

Piotr Tarka

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu
e-mail: piotr.tarka@ue.poznan.pl

MODELE RÓWNAŃ STRUKTURALNYCH A ZMIENNE MIERZONE NA SKALI PORZĄDKOWEJ POLICHORYCZNEJ W ANALIZIE DANYCH MARKETINGOWYCH

STRUCTURAL EQUATION MODELS (SEM) AND VARIABLES MEASURED ON THE POLYCHORIC ORDINAL SCALE IN THE ANALYSIS OF MARKETING DATA

DOI: 10.15611/pn.2016.459.25

JEL Classification: M31, C38, 39

Streszczenie: Ponieważ większość zmiennych wykorzystywanych w badaniach marketingowych przyjmuje dyskretny format odpowiedzi, stąd w konstrukcji modeli równań strukturalnych (SEM) zamiast standardowo stosowanych miar, estymatorów (zarezerwowanych dla skal mocnych), powinno się stosować odpowiednie ich zamienniki. Badacz przystępujący do analizy SEM za pomocą estymatorów, takich jak ML czy GLS, otrzymuje obciążone: szacunki parametrów modelu i błędy standardowe oraz przeszacowane (zawyżone) statystyki dopasowania modelu chi-kwadrat. W niniejszym artykule autor rozważa dylematy metodologiczne w kontekście zmiennych mierzonych na skali porządkowej polichorycznej w procesie konstrukcji modelu równań strukturalnych (SEM). W tym celu przeprowadzono badanie ankietowe ($N = 200$) w zakresie którego do pomiaru zmiennych obserwowalnych wykorzystano 5 pkt skalę Likerta. W ramach oceny modelu SEM, rozpatrzono następujące metody estymacji: WLS, WLS_k , $DWLS_{kTM}$, $DWLS_{kTMv}$, które następnie porównano z estymatorem ML.

Słowa kluczowe: model SEM, skala porządkowa polichoryczna Likerta, metody estymacji.

Summary: In the hereby article, the author describes the methodological aspects in reference to the items/observed variables being measured on the basis of polychoric ordinal Likert scale, which can be used in the construction process of the structural equation models (SEM). With this objective in mind, there was designed and conducted a survey on the basis of data gathered from 200 sample units. Due to the applied measurement level (i.e., 5-point scale) for the observable variables, and the assessment of the parameter estimates, as well as the size of standard errors and descriptive statistics (indicating the goodness-of-fit of data to the SEM model), there were included, in the comparative analysis, the following estimation methods: ML, WLS, WLS_k , $DWLS_{kTM}$, $DWLS_{kTMv}$.

Keywords: SEM model, polychoric ordinal Likert scale, estimation methods.

1. Wstęp

Powszechnie stosowany pomiar w badaniach marketingowych, obejmujący dyskretny format odpowiedzi, np. 5-punktową skalę Likerta, w zakresie której respondenci dokonują wyboru kategorii wyższych bądź niższych, sprawia, że informacja generowana za pośrednictwem tego rodzaju skal, nie niesie ze sobą informacji o wielkości różnicy w natężeniu cechy pomiędzy osobami. Zmienne porządkowe nie odzwierciedlają znaczących jednostek miary, zaś arbitralne wartości przypisywane kategoriom na skali porządkowej, w praktyce badań, powodują często naruszenie warunku normalności rozkładu zmiennej¹. Oznacza to, że skale tego typu (w wyniku zastosowania złej metody estymacji) mogą zniekształcać rezultaty badań, ponieważ założenie o równych odległościach pomiędzy poszczególnymi kategoriami skali nie jest spełnione. Ponadto zmienne porządkowe często ujawniają silną asymetrię, przez co mogą zniekształcać korelację Pearsona. W tej sytuacji postulowany przez badacza model, który podlega oszacowaniu na podstawie błędnie określonych współczynników korelacji, staje się nietrafny i nierzetelny [Jöreskog 2002].

Ponieważ w większości marketingowych projektów badawczych i w modelach zmiennych ukrytych [Sagan 2013], uwzględniających m.in. confirmacyjne modele analizy czynnikowej i modele równań strukturalnych (*structural equation modeling*, SEM), w pomiarze przyjmuje się dyskretny format odpowiedzi², w tym miejscu musimy wyodrębnić dwa zasadnicze podejścia do analizy tego typu danych [Moustaki 2000; Wirth, Edwards 2007]. Pierwsze z podejść zakłada konstrukcję confirmacyjnych modeli czynnikowych dla zmiennych ukrytych zgodnie z klasyczną teorią pomiaru [Muthén 1983, 1994; Muthén, Satorra 1995; Jöreskog 1990, 1994 a, b], natomiast podejście drugie odnosi się do założeń teorii odpowiedzi na pozycje testowe IRT (*item response theory*) (zob. także [Rasch 1960; Birnbaum 1968; Samejima 1969; Bock 1972]). Oba podejścia zakładają, że zmienna ukryta, generowana jest poprzez odpowiedni zestaw pozycji – zmiennych obserwowalnych, którą odzwierciedla się na bazie skali ciągłej z rozkładem normalnym, przy czym pozycje od-

