

PRACE NAUKOWE

Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu

RESEARCH PAPERS

of Wrocław University of Economics

Nr 446

Metody i zastosowania badań operacyjnych



Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
Wrocław 2016

Redakcja wydawnicza: Joanna Świrska-Korlub

Redakcja techniczna: Barbara Łopusiewicz

Korekta: Barbara Cibis

Łamanie: Małgorzata Myszkowska

Projekt okładki: Beata Dębska

Informacje o naborze artykułów i zasadach recenzowania
znajdują się na stronach internetowych

www.pracnaukowe.ue.wroc.pl

www.wydawnictwo.ue.wroc.pl

Publikacja udostępniona na licencji Creative Commons

Uznanie autorstwa-Użycie niekomercyjne-Bez utworów zależnych 3.0 Polska
(CC BY-NC-ND 3.0 PL)



© Copyright by Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wrocław 2016

ISSN 1899-3192
e-ISSN 2392-0041

ISBN 978-83-7695-610-7

Wersja pierwotna: publikacja drukowana
Zamówienia na opublikowane prace należy składać na adres:
Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu
ul. Komandorska 118/120, 53-345 Wrocław
tel./fax 71 36 80 602; e-mail: econbook@ue.wroc.pl
www.ksiegarnia.ue.wroc.pl

Druk i oprawa: TOTEM

Wstęp

Wstęp.....	7
Krzysztof Echaust: Modelowanie wartości ekstremalnych stóp zwrotu na podstawie danych śróddziennych / Modeling of extreme returns on the basis of intraday data	9
Helena Gaspars-Wieloch, Ewa Michalska: On two applications of the Omega ratio: $\max\Omega_{\min}$ and $\Omega(H+B)$ / O dwóch zastosowaniach wskaźnika Omega: $\max\Omega_{\min}$ i $\Omega(H+B)$	21
Agata Gluzicka: Zastosowanie modelu MAD z dodatkowymi warunkami ograniczającymi / Application of the MAD model with additional constraints	37
Dorota Górecka, Małgorzata Szalucka: Foreign market entry mode decision – approach based on stochastic dominance rules versus multi-actor multi-criteria analysis / Wybór sposobu wejścia na rynek zagraniczny – podejście oparte na dominacjach stochastycznych a wieloaktorska analiza wielokryterialna	47
Paweł Hanczar, Dagmara Pisiewicz: Logistyka odzysku – optymalizacja przepływów w systemie gospodarki komunalnej / Reverse logistics – optimization of flows in the system of waste management	70
Michał Jakubiak, Paweł Hanczar: Optymalizacja tras zbiórki odpadów komunalnych na przykładzie MPO Kraków / Optimization of municipal solid waste collection and transportation routes on the example of MPO Cracow	83
Michał Kameduła: Zastosowanie koewolucyjnego algorytmu genetycznego w rozwiązaniu zadania trójkryterialnego / Application of co-evolutionary genetic algorithm for a three-criterion problem.....	93
Donata Kopańska-Bródka, Renata Dudzińska-Baryła, Ewa Michalska: Zastosowanie funkcji omega w ocenie efektywności portfeli dwuskładnikowych / Two-asset portfolio performance based on the omega function .	106
Marek Kośny, Piotr Peternek: Zagadnienie sposobu definiowania preferencji na przykładzie przydziału uczniów do oddziałów klasowych / Definition of preferences in the context of pupils' allocation to classes	115
Wojciech Młynarski, Artur Prędki: Ocena efektywności technicznej i finansowej wybranych nadleśnictw Lasów Państwowych za pomocą metody DEA / Technical and financial efficiency evaluation for selected forestry managements of the State Forests National Forest Holding – the DEA approach.....	126

Piotr Namieciński: Alternatywna metoda określania preferencji decydenta w zagadnieniach wielokryterialnych / Alternative methods of decision-maker preferences identification in multicriteria issues	144
Marek Nowiński: Testowanie nieliniowych algorytmów optymalizacyjnych – zestaw funkcji typu <i>benchmark</i> / Testing nonlinear optimization algorithms – set of benchmark type functions	159
Agnieszka Przybylska-Mazur: Wybrana metoda analizy długoterminowej stabilności finansów publicznych / The selected method of analysis of the long-term sustainability of public finance	173
Ewa Roszkowska, Tomasz Wachowicz, Robert Jankowski: Analiza porozumienia końcowego w negocjacjach elektronicznych w kontekście zgodności systemu oceny ofert negocjatora z informacją preferencyjną/ Analyzing the negotiation agreements in a context of concordance of negotiation offer scoring systems with negotiators' preferential information	187
Aleksandra Sabo-Zielonka, Grzegorz Tarczyński: Adaptacja heurystyki <i>s-shape</i> na potrzeby wyznaczenia trasy przejścia w niestandardowym układzie strefy kompletacji zamówień / Adaptation of the s-shape heuristic for the custom layout of the order-picking zone	207
Jakub Staniak: Inicjalizacja ukrytych modeli Markowa z wykorzystaniem analizy skupień / Initialization of hidden Markov models by means of clustering analysis.....	224
Paulina Szterlik: Lokalizacja magazynu centralnego z zastosowaniem metod wielokryterialnych / Location of central warehouse using quantitative research	237
Grzegorz Tarczyński: Porównanie efektywności kompletacji łączonych zleceń z kompletacją niezależną / An attempt of comparison of order batching with independent order-picking	250

