dla godziny 8. W przypadku predyktora klasycznego zawarte były w przedziale od 5,701% dla godziny 23 do 21,946 dla godziny 6 oraz 19,711% dla godziny 2. Spośród 24 godzin dla 22 niższe oceny otrzymano dla predyktora adaptacyjnego. Zawierały się w przedziale od 0,087 p.p. dla godziny 20 do 13,492 p.p. dla godziny 6. Tylko w przypadku godzin 8 i 21 niższe oceny, wynoszące odpowiednio 1,062 p.p. i 0,029 p.p., otrzymano dla predyktora klasycznego.

Z porównania ocen błędów dla modeli  $m_B$  i  $m_{Kl}$  wynika, że niższymi ocenami we wszystkie dni charakteryzował się predyktor adaptacyjny. Różnice ocen zawierały się w przedziale od 1,329 p.p dla czwartku do 3,189 p.p. dla piątku.

Z porównania ocen błędów prognoz dla miesięcy otrzymanych na podstawie modelu  $m_B$  oraz  $m_{Kl}$  wynika, że dla 11 miesięcy niższymi ich ocenami charakteryzował się predyktor adaptacyjny. Różnice ocen zawierały się w przedziale od 0,701 p.p. dla lipca do 3,690 p.p dla lutego. Jedynie dla marca niższą o 0,75 p.p. ocenę otrzymano dla predyktora klasycznego.

## 5. Wnioski

Założenia badawcze oraz cele badań wskazane we wstępie zostały pomyślnie zrealizowane, a w szczególności:

1. Predyktory adaptacyjne o minimalnych ocenach błędów wartości wyrównanych ( $K_{ww}$ ), jak również prognoz interpolacyjnych ( $K_{IN}$ ) nie mogą być podstawą wyboru modelu dla celów budowy prognoz *ex ante*, ponieważ na ogół odpowiadają im bardzo duże, wynoszące nawet kilkadziesiąt procent, błędy prognoz ekstrapolacyjnych. Odnosi się to zwłaszcza do modeli Holta i Holta-Wintersa.

2. Kryterium wyboru powinny być oceny błędów prognoz ekstrapolacyjnych *ex post* ( $K_{EX}$ ). Ich minimalnym ocenom odpowiadają tylko nieznacznie wyższe od minimalnych oceny błędów wartości wyrównanych i prognoz interpolacyjnych.

3. Prognozy otrzymane na podstawie modeli adaptacyjnych były znacznie dokładniejsze od prognoz otrzymanych na podstawie predyktorów klasycznych. Ocena błędu prognoz interpolacyjnych otrzymanego dla lepszego z predyktorów klasycznych była ponad dwukrotnie wyższa od błędu prognoz otrzymanego dla najlepszego predyktora adaptacyjnego. W przypadku prognoz ekstrapolacyjnych błąd dla predyktora klasycznego był wyższy o 27,7%.

4. Również zdezagregowane prognozy inter- i ekstrapolacyjne otrzymane na podstawie modeli adaptacyjnych, poza pojedynczymi przypadkami, charakteryzowały się niższymi ocenami błędów.

5. Tym samym więc potwierdzona została w pełni użyteczność modeli adaptacyjnych dla danych oczyszczonych z sezonowości w prognozowaniu w przypadku występowania systematycznych luk w danych obejmujących 1/3 długości szeregu.

## Literatura

- Dittmann P., 2006, *Prognozowanie w przedsiębiorstwie. Metody i ich zastosowanie*, Wolters Kluwer Polska, Kraków.
- Pawłowski Z., 1973, *Prognozowanie ekonometryczne*, PWN, Warszawa.
- Szmuksta-Zawadzka M., Zawadzki J., 2015, *Zastosowanie modeli nieklasycznych w prognozowaniu zmiennych ekonomicznych ze złożoną sezonowością z lukami systematycznymi. Analiza empiryczna*, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach.
- Zeliaś A., Pawełek B., Wanat S., 2003, *Prognozowanie ekonomiczne. Teoria, przykłady, zadania*, PWN, Warszawa.