¹ Skala Likerta nie zawsze jednak narusza założenie normalności rozkładu, co można de facto zaobserwować w przypadku skal posiadających więcej niż 5 kategorii odpowiedzi. Rzecz w tym, że skala Likerta w jednych pomiarach będzie „przybliżać” dane empiryczne do rozkładów normalnych, lecz w innych pomiarach (z uwagi na rozpiętość kategorii występujących na skali, wielkość próby badawczej, sposób udzielania odpowiedzi na pytania przez respondentów, charakter badanego zjawiska) będzie naruszać założenie normalności rozkładu zmiennych. Jak wynika z badań [Tarka 2015], optymalny zakres odpowiedzi na skali Likerta powinien obejmować 7-kategorialny lub ewentualnie 9-, 10-, 11-stopniowy wariant odpowiedzi, przy czym zbyt duża liczba kategorii może prowadzić do dzielenia skali przez respondentów i w efekcie do wielomodalnych rozkładów [Olsson 1979]. Skale z mniejszą liczbą kategorii, 4-stopniowe (lub poniżej tego zakresu) raczej nie odzwierciedlają rozkładów normalnych. Tym samym stosowanie estymatorów (zarezerwowanych dla metod pomiaru zmiennych ciągłych) wobec 4-, 3- i 2-stopniowych skal byłoby naruszeniem [Atkinson 1988; Babakus i in. 1987; Muthén, Kaplan 1985; Green i in. 1997].

² Możemy tutaj wyróżnić korelację tetrachoryczną (dla skal dychotomicznych) lub polichoryczną (wchodzącą w zakres skali politomicznej).

zwierciedlają dyskretną skalę porządkową z dwoma lub większą liczbą kategorii odpowiedzi [Bartholomew 1987]. Modele SEM, które oparte są na kategoriach, cechuje ograniczony zakres informacji, ponieważ wykorzystują jedynie zasoby informacyjne zawarte w tzw. parametrach prognozy (obliczanych osobno dla każdej zmiennej obserwowalnej) i w korelacjach polichorycznych (lub tetrachorycznych dla zmiennych dychotomicznych) pomiędzy wszystkimi parami pozycji/zmiennych obserwowalnych. Z kolei w modelach IRT podstawą analizy jest pełny zakres informacji, którą wyznacza się na podstawie wzorców odpowiedzi uzyskanych z określonej liczby pozycji dyskretnych.

W praktyce badań wybór pomiędzy jednym bądź drugim podejściem modelowym zapada pod wpływem nie tylko specyfiki skal pomiarowych, ale uwarunkowany jest także pytaniami badawczymi stawianymi w ramach prowadzonego pomiaru. Jak twierdzą Wirth i Edwards [2007], modele IRT powinny być stosowane w sytuacji, gdy badacz zamierza szczegółowo rozpatrzyć właściwości statystyczne mierzonych pozycji lub decyduje się na oszacowanie indywidualnych wyników respondentów. Jeśli jednak głównym celem analizy jest szeroko pojęte definiowanie struktury czynnikowej (np. liczby zmiennych ukrytych, wymiarowości struktury danych itp.), wówczas bardziej praktyczne stają się modele confirmacyjne CFA i modele równań strukturalnych SEM dla zmiennych ukrytych. W niniejszym artykule autor koncentruje się na ostatnim podejściu – modelu SEM, który wykorzystuje w ramach prowadzonej analizy porównawczej wybranych estymatorów z uwzględnieniem 5 pkt skali Likerta.

2. Założenia modelu SEM dla pozycji mierzonych na skali porządkowej polichorycznej

Formalny zapis modelu SEM dla pozycji dyskretnych, mierzonych na skali porządkowej polichorycznej, podlega nieznacznym modyfikacjom w porównaniu z zapisem modelu SEM dla pozycji mierzonych na skali ciągłej. Ów model jest też rozwinięciem modelu pomiarowego CFA [Moustaki i in. 2004], który formułuje się w ramach pierwszej fazy budowy modelu SEM. Kluczowym jednak wyróżnikiem modelu CFA dla pozycji polichorycznych jest założenie, iż mierzone pozycje, wykazują jedynie przybliżony łączny rozkład zmiennych ukrytych X^* . W wyniku pomiaru otrzymuje się zmienną ukrytą, którą charakteryzuje rozkład ciągły, zaś odpowiedzi ze skali (przy danej pozycji) odzwierciedlają wynik ukryty. Tym samym otrzymany wynik opisuje pozycję jednostek badawczych na ciągłym i mającym rozkład normalny ukrytym kontinuum. Odpowiedzi, które są bezpośrednio obserwowalne, tj. liczebności w zakresie danej kategorii pozycji na skali porządkowej, oddziałują na rozkład ukrytego kontinuum, czyli nowo tworzonej zmiennej. Rolą badacza jest odnalezienie informacji, które są zawarte w tzw. parametrach prognozy i które określają punkty na kontinuum zmiennej ukrytej, dzieląc dyskretne poziomy skali porządkowej danej pozycji X . Oszacowanie prognoz otrzymuje się według wzoru:

$$\hat{\tau}_c = \Phi_1^{-1} \left(\sum_{k=1}^c \frac{N_k}{N} \right), \quad c = 1, 2, \dots, C-1, \quad (1)$$

gdzie: $\Phi_1^{-1}(\cdot)$ oznacza odwrotność funkcji skumulowanego rozkładu normalnego, N_k to liczba osób odpowiadających w zakresie danej kategorii odpowiedzi o numerze k , zaś C to liczba kategorii występujących na skali przy $\hat{\tau}_c$ liczbie szacowanych progów. Znalezienie statystyk odpowiednich progów oraz korelacji dla X^* pozwala przyjąć hipotezę o modelu kowariancji dla X^* w postaci $\Sigma^* = \Sigma^*(\theta)$ [Muthén 1993].