Wstęp

Kolejna, XXXIV Ogólnopolska Konferencja Naukowa im. Profesora Władysława Bukietyńskiego, organizowana corocznie przez najważniejsze ośrodki naukowe zajmujące się dziedziną badań operacyjnych, w roku 2015 odbyła się w pięknym, zabytkowym i świeżo odremontowanym zespole pałacowo-parkowym w Łagowie koło Zgorzelca. Konferencję zrealizowaną pod nazwą *Metody i Zastosowania Badań Operacyjnych* przygotowała Katedra Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu pod kierownictwem dr. hab. Marka Nowińskiego, prof. UE.

Konferencje te mają już długoletnią tradycję – są to coroczne spotkania pracowników nauki specjalizujących się w badaniach operacyjnych. Głównym celem konferencji było, podobnie jak w latach ubiegłych, stworzenie (przede wszystkim dla młodych teoretyków, a także praktyków dyscypliny) forum wymiany myśli na temat najnowszych osiągnięć dotyczących metod ilościowych wykorzystywanych do wspomagania procesów podejmowania decyzji, a także prezentacja nowoczesnych zastosowań badań operacyjnych w różnych dziedzinach gospodarki. Ten cenny dorobek naukowy nie może być zapomniany i jest publikowany po konferencji w postaci przygotowywanego przez organizatorów zeszytu naukowego zawierającego najlepsze referaty na niej zaprezentowane.

W pracach Komitetu Naukowego Konferencji uczestniczyli czołowi przedstawiciele środowisk naukowych z dziedziny badań operacyjnych w Polsce; byli to: prof. Jan B. Gajda (Uniwersytet Łódzki), prof. Stefan Grzesiak (Uniwersytet Szczeciński), prof. Bogumił Kamiński (SGH w Warszawie), prof. Ewa Konarzewska-Gubała (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), prof. Donata Kopańska-Bródka, prof. Maciej Nowak i prof. Tadeusz Trzaskalik (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach), prof. Dorota Kuchta (Politechnika Wrocławska), prof. Krzysztof Piasecki (Uniwersytet w Poznaniu) i prof. Józef Stawicki (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu).

Zakres tematyczny konferencji obejmował teoretyczne i praktyczne zagadnienia dotyczące przede wszystkim:

- modelowania i optymalizacji procesów gospodarczych,
- metod wspomagających proces negocjacji,
- metod oceny efektywności i ryzyka na rynku kapitałowym i ubezpieczeniowym,
- metod ilościowych w transporcie i zarządzaniu zapasami,
- metod wielokryterialnych,
- optymalizacji w zarządzaniu projektami oraz analizy ryzyka decyzyjnego.

W konferencji wzięło udział 43 przedstawiciele różnych środowisk naukowych, licznie reprezentujących krajowe ośrodki akademickie. W trakcie sześciu sesji ple-

narych, w tym dwóch sesji równoległych, przedstawiono 27 referatów, których poziom naukowy w przeważającej części był bardzo wysoki. Zaprezentowane referaty, po pozytywnych recenzjach, zostają dziś opublikowane w Pracach Naukowych Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu w postaci artykułów naukowych w specjalnie wydany zeszycie konferencyjnym.

Przypominając przebieg konferencji, nie można nie wspomnieć o konkursie zorganizowanym dla autorów referatów niebędących samodzielnymi pracownikami nauki. Dotyczył on prezentacji najciekawszego zastosowania badań operacyjnych w praktyce gospodarczej. Komitet Organizacyjny Konferencji powołał kapitułę konkursu, w której skład weszli: prof. Ewa Konarzewska-Gubała – przewodnicząca, prof. Jan Gajda, prof. Stefan Grzesiak i prof. Donata Kopańska-Bródka. Członkowie Komisji Konkursowej oceniali referaty ze względu na:

- innowacyjność, oryginalność metody będącej przedmiotem zastosowania,
- znaczenie zastosowania dla proponowanego obszaru,
- stopień zaawansowania implementacji metody w praktyce.

Spośród 15 referatów zgłoszonych wyróżniono: 1. miejsce: dr Michał Jakubiak i dr hab. Paweł Hanczar (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), *Optymalizacja tras zbiórki odpadów komunalnych na przykładzie MPO Kraków*; 2. miejsce: mgr Dagmara Piesiewicz i dr hab. Paweł Hanczar (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), *Logistyka odzysku – optymalizacja przepływów w systemie gospodarki komunalnej*; 3. miejsce: dr Dorota Górecka i dr Małgorzata Szałucka (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu), *Wybór sposobu wejścia na rynek zagraniczny – wieloaktorska analiza wielokryterialna a podejście oparte na dominacjach stochastycznych*.

Przy okazji prezentowania opracowania poświęconego XXXIV Konferencji *Metody i Zastosowania Badań Operacyjnych* i jej bardzo wartościowego dorobku nie możemy nie podziękować członkom Komitetu Organizacyjnego Konferencji, w którego skład wchodził młodzi, acz doświadczeni pracownicy Katedry Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu: dr Piotr Peternek (sekretarz), dr hab. Marek Kośny, dr Grzegorz Tarczyński oraz mgr Monika Stańczyk (biuro konferencji). Zapewnili oni w sposób profesjonalny sprawne przygotowanie i przeprowadzenie całego przedsięwzięcia oraz zadbali o sprawy administracyjne związane z realizacją konferencji, a także byli odpowiedzialni za dopilnowanie procesu gromadzenia i redakcji naukowych materiałów pokonferencyjnych, które mamy okazję Państwu dziś udostępnić.

Już dzisiaj cieszymy się na nasze kolejne spotkanie w ramach jubileuszowej XXXV Ogólnopolskiej Konferencji Naukowej im. Profesora Władysława Bukietyńskiego, która tym razem będzie organizowana przez naszych przyjaciół z Katedry Badań Operacyjnych Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu pod kierownictwem prof. dr. hab. Krzysztofa Piaseckiego.

Marek Nowiński

Agata Gluzicka

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
e-mail: agata.gluzicka@ue.katowice.pl

ZASTOSOWANIE MODELU MAD Z DODATKOWYMI WARUNKAMI OGRANICZAJĄCYMI

APPLICATION OF THE MAD MODEL WITH ADDITIONAL CONSTRAINTS

DOI: 10.15611/pn.2016.446.03

JEL Classification: G11, C61

Streszczenie: Zazwyczaj portfele inwestycyjne konstruowane są za pomocą modeli, w których uwzględnia się tylko warunki dotyczące poziomu ryzyka oraz oczekiwanego zysku portfela. Pomijane są natomiast istotne warunki, w dużym stopniu wynikające z sytuacji panującej na rynku finansowym lub preferencji inwestora. W artykule przedstawiono model optymalizacyjny, za pomocą którego możliwe jest wyznaczanie portfeli inwestycyjnych przy uwzględnieniu warunków dotyczących liczby spółek w portfelu oraz ograniczenia na wielkość udziałów. Zaproponowany model zastosowano dla wybranej grupy danych pochodzących z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Wyniki tego badania omówiono w ostatnim punkcie artykułu.

Słowa kluczowe: średnie odchylenie bezwzględne, model MAD, optymalne portfele inwestycyjne.

Summary: Usually investment portfolios are constructed using models which include only conditions on the level of risk and expected rate of return of portfolio. Important conditions which result from the situation on the financial market or the preferences of the investor, are very often ignored in the portfolio construction. In the article, the model of selection of the optimal investment portfolios with the mean-absolute deviation as a measure of risk, is discussed. In this model also conditions relating to the number of stocks in portfolio and the level of shares are included. Presented model has been applied to a selected group of data from the Warsaw Stock Exchange. The results of this short study are discussed in the last section of the article.

Keywords: mean-absolute deviation, MAD model, optimal investment portfolio.

1. Wstęp

Zazwyczaj do wyboru portfela inwestycyjnego stosowany jest model minimalizacji ryzyka przy założeniach dotyczących stopy zwrotu portfela oraz udziałów poszczególnych spółek. Najczęściej wykorzystywaną miarą ryzyka jest odchylenie standardowe lub wariancja, jednak stosowanie modelu średnia-wariancja wiąże się z pewnymi niedogodnościami, jak np. błędy estymacji macierzy wariancji-kowariancji. Ponadto, jeśli weźmiemy pod uwagę, że w realnych warunkach budowa portfela wymaga uwzględnienia innych istotnych danych (np. kosztów ponoszonych przy dokonywaniu transakcji, ilości akcji danej spółki dostępnych na rynku), problem wyboru portfela za pomocą modelu średnia-wariancja staje się problemem trudnym do rozwiązania. Spowodowane jest to faktem, że wprowadzenie warunków dodatkowych zazwyczaj wiąże się z wprowadzeniem zmiennych binarnych lub całkowitych.