Proces konstrukcji modelu confirmacyjnej analizy czynnikowej przebiega według tych samych założeń, jakie występują w klasycznym modelu confirmacyjnej analizy czynnikowej dla zmiennych ciągłych, z tym jednakże wyjątkiem, że w modelu postulowanym zapis symboliczny zmiennych ukrytych X lub Y zamieniany jest na X^* i Y^* . W efekcie confirmacyjne modele pomiarowe CFA dla pozycji dyskretnych mierzonych na skali porządkowej polichorycznej wyrażane są jako:

$$Y^* = \Lambda_Y \eta + \varepsilon, \quad (2)$$

$$X^* = \Lambda_X \xi + \delta. \quad (3)$$

Z kolei implikowana macierz kowariancji dla tego modelu dana jest równaniem:

$$\Sigma(\theta) = \Lambda \Phi \Lambda^T + \Theta_\delta. \quad (4)$$

Macierz ta przyjmuje identyczną postać jak w modelu CFA, gdzie $\Sigma(\theta)$ odpowiada wariant $\Sigma^*(\theta)$:

$$\Sigma^*(\theta) = \Lambda \Phi \Lambda^T + \Theta_\delta. \quad (5)$$

Różnica, która uwidacznia się pomiędzy obydwoimi typami struktury implikowanej kowariancji, wynika z faktu, iż elementy diagonalne macierzy Θ_δ modelu CFA nie są wolne do oszacowania, lecz są otrzymywane ze wzoru $\Theta_\delta = \mathbf{I} - \text{diag}(\hat{\Lambda} \hat{\Phi} \hat{\Lambda}^T)$, co sprawia, że implikowana struktura macierzy kowariancji (5) jest macierzą korelacji z przekątnymi elementami równymi jedności: $\text{diag}(\Sigma^*) \mathbf{I}$.

Ostatecznie, powyższe dwa komponenty modeli pomiarowych (2) i (3), współtworzą model równań strukturalnych SEM dla pozycji dyskretnych:

$$\eta = \mathbf{B} \eta + \Gamma \xi + \zeta. \quad (6)$$

którego elementy oznaczają: η – wektor zmiennych ukrytych endogenicznych (zależnych); ξ – wektor zmiennych ukrytych egzogenicznych (niezależnych); Γ – macierz współczynników strukturalnych pomiędzy zmiennymi zależnymi i niezależnymi, czyli macierz współczynników zależności przyczynowych zmiennych endogenicznych od zmiennych egzogenicznych; \mathbf{B} – macierz współczynników strukturalnych pomiędzy zmiennymi zależnymi, czyli macierz zależności przyczynowych między zmiennymi endogenicznymi oraz ζ – wielkość niewyjaśniona wariancji zmiennej endogenicznej.

3. Metody estymacji modeli SEM w kontekście pomiaru pozycji na skali porządkowej polichorycznej

Wobec problemów towarzyszących procesowi estymacji danych z pozycji, których łączne rozkłady zmiennych ukrytych odbiegają od rozkładów normalnych, Muthén i Jöreskog [Jöreskog 2002; Muthén 1984] zaproponowali metodologię dla zmiennych kategoryalnych CVM (*categorical variable methodologies*), opartą na tzw. estymatorze asymptotycznie nieparametrycznym, niezależnym od rozkładu ADF (*asymptotic distribution free*, zamiennie definiowanym w literaturze jako estymator WLS)³.

Sam estymator WLS opiera się na minimalizacji funkcji dopasowania danych w zakresie postulowanego modelu SEM:

$$F_{\text{WLS}} = [\mathbf{s} - \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\theta})]^T \mathbf{W}^{-1} [\mathbf{s} - \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\theta})], \quad (7)$$

gdzie: \mathbf{s} odzwierciedla wymiarowy wektor kolumnowy nieredundantnych elementów w macierzy kowariancji \mathbf{S} , zaś $\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\theta})$ opisuje wektor nieredundantnych elementów w implikowanej macierzy kowariancji $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\theta})$. Oznaczenie $\boldsymbol{\theta}$ odnosi się do wektora wolnych parametrów modelu, natomiast \mathbf{W}^{-1} odzwierciedla symetryczną, określoną dodatnie, macierz wag w modelu SEM. W konsekwencji funkcja dopasowania wymaga, aby macierz wag \mathbf{W} była zgodnym estymatorem asymptotycznej macierzy wariancji i kowariancji (lub korelacji) zaobserwowanych w próbie danych [Browne 1984]. Problem polega jednak na tym, że zastosowanie asymptotycznej macierzy kowariancji może być utrudnione w modelach o bardzo rozbudowanych rozmiarach (posiadających dużą liczbę pozycji egzogenicznych i endogenicznych w stosunku do małych prób badawczych). Tym samym w modelach złożonych asymptotyczna macierz kowariancji może być niedoszacowana, co w dalszej kolejności przekłada się niekorzystnie na otrzymane wyniki. W efekcie estymator WLS wymaga uwzględnienia w badaniach dużych prób w celu zapewnienia statystycznie optymalnych szacunków parametrów modelu i przyjęcia odpowiedniej statystyki testowej rozkładu chi-kwadrat.

Ponieważ rozwiązanie oparte na estymatorze WLS zakłada nierealistyczne, w większości przypadków, tj. projektów badawczych, wielkości prób, stąd Muthén i in. [1997] zaproponowali jego modyfikację. Owa modyfikacja sprowadzała się do zastąpienia macierzy wag \mathbf{W} macierzą diagonalną $\text{diag}(\mathbf{W})$, zawierającą wyłącznie asymptotyczne wariancje korelacji polichorycznych. Zaproponowany estymator nazwano estymatorem diagonalnie ważonych kwadratów (DWLS, *diagonally weighted least squares*), zaś jego formułę przedstawiono w następujący sposób:

$$F_{\text{DWLS}_k} = [\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})]^T \mathbf{W}_D^{-1} [\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})], \quad (8)$$

³ Estymator ADF jest nazywany estymatorem ważonych najmniejszych kwadratów (WLS) i został pierwotnie stworzony przez Browne'a [1984].

gdzie: \mathbf{r} to wymiarowy wektor kolumnowy nieredundantnych elementów w macierzy korelacji polichorycznych \mathbf{R} , natomiast wektor $\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})$ jest analogicznym wektorem nieredundantnych elementów w implikowanej macierzy kowariancji. Ostatecznie macierz wag $\mathbf{W}_D^{-1} = [\text{diag}(\mathbf{W})]^{-1}$ zawiera odwrotności diagonalnych elementów pełnej macierzy.

Zauważmy, że formuła (8) jest w gruncie rzeczy modyfikacją analizy macierzy korelacji polichorycznych \mathbf{R} , jaką zademonstrował wcześniej w swoich pracach Jöreskog [1990, 1994 a-b], przyjmując zapis:

$$F_{\text{WLS}_k} = [\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})]^T \mathbf{W}^{-1} [\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\theta})], \quad (9)$$

która uwzględniała \mathbf{W}^{-1} odwrotność szacowanej asymptotycznej macierzy kowariancji wektora \mathbf{r} .

Ponieważ rozwiązanie oparte na funkcji F_{WLS_k} jest analogicznie (jak estymator F_{WLS}) ograniczone rozmiarem macierzy wag \mathbf{W} (co przekłada się na wyższy poziom liczebności próby badawczej) rozwiązanie zaproponowane przez Muthéna i in. [1997] stawia badaczom mniej rygorystyczne warunki, co wynika z faktu, iż estymator F_{DWLS_k} , zamiast macierzy wag \mathbf{W} , wymaga jedynie macierzy diagonalnej $\text{diag}(\mathbf{W})$, tj. oszacowania asymptotycznych wariancji korelacji polichorycznych (oraz progów w podejściu Muthéna) z wektora \mathbf{r} .

Oczywiście estymator F_{DWLS_k} nie jest także pozbawiony wad, gdyż uwzględnienie w modelu wyłącznie elementów diagonalnych prowadzi do redukcji w nim informacji. W konsekwencji ograniczana jest statystyczna efektywność estymatora, co z kolei skutkuje obciążeniem oszacowań błędów standardowych oraz statystyk testowych. Dlatego też B. Muthén i L. Muthén [1998], wykorzystując dorobek Satorry [1992] oraz Satorry i Bentlera [1994], wprowadzili do estymatora odpowiednie korekty w celu uzyskania odpornych statystyk dopasowania modelu. Korekty te zostały później uwzględnione w oprogramowaniu statystycznym Mplus i polegają na nałożeniu poprawek w postaci średniej statystyki chi-kwadrat T_M (*mean-adjusted chi-square*) – DWLS_{kTM} oraz statystyki skorygowanej średnią i wariancją T_{MV} (*mean and variance-adjusted chi-square*) – DWLS_{kTMV} .

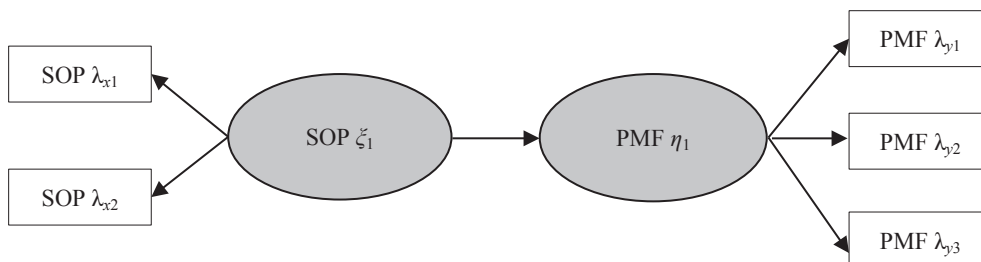
4. Porównanie estymatorów i przykład zastosowania modelu SEM – metodologia badań i analiza wyników empirycznych