Dobłą alternatywą dla omówionego problemu okazują się modele z miarami ryzyka, które można sprowadzić do postaci liniowej. Zaletą takich miar ryzyka jest to, że nie wymagają one żadnych założeń dotyczących rozkładu stóp zwrotu, co więcej z powodzeniem mogą być stosowane do rozkładów asymetrycznych. Zastosowanie liniowych miar ryzyka wydaje się kluczowe w sytuacji, kiedy przy wyborze optymalnego portfela inwestycyjnego uwzględniane są dodatkowe kryteria.

Przykładem liniowej miary ryzyka jest średnie odchylenie bezwzględne. Jest to miara, która jako pierwsza została zastosowana w kontekście analizy portfelowej jako miara ryzyka sprowadzalna do postaci liniowej. W ostatnich latach miara ta wielokrotnie była analizowana pod względem stosowania w różnych modelach optymalizacyjnych. Najczęściej jednak ograniczono się do jej użycia w tradycyjnym modelu wyboru portfela optymalnego, czyli modelu o postaci średnia-ryzyko. Ten klasyczny model daleki jest od modelu rzeczywistego wyboru portfela inwestycyjnego, dlatego w niniejszym artykule analizie poddano wpływ warunków dodatkowych na wyniki inwestycyjne portfeli wyznaczanych za pomocą modelu ze średnim odchyleniem bezwzględnym.

W pierwszej części tekstu omówiona została miara ryzyka, jaką jest średnie odchylenie bezwzględne. Przedstawiono również liniowe modele optymalizacyjne do wyznaczania portfeli akcji przy zastosowaniu wspomnianej miary ryzyka. W dalszej części opisano warunki dodatkowe, jakie można uwzględniać przy wyborze portfeli inwestycyjnych. Ostatnia część artykułu jest omówieniem wyników otrzymanych w przeprowadzonych badaniach empirycznych dotyczących analizy podstawowych charakterystyk portfeli wyznaczanych za pomocą modelu ze średnim odchyleniem bezwzględnym i przy różnych warunkach dodatkowych.

2. Model wyboru portfela inwestycyjnego ze średnim odchyleniem bezwzględnym jako miarą ryzyka

Przykładem liniowej miary ryzyka jest średnie odchylenie bezwzględne (MAD – *Mean Absolute Deviation*), wprowadzone do analizy portfelowej przez Konno i Yamazaki [1991], których praca obecnie uznawana jest za pionierską w stosowaniu programowania liniowego do wyboru portfeli. Oprócz opracowania liniowego modelu wyboru optymalnego portfela inwestycyjnego autorzy wykazali również, że zaproponowany przez nich model MAD przy założeniu o normalnym rozkładzie stóp zwrotu jest ekwiwalentem kwadratowego modelu średnia-ryzyko.

Średnie odchylenie bezwzględne dla danej spółki j definiowane jest jako suma iloczynów prawdopodobieństwa wystąpienia t -tej możliwej wartości stopy zwrotu (p_t) i wartości bezwzględnych różnic stopy zwrotu spółki j -tej w okresie t ($r_{j,t}$) oraz średniej stopy zwrotu spółki j -tej (r_j) [Konno, Yamazaki 1991]:

$$MAD_j = \sum_{t=1}^T p_t |r_{j,t} - r_j| \quad (1)$$

Dla portfela złożonego z N spółek o udziałach x_j (dla $j = 1, 2, \dots, N$) średnie odchylenie bezwzględne obliczane jest zgodnie ze wzorem:

$$MAD_p = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^N (r_{j,t} - r_j) x_j \right| \quad (2)$$

Najczęściej średnie odchylenie bezwzględne stosuje się w standardowym modelu wyboru portfela, w którym minimalizujemy ryzyko przy założeniu o stopie zwrotu portfela i sumie udziałów wszystkich spółek. Taki model można przedstawić w następującej postaci:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^N (r_{j,t} - r_j) x_j \right| &\rightarrow \min \\ \sum_{j=1}^N r_j x_j &\geq r_0 \\ \sum_{j=1}^N x_j &= 1 \\ x_j &\geq 0 \quad \text{dla } j=1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (3)$$

gdzie r_0 oznacza założony poziom stopy zwrotu portfela.

Aby do rozwiązania tego modelu móc zastosować programowanie liniowe, wprowadzane są nieujemne zmienne dodatkowe y_t , o których zakłada się, że spełniają warunki:

$$y_t + \sum_{j=1}^N (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0 \text{ oraz } y_t - \sum_{j=1}^N (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0. \quad (4)$$

Model optymalizacyjny opisany wzorem (3) możemy zatem sprowadzić do następującego modelu liniowego [Konno, Yamazaki 1991; Ogryczak 2003]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \rightarrow \min \\ & y_t + \sum_{j=1}^N (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0 \text{ dla } t = 1, 2, \dots, T \\ & y_t - \sum_{j=1}^N (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0 \text{ dla } t = 1, 2, \dots, T \\ & \sum_{j=1}^N r_j x_j \geq r_0 \\ & \sum_{j=1}^N x_j = 1 \\ & x_j \geq 0 \text{ dla } j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (5)$$

Zazwyczaj model ze średnim odchyleniem bezwzględny analizowany był w klasycznym podejściu średnia-ryzyko. Jednak w rzeczywistości poza stopą zwrotu portfela i sumą udziałów wszystkich spółek w portfelu portfel powinien być konstruowany przy uwzględnieniu również innych warunków. Takie ograniczenia dodatkowe to różnego rodzaju charakterystyki, które należy wziąć pod uwagę jako warunki wynikające z sytuacji panującej na rynku finansowym lub też charakterystyki, które inwestor chce rozważać podczas konstrukcji portfela.

3. Model MAD z dodatkowymi warunkami ograniczającymi

Jednym z warunków ograniczających często analizowanych w różnych modelach optymalizacyjnych jest założenie dotyczące liczby spółek, które powinny znaleźć się w portfelu. Warunek ten związany jest z powszechnie przyjmowanym założeniem, że portfel inwestycyjny powinien być portfelem zdywersyfikowanym. Ograniczenia dotyczące liczby spółek zazwyczaj analizowane są w przypadku standardowego modelu wyboru portfela (model średnia-wariancja), jak również dla modeli z liniowymi miarami ryzyka i liniowymi miarami bezpieczeństwa [Angelelli i in. 2012; Jobst i in. 2001]. W literaturze przedmiotu zaprezentowane zostały również modele, w których warunek na liczbę spółek w portfelu był sformułowany jako jedna z funkcji celu [Anagnostopoulos, Mamanis 2010]. Standardowo liczba spółek w portfelu określana jest następującym warunkiem [Kwon, Stoyan 2011]:

$$\sum_{j=1}^N g_j = k, \quad (6)$$

gdzie g_j ($j = 1, 2, 3, \dots, N$) jest zmienną binarną przyjmującą wartość 1, jeśli j -ta spółka występuje w portfelu, a wartość 0 – w przeciwnym przypadku. Natomiast $k \in N$ oznacza liczbę spółek w portfelu określaną przez inwestora.

Istotnymi ograniczeniami przy konstrukcji portfeli inwestycyjnych są warunki związane z wielkością udziałów poszczególnych spółek w portfelu. Symbolicznie warunek na minimalny (l_j) i maksymalny (u_j) udział spółki j zapisujemy następująco [Kim, Kim, Shin 2005; Kwon, Stoyan 2011]:

$$g_j l_j \leq x_j \leq g_j u_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

Dolne i górne ograniczenie liczby akcji może być ustalane indywidualnie dla każdej spółki lub możemy przyjąć założenie, że ograniczenia te będą takie same dla wszystkich analizowanych spółek. Ograniczenie to może być również interpretowane jako minimalna i maksymalna część kapitału, jaką chcemy zainwestować w daną spółkę.

Uwzględniając przedstawione warunki dodatkowe, model wyboru portfela o minimalnym średnim odchyleniu bezwzględny ma następującą postać:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \rightarrow \min \\ & y_t + \sum_{j=1}^N (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0 \\ & y_t - \sum_{j=1}^N (r_{jt} - r_j) x_j \geq 0 \\ & \sum_{j=1}^N r_j x_j \geq r_0 \\ & \sum_{j=1}^N g_j = k \\ & g_j l_j \leq x_j \leq g_j u_j \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, N \\ & g_j \in \{0, 1\} \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, N \\ & y_t \geq 0 \quad \text{dla } t = 1, 2, \dots, T \\ & x_j \geq 0 \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (8)$$

W literaturze przedmiotu prezentowane są badania dotyczące zastosowania podobnych modeli MAD z dodatkowymi warunkami ograniczającymi. Jednak w więk-

szości badania te związane są z efektywnością zastosowanych algorytmów do konstrukcji optymalnych portfeli inwestycyjnych dla dużej liczby danych [Kim, Kim, Shin 2005; Kwon, Stoyan 2011; Mansini, Speranza 2005]. Rezultaty tych badań nie uwzględniają natomiast wpływu zastosowanych warunków dodatkowych na konstruowane portfele. Wyniki takiej analizy zostały przedstawione w kolejnym punkcie artykułu.

4. Analiza wyników inwestycyjnych portfeli konstruowanych przy dodatkowych ograniczeniach

Omówiony w poprzednim punkcie model wyboru portfela inwestycyjnego (8) zastosowany został dla kilku grup danych z Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Celem badań była analiza porównawcza wyników inwestycyjnych portfeli konstruowanych przy pomocy modelu MAD z dodatkowymi ograniczeniami. W dalszej części tekstu przedstawione zostały najważniejsze wnioski z badań przeprowadzonych dla 20 losowo wybranych spółek, notowanych bez zawiesznień w okresie 01.01.2014-30.09.2014. W pierwszej kolejności na podstawie tygodniowych stóp zwrotu z okresu styczeń 2014-czerwiec 2014 konstruowane były portfele, natomiast dane z trzeciego kwartału 2014 roku posłużyły do obliczenia zysków, jakich można się było spodziewać po sprzedaży tych portfeli w kolejnych dniach analizowanego okresu.