Jako przykład analizy porównawczej wybranych metod estymacji w kontekście ich wpływu na szacunki parametrów i wartości wskaźników obrazujących jakość dopasowania danych do modelu SEM, posłużymy się następującym związkiem przyczynowym (SPO \rightarrow PMF, zob. rys. 1) pomiędzy zmienną ukrytą: 1) **społeczna odpowiedzialność firm** (SOP – ξ_1) konstruowaną na bazie dwóch pozycji: **firmy często podejmują próby eksploatacji finansowej/portfeli swoich konsumentów/klientów*

($SOP_1 - \lambda_{x1}$); *firmy w pogoni za zyskiem zmieniają marketingowe praktyki oddziaływania na konsumentów/klientów na gorsze ($SOP_2 - \lambda_{x2}$) oraz zmienną ukrytą 2) **praktyki marketingowe firm** ($PMF - \eta_1$) opisywaną na podstawie trzech pozycji: *większość treści reklamowanych produktów przygotowywanych przez firmy jest daleka od rzeczywistości ($PMF_1 - \lambda_{y1}$); *reklamy przygotowywane przez firmy nie można traktować jako rzetelne źródło informacji na temat produktów ($PMF_2 - \lambda_{y2}$); *firmy przedstawiają produkty w reklamach w ich nieprawdziwym świetle ($PMF_3 - \lambda_{y3}$).

Przedmiotem badań było założenie głoszące, iż brak społecznej odpowiedzialności w firmach przekłada się na praktyki marketingowe, tzn. formułowane treści reklam w zakresie oferowanych na rynku produktów. Rozważania teoretyczne poprzedzono wcześniejszymi wynikami badań [Tarka 2015]⁴.

Do pomiaru wyodrębnionych pozycji wykorzystano skalę 5 pkt Likerta, w zakresie której kategoria z nr [1] oznaczała odpowiedź *całkowicie się nie zgadzam*, [2] – *raczej się nie zgadzam*, [3] – *ani się nie zgadzam, ani się zgadzam*, [4] – *raczej się zgadzam*, zaś kategoria z nr [5] dotyczyła odpowiedzi *całkowicie się zgadzam*. Dane empiryczne gromadzono w pięciu różnych poznańskich ośrodkach akademickich w 2014 roku⁵, natomiast próbę ($N = 200$) stanowili głównie studenci w wieku od 19 do 21 lat. Respondentów rekrutowano do próby na podstawie prostej metody losowego doboru jednostek studiujących na uczelni w ramach danego wydziału. W trakcie prowadzonego badania respondentów proszono (na podstawie kwestionariusza ankiety) o wyrażenie swoich postaw w zakresie powyższych sześciu stwierdzeń.



Rys. 1. Model strukturalny badający związek pomiędzy zmienną ukrytą SOP i PMF

Źródło: opracowanie własne.

⁴ Szacowany model SEM, odzwierciedlał relację o charakterze przyczynowym, co do której zmienna ukryta *społeczna odpowiedzialność firm* (SOP) wpływała na zmienną *praktyki marketingowe* (PMF). Firmy, które podejmują próby eksploatacji finansowej/portfeli swoich konsumentów/klientów w pogoni za zyskiem, zmieniają świadomie praktyki marketingowego oddziaływania na konsumentów/klientów. Te zaś sprawiają, że większość treści reklamowych produktów jest daleka od prawdy, rzeczywistości. Reklamy formułowane przez firmy są postrzegane przez odbiorców jako nierzetelne źródło informacji na temat produktów.

⁵ Politechnika Poznańska, Uniwersytet im. Adama Mickiewicza, Uniwersytet Ekonomiczny, Uniwersytet Przyrodniczy i Uniwersytet Medyczny.

Ostatecznie estymację w oparciu o zgromadzone dane empiryczne przeprowadzono w programie Mplus (wersja 6.12), przy czym w ramach porównywania estymatorów wykorzystano łącznie pięć metod: ML, WLS, WLS_k, DWLS_{ktm}, DWLS_{ktmv}. Trzy ostatnie z wymienionych estymatorów uwzględniono w modelu SEM z uwagi na fakt, iż pozycje (na podstawie których gromadzono dane) odzwierciedlały porządkowy poziom skali pomiarowej. W odniesieniu zaś do drugiego z wyróżnionych estymatorów, WLS, założono warunek niezależności rozpatrywanych pozycji od rozkładów normalnych. Ostatecznie wszystkie te metody porównano z metodą ML, którą na ogół stosuje się wobec pozycji odzwierciedlających normalny rozkład wielowymiarowy zmiennej ukrytej. W ten sposób próbowano zbadać zachowanie poszczególnych estymatorów w kontekście jakości postulowanego modelu SEM (rys. 1), na podstawie: wybranych wskaźników opisowych, ocen parametrów i wielkości błędów standardowych. Wyniki porównań przedstawia tab. 1.