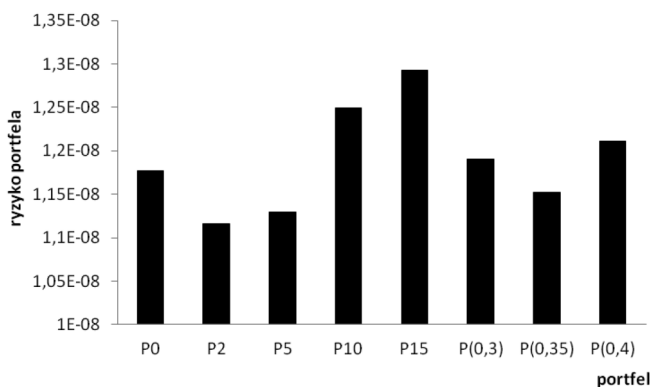
Analizie poddano następujące portfele:

- portfel P_0 wyznaczony za pomocą modelu MAD bez dodatkowych warunków ograniczających,
- portfele P_k wyznaczane za pomocą modelu MAD z warunkiem ograniczającym dotyczącym liczby spółek w portfelu (k – oznacza założoną liczbę spółek w portfelu),
- portfele $P(U)$ wyznaczane za pomocą modelu MAD z warunkiem ograniczającym dotyczącym górnego ograniczenia na wielkość udziałów,
- portfele $P_k; U$ wyznaczane za pomocą modelu MAD przy uwzględnieniu warunków zarówno na liczbę spółek w portfelu, jak i warunków dotyczących górnego ograniczenia na wielkość udziałów.

W przeprowadzonych analizach przyjmowano liczbę spółek $k = 2, 3, \dots, 15$. Natomiast wielkość górnego ograniczenia przyjmowano na poziomie $U \in \{0,3; 0,35; 0,4; 0,45\}$. Otrzymane portfele porównano pod względem ryzyka oraz wysokości zysków, jakich można się było spodziewać po sprzedaży tych portfeli w kolejnych dniach trzeciego kwartału 2014 roku. W dalszej części tekstu przedstawiono przykładowe wyniki dla wybranych portfeli inwestycyjnych.

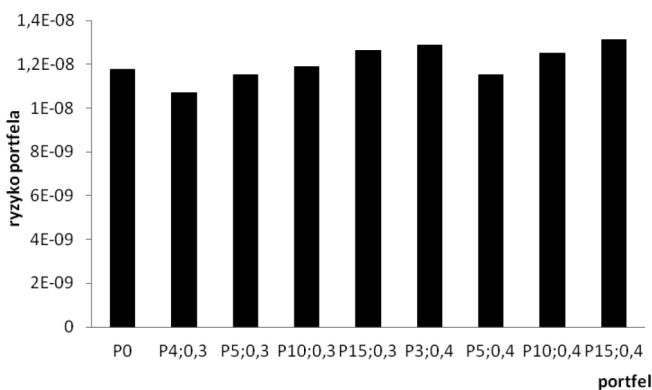
W pierwszej kolejności otrzymane portfele porównano pod względem ryzyka. Wartości ryzyka (odchylenia standardowego) dla portfela wyznaczonego za pomocą modelu MAD bez dodatkowych warunków oraz dla wybranych portfeli skonstruowanych przy założeniu jednego dodatkowego warunku, określającego liczbę

spółek w portfelu (2, 5, 10 lub 15) lub maksymalny udział (na poziomie 0,3; 0,35 lub 0,4) przedstawiono na rys. 1. Rysunek 2 przedstawia natomiast wartości ryzyka dla portfeli wyznaczanych przy uwzględnieniu ograniczenia zarówno dotyczącego liczby spółek, jak i ograniczenia na maksymalny udział spółki w portfelu.



Rys. 1. Wartości ryzyka dla portfela P0 oraz wybranych portfeli wyznaczanych za pomocą modelu MAD przy uwzględnieniu warunku na liczbę spółek ($k \in \{2, 5, 10, 15\}$) lub warunku na maksymalny udział ($U \in \{0,3; 0,35; 0,4\}$)

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 2. Wartości ryzyka dla portfeli skonstruowanych za pomocą modelu MAD z dwoma dodatkowymi warunkami (określającymi liczbę spółek w portfelu oraz górną granicę udziałów)

Źródło: opracowanie własne.

Wszystkie otrzymane portfele charakteryzowały się podobnym poziomem ryzyka. Wprowadzenie analizowanych warunków dodatkowych nie wpłynęło zasadniczo na poziom ryzyka portfela. W przypadku uwzględnienia w modelu tylko ograniczenia na liczbę spółek, przy założeniu o dużej liczbie spółek ($k \geq 9$), otrzymano

portfele o wyższym ryzyku niż portfel wyznaczony tylko dla standardowych ograniczeń. Uwzględnienie natomiast ograniczenia na maksymalny udział danej spółki w portfelu pozwoliło uzyskać portfele o ryzyku zbliżonym do portfela optymalnego według modelu MAD. Podobną zależność odnotowano dla portfeli konstruowanych przy założeniu obu analizowanych warunków (rys. 2).

Należy zauważyć, że wszystkie skonstruowane portfele charakteryzowały się stopą zwrotu równą lub bliską 1, a więc stopą zwrotu na przyjętym poziomie r_0 .

Druga część badań dotyczyła analizy przyszłych stóp zysku, jakich można się było spodziewać po sprzedaży portfeli w kolejnych dniach następujących bezpośrednio po okresie inwestycyjnym. Wysokość zysków obliczona została przy założeniu, że początkowo w analizowane portfele zainwestowano kapitał w wysokości 10 000 zł. W tabelach 1 oraz 2 przedstawione zostały wyniki otrzymane dla wybranych portfeli konstruowanych za pomocą modelu MAD. Pogrubioną czcionką zaznaczono portfele o wyższym zysku w danym dniu niż zysk portfela wyznaczonego za pomocą standardowego modelu MAD.

Tabela 1. Zyski ze sprzedaży portfela bez dodatkowych ograniczeń (P0) oraz dla wybranych portfeli z jednym dodatkowym ograniczeniem

Data	P0	P2	P5	P10	P15	P(30)	P(40)
07.07.14	9 963,849	10 048,14	9 817,238	9 951,999	9 913,244	9 965,376	9 956,904
14.07.14	9 959,805	10 042,73	9 834,595	9 949,007	9 908,526	9 956,071	9 954,795
21.07.14	9 999,723	10 201,39	9 906,328	9 984,519	9 935,61	9 984,194	9 996,108
28.07.14	10 108,43	10 688,31	10 217,81	10 105,06	10 029,34	10 098,5	10 100,86
04.08.14	10 138,62	10 964,43	10 375,1	10 135,6	10 042,94	10 109,71	10 115,24
11.08.14	10 073,53	11 094,26	10 485,94	10 071,34	9 972,178	10 070,22	10 030,02
18.08.14	10 424,63	11 361,43	10 790,05	10 431,7	10 337,53	10 446,13	10 400,86
25.08.14	10 428,18	11 256,74	10 817,95	10 441,37	10 356,93	10 484,84	10 401,9
01.09.14	10 604,72	11 463,19	11 019,09	10 627,51	10 552,57	10 676,8	10 589,8
08.09.14	10 891,25	11 643,67	11 187,33	10 928,19	10 883,94	10 991,48	10 911,99
15.09.14	11 139,58	11 652,51	11 244,06	11 185,19	11 175,18	11 237,77	11 185,99
22.09.14	11 187,55	11 864,75	11 318,88	11 225,58	11 199,99	11 244,05	11 219,14
29.09.14	10 988,48	11 790,76	11 200,23	11 028,34	10 975,35	10 995,8	11 005,2

Źródło: opracowanie własne.

Wprowadzenie warunku dodatkowego określającego liczbę spółek w portfelu spowodowało, że taki portfel częściej przynosił wyższe zyski niż portfel wyznaczony za pomocą standardowego modelu MAD. Również dla portfeli skonstruowanych za pomocą modelu MAD z dwoma warunkami dodatkowymi częściej odnotowano wyższe zyski niż w przypadku portfela P0. Spośród wszystkich analizowanych portfeli najlepszą inwestycją pod względem zysków okazała się inwestycja w portfel

Tabela 2. Zyski ze sprzedaży portfeli wyznaczonych za pomocą modelu MAD z dwoma dodatkowymi ograniczeniami