Tabela 1. Wybrane metody estymacji i parametry w modelu SEM zmiennych ukrytych w ujęciu pozycji mierzonych na 5-punktowej skali Likerta

Parametry i wartości standaryzowane	Metody estymacji				
	ML	WLS ^o	WLS _k	DWLS _{kt}	DWLS _{ktmv}
	Szacunek / Błąd standardowy (Dwustronna wartość <i>p</i>)				
SOP → SOP ₁ ($\zeta_1 \rightarrow \lambda_{x1}$)	0,613/0,098 (0,000)	0,845/0,087 (0,000)	0,834/0,086 (0,000)	0,767/0,076 (0,000)	0,767/0,076 (0,000)
SOP → SOP ₂ ($\zeta_1 \rightarrow \lambda_{x2}$)	0,559/0,127 (0,000)	0,658/0,067 (0,000)	0,645/0,085 (0,000)	0,628/0,073 (0,000)	0,628/0,0763 (0,000)
PMF → PMF ₁ ($\eta_1 \rightarrow \lambda_{x1}$)	0,602/0,507 (0,678)	0,703/0,098 (0,000)	0,681/0,089 (0,000)	0,619/0,101 (0,000)	0,619/0,101 (0,000)
PMF → PMF ₂ ($\eta_1 \rightarrow \lambda_{x2}$)	0,387/0,171 (0,036)	0,602/0,069 (0,000)	0,581/0,068 (0,000)	0,571/0,086 (0,000)	0,571/0,086 (0,000)
PMF → PMF ₃ ($\eta_1 \rightarrow \lambda_{y1}$)	0,784/0,221 (0,000)	0,884/0,088 (0,000)	0,871/0,087 (0,000)	0,865/0,103 (0,000)	0,865/0,103 (0,000)
SOP → UAP ($\zeta_1 \rightarrow \eta_2$)	0,426/0,175 (0,017)	0,782/0,097 (0,000)	0,769/0,080 (0,000)	0,764/0,066 (0,000)	0,764/0,066 (0,000)
PMF (ζ_{PMF})	0,642/0,191 (0,000)	0,592/0,152 (0,000)	0,589/0,158 (0,000)	0,564/0,156 (0,000)	0,564/0,156 (0,000)
Statystyki dopasowania modelu					
T <i>df</i> (<i>p</i>)	9,871 4 (0,041)	4,822 4 (0,306)	4,621 4 (0,328)	4,138 4 (0,387)	4,133 4 (0,388)
RMSEA	0,086	0,046	0,040	0,019	0,018
CFI	0,911	0,990	0,993	0,999	0,999
TLI	0,893	0,976	0,984	0,997	0,997

Legenda: ^o Metoda WLS zastosowana wobec pozycji niespełniających warunku normalności rozkładu.

Źródło: opracowanie własne na podstawie programu Mplus 6.12.

Na podstawie obserwacji wyników możemy teraz odnieść się do różnic i ewentualnych podobieństw w zakresie estymatorów: WLS, WLS_k , $DWLS_{kTM}$ i $DWLS_{kTMV}$. Otóż, jak wynika z przeprowadzonej symulacji, większość metod wykazała mniej więcej zbliżone wyniki w zakresie szacowanych parametrów i błędów standardowych. Podobnie statystyki dopasowania danych do modelu wykazały istotny poziom. W miarę jednak aplikacji kolejnych metod estymacji (począwszy od WLS, przez WLS_k i $DWLS_{kTM}$ na metodzie $DWLS_{kTMV}$ skończywszy) możemy dostrzec stopniową poprawę wartości wskaźników opisowych: RMSEA (*root mean square error of approximation*), CFI (*comparative fit index*) i TLI (*Tucker-Lewis index*)⁶, co oznacza, że korekty nakładane na statystykę chi-kwadrat, uwzględniające średnią oraz wariancję, powodują lepsze dopasowanie danych do modelu SEM. Zaznaczymy jednak, że w przypadku dwóch rozpatrywanych estymatorów $DWLS_{kTM}$ i $DWLS_{kTMV}$ wartości wyliczone na podstawie parametrów modelowych wykazały w zasadzie brak jakichkolwiek różnic, co oznacza, że implementacja dwóch alternatywnych wersji korekt (w postaci średniej oraz średniej i wariancji) okazała się zbyt bezużyteczna. Jeden estymator, w tym wypadku $DWLS_{kTMV}$, wydaje się wystarczający.

Estymatory $DWLS_{kTM}$ i $DWLS_{kTMV}$ generują też bardziej optymistyczny poziom dopasowania (wysokie wartości wskaźników CFI i TLI oraz niższe wartości wskaźnika RMSEA i statystyki T) od estymatorów WLS_k i WLS. W tym miejscu należy przypomnieć fakt, iż efektywność WLS_k i WLS jest mocno uwarunkowana liczebnością próby, która w prowadzonym badaniu wyniosła 200 jednostek. Należy zatem sądzić, że owa liczebność doprowadziła częściowo do degradacji statystyk dopasowania modelu, ale tylko częściowo, ponieważ sam model (biorąc pod uwagę wszystkie na jego temat informacje), w porównaniu z metodą ML, nie wypada tak najgorzej. Nie ulega też najmniejszej wątpliwości, że zwiększenie liczebności w próbie badawczej doprowadziłoby do znacznej poprawy szacunków parametrów, błędów standardowych oraz statystyk obrazujących poziom dopasowania modelu⁷.