Data	P4;30	P5;30	P10;30	P15;30	P3;40	P5;40	P10;40	P15;40
07.07.14	10 043,2	9 806,5	9 900,7	9 910,8	10 103,7	9 806,47	9 935,84	9 903,61
14.07.14	10 052,7	9 798,9	9 906,6	9 918,2	10 144,0	9 798,9	9 928,8	9 898,4
21.07.14	10 067,3	9 835,2	9 941,9	9 958,1	10 193,0	9 835,2	9 963,0	9 921,3
28.07.14	10 294,1	10 065,2	10 115,3	10 108,9	10 317,6	10 065,2	10 064,7	10 007,5
04.08.14	10 378,4	10 156,6	10 179,6	10 165,9	10 349,9	10 156,6	10 078,0	10 017,0
11.08.14	10 354,9	10 202,3	10 162,5	10 137,4	10 233,9	10 202,3	9 998,4	9 944,8
18.08.14	10 687,1	10 569,4	10 511,1	10 468,8	10 515,5	10 569,4	10 374,21	10 312,62
25.08.14	10 748,9	10 589,8	10 527,6	10 490,1	10 555,6	10 589,8	10 380,5	10 337,7
01.09.14	10 897,9	10 816,7	10 723,3	10 678,4	10 614,1	10 816,7	10 579,8	10 540,4
08.09.14	11 050,2	11 151,5	10 995,9	10 934,7	10 736,1	11 151,5	10 918,6	10 886,2
15.09.14	11 167,4	11 357,8	11 198,6	11 149,1	12 130,0	12 609,1	12 150,7	11 678,9
22.09.14	11 263,9	11 388,1	11 244,9	11 201,4	11 831,6	12 255,4	11 824,6	11 324,7
29.09.14	11 134,1	11 182,9	11 065,7	11 028,7	11 742,8	12 122,9	11 740,4	11 239,8

Źródło: opracowanie własne.

dwuskładnikowy. Dla większości dni sprzedaży portfel dwuskładnikowy był portfelem najbardziej zyskowym. Przeprowadzone badania wykazały, że dodawanie kolejnych składników do portfela ogólnie obniża przyszłe zyski z inwestycji. Porównując portfele P_k z portfelami $P_k;U$, zaobserwowano, że w przypadku wprowadzenia założenia na wielkość udziału maksymalnie na poziomie 0,3 portfele skonstruowane przy takich założeniach przynosiły wyższe zyski niż portfele o tej samej liczbie składników, ale bez określenia górnej granicy udziałów.

W celach porównawczych portfele optymalne według modelu MAD porównane zostały z odpowiadającymi im portfelami wyznaczonymi za pomocą modelu Markowitza, również przy uwzględnieniu warunków dodatkowych. Porównanie portfeli o tej samej liczbie składników czy tym samym założonym poziomie udziałów, ale wyznaczanych za pomocą dwóch różnych modeli wykazało, że otrzymano portfele o podobnym poziomie ryzyka (mierzonym odchyleniem standardowym). Również pod względem zysków porównywane portfele okazały się podobne.

5. Zakończenie

W artykule omówiono model wyboru portfeli inwestycyjnych ze średnim odchyleniem bezwzględny jako miarą ryzyka oraz dodatkowymi warunkami ograniczającymi dotyczącymi liczby spółek w portfelu oraz wielkości udziałów danej spółki w portfelu. Przeprowadzone krótkie badania empiryczne wykazały, że uwzględnienie analizowanych warunków dodatkowych nie wpływa w sposób znaczący na

poziom ryzyka konstruowanych portfeli. Jednak warunki te mają znaczenie przy analizie zyskowości portfeli optymalnych według modelu MAD. Portfele wyznaczone za pomocą modelu MAD z uwzględnieniem przynajmniej jednego warunku dodatkowego znacznie częściej przynosiły wyższe zyski niż portfel skonstruowany z użyciem standardowego modelu MAD. Omówione w pracy warunki dodatkowe to nie jedyne założenia, które można analizować przy konstrukcji portfeli inwestycyjnych. Planowane są dalsze badania dotyczące zastosowania modelu MAD, m.in. z uwzględnieniem kosztów transakcyjnych.

Literatura

- Anagnostopoulos K.P., Mamanis G., 2010, *A portfolio optimization model with three objectives and discrete variables*, Computers & Operations Research, vol. 37, s. 1285-1297.
- Angelelli E., Mansini R., Speranza M.G., 2008, *A comparison of MAD and CVaR with real features*, Journal of Banking and Finance, vol. 32, s. 1188-1197.
- Jobst N.J., Horniman M.D., Lucas C.A., Mitra G., 2001, *Computational aspects of alternative portfolio selection models in the presence of discrete asset choice constraints*, Quantitative Finance, no. 1, s. 1-13.
- Kim J.S., Kim Y.Ch., Shin K.Y., 2005, *An algorithm for portfolio optimization problem*, Informatica, vol. 16, no. 1, s. 93-106.
- Konno H., Yamazaki H., 1991, *Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market*, Management Science, vol. 37, s. 519-531.
- Kwon R.H., Stoyan S.J., 2011, *Mean-absolute deviation portfolio models with discrete choice constraints*, Algorithmic Operations Research, vol. 6, s. 118-134.
- Mansini R., Speranza M.G., 2005, *An exact approach for portfolio selection with transaction costs and rounds*, IIE Transactions, vol. 37, s. 919-929.
- Ogryczak W., 2003, *Modele programowania liniowego w optymalizacji portfela inwestycyjnego*, [w:] *Modelowania preferencji a ryzyko '03*, Trzaskalik T. (red.), Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.