5. Zakończenie

Wszystkie wykorzystane w analizie porównawczej metody estymacji (oprócz metody ML) WLS, WLS_k , $DWLS_{kTM}$, $DWLS_{kTMV}$ dostarczają wyników na satysfakcjonującym poziomie. Jedynie estymator ML generuje wartości ($T = 9,871$ przy $p = 0,042$ i $df = 4$; $RMSEA = 0,086$; $CFI = 0,901$; $TLI = 0,893$) na granicy odrzucenia modelu, co oznacza, iż jest on w przypadku rozpatrywanej skali nieadekwatny. Analiza danych

⁶ Więcej informacji na temat wyróżnionych wskaźników można odnaleźć w następujących pracach: [Bollen, Long 1993; Hu, Bentler 1998].

⁷ Warto w tym miejscu też wspomnieć o konieczności minimalizacji pozycji występujących w modelu SEM, ponieważ zbyt duża ich liczba w stosunku do zbyt małych prób badawczych utrudnia proces estymacji WLS czy WLS_k . Innymi słowy, im większa jest liczba pozycji i / lub liczba wartości progowych dla tych pozycji i im mniejszy jest rozmiar próby, tym większe pojawia się ryzyko wystąpienia wartości zerowych w poszczególnych komórkach / kategoriach odpowiedzi.

prowadzona za pośrednictwem estymatora ML (w porównaniu z estymatorami: WLS, WLS_k , $DWLS_{kTM}$, $DWLS_{kTMV}$) doprowadza do obciążenia szacunków parametrów modelu i niepoprawnych lub niewystarczających wartości wskaźników i testów statystycznych. Wyniki mogą być więc z łatwością podważane, co nie oznacza jeszcze, że cały pomiar, prowadzony za pośrednictwem 5 pkt skali w ujęciu metody estymacji (ML), jest z góry skazany na porażkę. Teoretycznie rzecz biorąc, wszystko zależy od stopnia określenia dokładności wyników, w zakresie których asymptotyczna odporność estymatora ML ma być spełniona i w jakim stopniu dane miałyby aproksymować do rozkładu normalnego. Zwróćmy też uwagę na fakt, że asymetrycznym rozkładom można częściowo przeciwdziałać np. poprzez zwiększenie zakresu rozpiętości skali. Pozytywy wyraz takiej zmiany dostrzegalny jest już nawet po dodaniu do skali 5 pkt dwóch kolejnych kategorii odpowiedzi. Innymi słowy, trafność estymatora ML zależy nie tylko od założeń strukturalnych, ale również od założeń, jakie stawiane są poszczególnym rozkładom zmiennych w zbiorze danych. Warto też pamiętać, że ów zabieg, polegający na uwzględnieniu szerszej podstawy kategorii informacyjnej w odpowiedziach do skali nie zmienia faktu, że rozkłady zmiennych (nawet te, które obejmują 7, 9 i 11 pkt) mogą być wciąż nieadekwatne z perspektywy zastosowanej funkcji estymacji (ML), gdyż sam estymator przyjmuje zbyt rygorystyczne założenia dotyczące normalności rozkładu zmiennych. Założenia te relatywnie ograniczają praktyczne możliwości aplikacji estymatora ML, gdyż w badaniach marketingowych większość danych nie spełnia ani założeń normalności rozkładu wielowymiarowego, ani nawet założeń normalności rozkładów jednowymiarowych⁸. Jeśli zaś już nawet zmienne dyskretne (kategorialne) taki warunek spełniają, to można po nich oczekiwać jedynie przybliżonych rozkładów normalnych, co oznacza, że będą one zawsze, do pewnego stopnia, naruszać granice odchyłeń empirycznych rozkładów wartości od rozkładów teoretycznych. W tej sytuacji rozkłady takie można postrzegać jedynie w kontekście rozkładów quasi-normalnych, które wprawdzie powodują słabsze niedoszacowanie wartości parametrów modelu SEM i wielkości błędów standardowych, lecz nie przekreślają całkowicie możliwości aplikacji estymatora ML. Warto też pamiętać, że alternatywne wersje estymacji, typu: WLS, WLS_k , $DWLS_{kTM}$ i $DWLS_{kTMV}$ wypadają znacznie korzystniej, gdyż omijają szereg specyficznych uwarunkowań, do których badacz musi za każdym razem się odnieść, zanim jeszcze przystąpi do konstrukcji i oceny modelu SEM.

Literatura

- Atkinson L., 1988, *The measurement-statistics controversy: factor analysis and subinterval data*, Bulletin of the Psychometric Society, vol. 26, s. 361-364.
- Babakus E., Ferguson C.E. Jr., Jöreskog K.G., 1987, *The sensitivity of confirmatory maximum likelihood factor analysis to violations of measurement scale and distributional assumptions*, Journal of Marketing Research, vol. 24, s. 222-228.

⁸ Co nie oznacza, że taka sytuacja ma zawsze miejsce i we wszystkich przypadkach.

- Bartholomew D.J., 1987, *Latent Variable Models and Factor Analysis*, Oxford University Press, New York.
- Birnbaum A., 1968, *Some latent trait models*, [w:] Lord F.M., Novick M.R. (eds.), *Statistical Theories of Mental Test Scores*, Addison Wesley, Reading, s. 397-424.
- Bock R.D., 1972, *Estimating item parameters and latent ability when responses are scored in two or more nominal categories*, *Psychometrika*, vol. 37, s. 29-51.
- Bollen K.A., Long J.S., 1993, *Testing structural equation models*, Sage Publications, Newbury Park.
- Browne M.W., 1984, *Asymptotic distribution free methods in the analysis of covariance structures*, *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, vol. 37, s. 127-141.
- Green S.B., Akey T.M., Fleming K.K., Hersberger S.L., Marquis J.G., 1997, *Effect of the number of scale points on chi-square fit indices in confirmatory factor analysis*, *Structural Equation Modeling*, vol. 4, s. 108-120.
- Hu L., Bentler P.M., 1998, *Fit indices in covariance structure modeling: sensitivity to underparameterized model misspecification*, *Psychological Methods*, vol. 3, s. 424-453.
- Jöreskog K.G., 1990, *New developments in LISREL: analysis of ordinal variables using polychoric correlations and weighted least squares*, *Quality and Quantity*, vol. 24, s. 387-404.
- Jöreskog K.G., 1994a, *Structural equation modeling with ordinal variables*, *Multivariate Analysis and its Applications*, vol. 24, s. 297-310.
- Jöreskog K.G., 1994b, *On the estimation of polychoric correlations and their asymptotic covariance matrix*, *Psychometrika*, vol. 59, s. 381-389.
- Jöreskog K.G., 2002, *Structural Equation Modeling with ordinal variables using LISREL*, <http://www.ssicentral.com/lisrel/techdocs/ordinal.pdf>.
- Moustaki I., 2000, *A latent variable model for ordinal variables*, *Applied Psychological Measurement*, vol. 24, s. 211-223.
- Moustaki I., Jöreskog K.G., Mavridis D., 2004, *Factor models for ordinal variables with covariate effects on the manifest and latent variables: a comparison of LISREL and IRT approaches*, *Structural Equation Modeling*, vol. 11, s. 487-513.
- Muthén B.O., 1983, *Latent variable structural equation model with categorical data*, *Journal of Econometrics*, vol. 22, s. 48-65.
- Muthén B., 1984, *A general structural equation model with dichotomous, ordered categorical, and continuous latent variable indicators*, *Psychometrika*, vol. 49, s. 115-132.
- Muthén B.O., 1993, *Goodness of fit test with categorical and other nonnormal variables*, [w:] Bollen K.A., Long J.S. (red.), *Testing Structural Equation Models*, Sage Publications, Newbury Park, s. 205-234.
- Muthén B.O., 1994, *Multilevel covariance structure analysis*, *Sociological Methods and Research*, vol. 22, s. 376-398.
- Muthén B.O., du Toit S.H., Spisic D., 1997, *Robust inference using weighted least squares and quadratic estimation equations in latent variable modeling with categorical and continuous outcomes*, <http://www.statmodel.com/bmuthen/categorical.htm>.
- Muthén B.O., Kaplan D., 1985, *A comparison of some methodologies for the factor analysis of non-normal Likert variables*, *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, vol. 38, s. 171-189.
- Muthén B.O., Muthén L.K., 1998, *Mplus: user's guide – the comprehensive modeling program for applied researchers*, Muthén and Muthén, Los Angeles.
- Muthén B.O., Satorra A., 1995, *Technical aspects of the Muthén' LISCOMP approach to estimation of latent variable relations with a comprehensive measurement model*, *Psychometrika*, vol. 60, s. 489-503.
- Olsson U., 1979, *Maximum likelihood estimation of the polychoric correlation coefficient*, *Psychometrika*, vol. 44, s. 443-460.

- Rasch G., 1960, *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*, The Danish Institute for Educational Research, Copenhagen.
- Sagan A., 2013, *Zmienne ukryte w badaniach marketingowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Samejima F., 1969, *Estimation of Latent Ability Using A Response Pattern of Graded Scores*, *Psychometrika*, Monograph, no. 17.
- Satorra A., 1992, *Asymptotic robust inferences in the analysis of mean and covariance structures*, [w:] Marsden P.V. (red.), *Sociological Methodology*, Blackwell Publishers, Oxford England, s. 249-278.
- Satorra A., Bentler P.M., 1994, *Corrections to test statistics and standard errors in covariance structure analysis*, [w:] von Eye A., Clogg C.C. (red.), *Latent Variables Analysis: Applications for Development Research*, Sage Publications, Thousand Oaks, s. 399-419.
- Tarka P., 2015, *CFA MultiTrait – MultiMethod model in comparative analysis of 5, 7, 9 and 11 point scales*, [w:] Wilhelm A, Kestler H. (red.), *Studies in Classification, Data Analysis and Knowledge Organization: Analysis of Large and Complex Data*, Springer, Berlin, s. 254-264 (w druku).
- Wirth R.J., Edwards M.C., 2007, *Item factor analysis: current approaches and future directions*, *Psychological Methods*, vol. 12, s. 58-79.